

Н.М. Фирстова¹

ЭФФЕКТ ВЛИЯНИЯ БЕЛОГО ШУМА В ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ²

Работа посвящена проблеме влияния гауссовского белого шума на цикл–утку в динамической модели электрохимической реакции. Это исследование проводится на примере электрохимической реакции типа Купера — Слайтера. Выполнен анализ индуцированных шумом переходов. Исследовано воздействие внешних возмущений на предельный цикл, в каждой точке которого была найдена чувствительность цикла к шуму. Получено значение критической интенсивности шума, при которой колебания малой амплитуды преобразуются в колебания смешанного типа. Показано, что увеличение интенсивности случайных возмущений может привести к значительным деформациям режимов в модели вплоть до их разрушения.

Ключевые слова: случайные возмущения, белый шум, стохастическая чувствительность, стабильность системы, критические явления, траектории–утки, дифференциальные уравнения, стохастические уравнения.

Цитирование. Фирстова Н.М. Эффект влияния белого шума в динамической модели электрохимической реакции // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2018. Т. 24. № 4. С. 41–47. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2018-24-4-41-47>.

Введение

Анализ вызванных случайными возмущениями изменений в поведении динамических систем привлекает внимание исследователей в различных областях естествознания. Стохастические флуктуации часто вызывают неожиданный отклик в работе электронных генераторов и лазеров, приводят к смене динамических режимов функционирования химических и биологических систем. Конструктивная роль шумов подтверждается такими явлениями, как стохастических резонанс, индуцированные шумом переходы, индуцированный шумом порядок, индуцированный шумом хаос.

Даже небольшие случайные возмущения могут привести к глубоким качественным изменениям в нелинейной динамике системы. Ситуация может стать нестабильной не только из-за в корне неправильных действий, но и из-за небольших изменений определенных параметров. В химической системе роль таких случайных возмущений могут сыграть различные примеси, тепловые колебания и многие другие внешние факторы.

Целью данной работы является исследование влияния шума [1, 2] на критический режим динамической модели электрохимической реакции Купера — Слайтера [3], лежащей в основе работы электрохимических реакторов.

1. Динамическая модель

Исследуется модель электрохимической реакции типа Купера — Слайтера [4]. В безразмерном виде динамическая модель электрохимической реакции представляет собой систему дифференциальных уравнений

$$\frac{du}{dt} = -k_a e^{\gamma\theta/2} u(1 - \theta) + k_d e^{-\gamma\theta/2} \theta + 1 - u, \quad (1.1)$$

¹© Фирстова Н.М., 2018

Фирстова Наталья Михайловна (firstova.natalia@yandex.ru), кафедра технической кибернетики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

²Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Самарской области в рамках научного проекта No 16-41-630529 р_а и Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках программы повышения конкурентоспособности Самарского университета (2013–2020).

$$\beta \frac{d\theta}{dt} = k_a e^{\gamma\theta/2} u(1-\theta) - k_d e^{-\gamma\theta/2} \theta - k_e e^{\alpha_0 \zeta E} \theta, \quad (1.2)$$

где переменная u — это безразмерная концентрация электролита X по поверхности (поверхностная концентрация), β — безразмерная объемная концентрация X. Безразмерная переменная θ отражает количество адсорбированного на поверхности электрода вещества X, E — потенциал электрода, β — коэффициент покрытия адсорбата, α_0 — коэффициент симметрии для переноса электронов. Плотность тока задается в безразмерной форме посредством уравнения $J = k_e e^{\alpha_0 \zeta E} \theta$; $\zeta = F/(RT)$, где R — универсальная газовая постоянная, F — постоянная Фарадея, T — температура.

Так как параметр β является малым, то система (1.1), (1.2) является сингулярно возмущенной.

В работах [5–8] был проведен детальный анализ детерминированной модели с помощью методов теории сингулярных возмущений и численными методами и показано, что критический режим моделируется траекторией-уткой. Такой режим играет роль своеобразного водораздела между двумя основными типами режимов протекания реакции: устойчивым циклом и релаксационными колебаниями [9–13].

1.1. Критический режим в модели

В работе [5] было показано, что в системе есть несколько вариантов расположения особой точки. В первом случае особая точка располагается на устойчивом участке нулевого приближения медленного инвариантного многообразия [14]. Тип особой точки — устойчивый фокус. Во втором случае особая точка находится на неустойчивой части нулевого приближения медленного инвариантного многообразия. Если она удалена от точек срыва на значительное расстояние, то в системе наблюдаются релаксационные колебания.

При дальнейших незначительных изменениях управляющего параметра (значения остальных параметров будут фиксированы), особая точка перемещается на неустойчивую часть нулевого приближения медленного инвариантного многообразия, оставаясь в малой, порядка $O(\beta)$ при $\beta \rightarrow 0$, окрестности точки срыва. Особая точка становится неустойчивым фокусом, и от нее отделяется замкнутая траектория, амплитуда которой растет пропорционально квадратному корню от приращения управляющего параметра, то есть в системе наблюдается бифуркация Андронова — Хопфа. Бифуркация Андронова — Хопфа устанавливает связь между потерей устойчивости положений равновесия и возникновением периодических решений в системах дифференциальных уравнений. В экспериментах при значениях параметра, близких к бифуркационному, возникающее периодическое решение мало отличается от стационарного решения, поскольку его амплитуда очень мала и может теряться в экспериментальном шуме. Однако при достижении параметром точного значения ситуация резко меняется: незначительное изменение параметра приводит к так называемому *уточному взрыву*, когда амплитуда концентрационных колебаний практически мгновенно принимает достаточно большие значения. Это означает, что точное значение параметра должно рассматриваться как граница безопасного протекания процесса [9–13].

Траектория-утка и значение управляющего параметра k_e^* могут быть представлены в виде асимптотического разложения по степеням малого параметра β [15]:

$$u = \Phi(\theta, \beta) = u_0(\theta) + \beta u_1(\theta) + \beta^2 u_2(\theta) + \dots, \quad (1.3)$$

$$k_e^* = \chi(\beta) = \chi_0 + \beta \chi_1 + \beta^2 \chi_2 + \dots \quad (1.4)$$

Для того, чтобы найти асимптотическое представление траектории-утки мы подставляем уравнения (1.3) и (1.4) в уравнение инвариантности

$$\frac{du}{d\theta} g(u, \theta) = \beta f(u, \theta). \quad (1.5)$$

полученное из системы (1.1), (1.2). После подстановки получим:

$$u_0(\theta) = \frac{(k_d e^{-\gamma\theta/2} + \chi_0 e^{\alpha_0 \zeta E}) \theta}{k_a e^{\gamma\theta/2} (1-\theta)}, \quad (1.6)$$

$$u_1(\theta) = -\frac{k_a u_0(\theta)(1-\theta)e^{\gamma\theta/2} + k_d e^{-\gamma\theta/2} \theta + 1 - u_0(\theta) + \chi_1 e^{\alpha_0 \zeta E} \theta u_0'(\theta)}{k_a e^{\gamma\theta/2} u_0'(\theta)}, \quad (1.7)$$

$$\chi_0 = \frac{k_a (1-\bar{\theta}) e^{\gamma\bar{\theta}/2} - k_d e^{-\gamma\bar{\theta}/2} \bar{\theta}}{(k_a (1-\bar{\theta}) e^{\gamma\bar{\theta}/2} - 1) e^{\alpha_0 \zeta E} \bar{\theta}}, \quad (1.8)$$

$$\chi_1 = -\frac{k_a u_1(\bar{\theta})(1-\bar{\theta})e^{\gamma\bar{\theta}/2} + u_1(\bar{\theta}) + k_a u_1(\bar{\theta}) u_1'(\bar{\theta})(1-\bar{\theta})e^{\gamma\bar{\theta}/2}}{e^{\alpha_0 \zeta E} \bar{\theta} u_1'(\bar{\theta})}, \quad (1.9)$$

где значение $\theta = \bar{\theta}$ — значение в точке срыва.

Уравнения (1.6)–(1.9) определяют первое приближение для траектории–утки, проходящей через точку срыва $(u(\theta), \theta)$ системы (1.1), (1.2).

Во время проведения исследования мы столкнулись с проблемой влияния внешнего шума на критический режим в модели. Так как этот режим моделируется траекторией–уткой, необходимо изучить, как изменяется ее форма, размер и сама возможность существования под действием внешних возмущений. [16; 17].

2. Стохастическая модель

Исследуется модель электрохимической реакции типа Купера – Слайтера с учетом случайных возмущений. Предполагается, что в системе присутствует белый шум малой интенсивности:

$$\frac{du}{dt} = -k_a \exp(\gamma\theta/2)u(1-\theta) + k_d \exp(-\gamma\theta/2)\theta + 1 - u + \epsilon\xi_1, \quad (2.1)$$

$$\beta \frac{d\theta}{dt} = k_a \exp(\gamma\theta/2)u(1-\theta) - k_d \exp(-\gamma\theta/2)\theta - k_e \exp(\alpha_0 f E)\theta + \epsilon\xi_2. \quad (2.2)$$

Зафиксируем следующие значения параметров $\epsilon = 0.2$, $\gamma = 8.99$, $k_a = 10$, $k_d = 100$, $k_e = 0.85$, $\alpha_0 = 0.5$, $f = 38.7$, $E = 0.207$ если только другие значения не указаны в подписях к рисункам.

Начнем с анализа стохастической чувствительности равновесия системы в зависимости от управляющего параметра k_e .

3. Теоретическая чувствительность к шуму

Для анализа чувствительности к шуму стохастического равновесия динамической системы в работах [18–19] был использован метод функции стохастической чувствительности (ФСЧ). Он основан на вычислении матрицы стохастической чувствительности W . Это положительно определенная матрица, характеризующая разброс случайных траекторий системы вокруг положения равновесия. Собственные числа матрицы W являются теоретическими характеристиками чувствительности к шуму.

Матрица W находится из решения матричного уравнения:

$$FW + WF^T + S = 0, \quad (3.1)$$

где

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial u} & \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{\partial g}{\partial u} & \frac{\partial g}{\partial \theta} \end{pmatrix}_{(\bar{u}, \bar{\theta})}, S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, W = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{12} & w_{22} \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

Элементы матрицы W могут быть получены из (3.1):

$$w_{11} = \frac{-1 - 2f_{\theta}w_{12}}{2f_u}, \quad w_{22} = \frac{-1 - 2g_uw_{12}}{2g_{\theta}}, \quad w_{12} = \frac{f_u f_{\theta} + g_u g_{\theta}}{2(f_{\theta}^2 g_{\theta} + g_{\theta}^2 f_u - f_u f_{\theta} g_u - f_u g_u g_{\theta})},$$

и собственные числа:

$$\lambda_{1,2} = \frac{w_{11} + w_{22} \pm \sqrt{(w_{11} + w_{12})^2 - 4(w_{11}w_{22} - w_{12}^2)}}{2}. \quad (3.3)$$

где

$$f_u = \frac{\partial f}{\partial u}(\bar{u}, \bar{\theta}), \quad f_{\theta} = \frac{\partial f}{\partial \theta}(\bar{u}, \bar{\theta}), \quad g_u = \frac{\partial g}{\partial u}(\bar{u}, \bar{\theta}), \quad g_{\theta} = \frac{\partial g}{\partial \theta}(\bar{u}, \bar{\theta}).$$

Результаты, полученные теоретическим методом, представлены на рисунке 1.

Можно увидеть, что одно из собственных значений (3.3) очень мало (рис. 1, красная линия), таким образом стохастическая чувствительность определяется наибольшим из собственных значений. График показывает, что стохастическое равновесие становится более чувствительным к шуму по мере увеличения управляющего параметра k_e .

4. Индуцированные шумом переходы

В стохастической модели при воздействии шума возможны качественные изменения — при достижении некоторого критического значения интенсивности шума ϵ_{cr} происходит переход из одного детерминированного аттрактора (точки покоя) в другой (предельный цикл). Такие качественные изменения в системе называют индуцированными шумом переходы. Рассмотрим изменение стохастического фазового портрета, в зависимости от интенсивности шума.

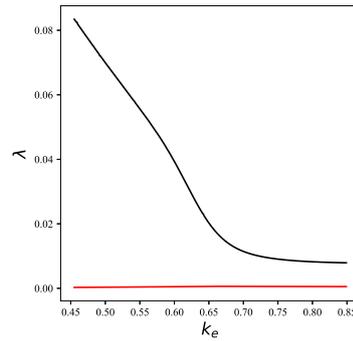
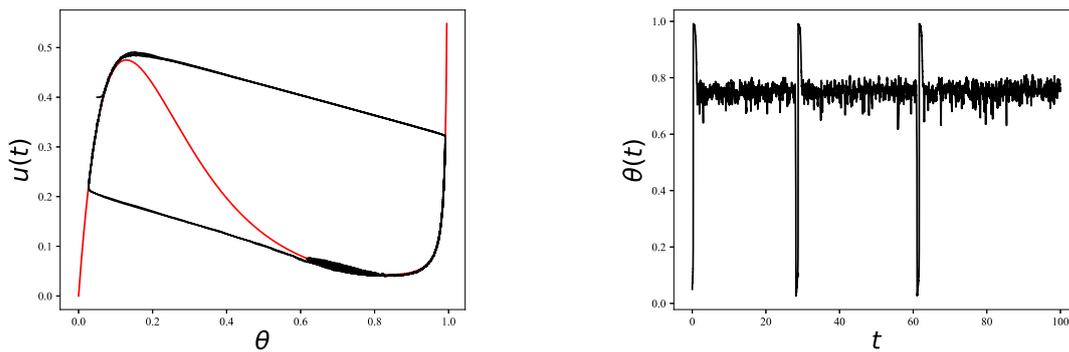
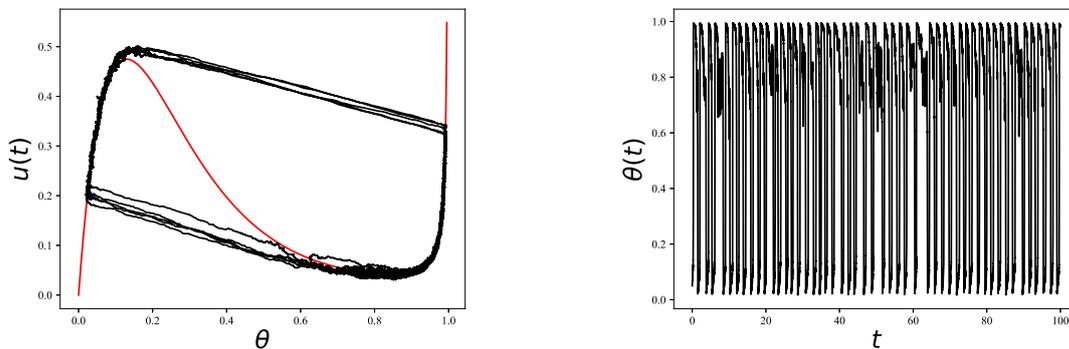


Рис. 1. Теоретическая чувствительность к шуму

При малом шуме разброс случайных состояний всегда находится в окрестности равновесия. С ростом интенсивности шума появляются редкие переходы через неустойчивый цикл на предельный цикл и обратно. То есть наблюдаются колебания смешанного типа (рис. 2). Однако, с ростом бифуркационного параметра и приближением к зоне, где точка покоя теряет устойчивость, колебания принимают вид большеамплитудных (рис. 3). При дальнейшем увеличении интенсивности шума переходы становятся более частыми.

Рис. 2. Индуцированный шумом переход для значения управляющего параметра и величины шума $k_e = 0.85, \epsilon = 0.0098$ Рис. 3. Индуцированный шумом переход для значения управляющего параметра и величины шума $k_e = 0.85, \epsilon = 0.02$

Таким образом, используя аппарат функции стохастической чувствительности (ФСЧ), мы можем предсказать значение интенсивности шума ϵ_{cr} соответствующее началу переходов. Например, для управляющего параметра $k_e = 0.85$, на котором были продемонстрированы индуцированные шумом переходы, критическое значение интенсивности шума примерно равно $\epsilon_{cr} \approx 0.009495$.

Выполнив поиск критических значений интенсивности шума для значений параметра k_e из устойчивой зоны, мы получили зависимость ϵ_{cr} от управляющего параметра. Из графика (4) видно, что с

ростом величины бифуркационного параметра значение интенсивности шума, при котором начинают проявляться переходы между аттракторами, уменьшается.

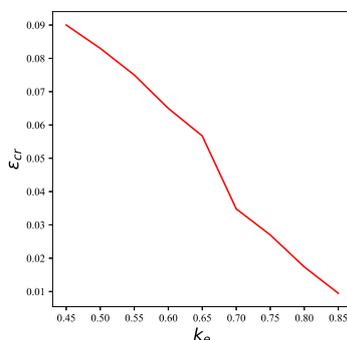


Рис. 4. Зависимость критического значения шума от управляющего параметра k_e

Выводы

Было проведено исследование влияния гауссовского белого шума на цикл–утку в динамической модели электрохимической реакции. Был выполнен анализ индуцированных шумом переходов, исследовано воздействие внешних возмущений на предельный цикл, в каждой точке которого была найдена чувствительность цикла к шуму. Получена критическая интенсивность шума, при которой колебания малой амплитуды преобразуются в колебания смешанного типа. Основой исследования является техника функций стохастической чувствительности. Эффективность данного аналитического подхода подтверждается хорошим соответствием теоретических оценок и результатов прямого численного моделирования.

Литература

- [1] Berglund N., Gentz B., Kuehn C. Hunting french ducks in a noisy environment // Journal of Differential Equations. 2012. Vol. 252(9). P. 4786–4841. DOI:10.1016/j.jde.2012.01.015.
- [2] Grasman J. Asymptotic analysis of nonlinear systems with small stochastic perturbations // Mathematics and Computers in Simulation. 1989. Vol. 31(1-2). P. 41–54. URL: <https://socionet.ru/d/repec:eee:matcom:v:31:y:1989:i:1:p:41-54/http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378475489900529>.
- [3] Berthier F., Diard J.P., Nugues S. On the nature of the spontaneous oscillations observed for the Koper-Sluyters electrocatalytic reaction // Journal of Electroanalytical Chemistry. 1997. Vol. 436(1). P. 35–42.
- [4] Koper M.T.M., Sluyters J.H. Instabilities and oscillations in simple models of electrocatalytic surface reactions // Journal of Electroanalytical Chemistry. 1994. Vol. 371(1). P. 149. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-0728\(93\)03248-N](https://doi.org/10.1016/0022-0728(93)03248-N).
- [5] Фирстова Н.М. Исследование критических явлений в модели электрохимического реактора // Вестник Самарского государственного университета. 2013. Т. 110(9/2). С. 221–226. URL: http://repo.ssau.ru/bitstream/Informacionnye-tehnologii-i-nanotehnologii/Modelirovanie-kriticheskikh-yavlenii-v-modeli-elektrohimicheskogo-reaktora-s-uchetom-vneshnego-soprotivleniya-cepti-63841/1/paper%20180_1020-1024.pdf.
- [6] Shchepakina E.A., Firstova N.M. Study of oscillatory processes in the one model of electrochemical reactor // CEUR Workshop Proceedings. 2016. Vol. 1638. P. 731. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-731-741.
- [7] Firstova N., Shchepakina E. Conditions for the critical phenomena in a dynamic model of an electrocatalytic reaction // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 811. P. 151.
- [8] Firstova N., Shchepakina E. Modelling of Critical Conditions for an Electrochemical Reactor Model // Procedia Engineering. 2017. Vol. 201. P. 495–502. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.621.
- [9] Щепакина Е.А. Условия безопасности воспламенения горючей жидкости в пористом изоляционном материале // Сибирский журнал промышленной математики. 2002. Т. 5. № 3(11). С. 162–169. URL: <http://mi.mathnet.ru/sjim253>.
- [10] Щепакина Е.А. Сингулярные возмущения в задаче моделирования безопасных режимов горения // Матем. моделирование. 2003. Т. 15. № 8. С. 113–117. URL: <http://mi.mathnet.ru/mm414>.

- [11] Shchepakina E.A. Black swans and canards in self-ignition problem // *Nonlinear Anal.: Real World Appl.* 2003. Vol. 4. P. 45–50. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1468-1218\(02\)00012-3](https://doi.org/10.1016/S1468-1218(02)00012-3).
- [12] Щепакина Е.А. Сингулярно возмущенные модели горения в многофазных средах // *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2003. Т. 6. № 4(16). С. 142–157. URL: <http://mi.mathnet.ru/sjim429>.
- [13] Голодова Е.С., Щепакина Е.А. Моделирование безопасных процессов горения с максимальной температурой // *Матем. моделирование*. 2008. Т. 20. № 5. С. 55–68. URL: <http://mi.mathnet.ru/mm2390>.
- [14] Соболев В.А., Щепакина Е.А. Редукция моделей и критические явления в макрокинетике. М.: Физматлит, 2010, 319 с.
- [15] Shchepakina E.A. Critical phenomena in a model of fuel's heating in a porous medium // *CEUR Workshop Proceedings*. 2015. Vol. 1490. P. 179. DOI: 10.18287/1613-0073-2015-1490-179-189.
- [16] De Swart H.E., Grasman J. Effect of stochastic perturbations on a low-order spectral model of the atmospheric circulation // *Tellus*. 1987. Vol. 39A. P. 10–24. DOI: <https://doi.org/10.3402/tellusa.v39i1.11735>.
- [17] Grasman J. Asymptotic analysis of nonlinear systems with small stochastic perturbations // *Mathematics and Computers in Simulation*. 1989. Vol. 31. P. 41–54. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378475489900529>.
- [18] Bashkirtseva I.A., Ryashko L.B. Sensitivity analysis of the stochastically and periodically forced Brusselator // *Physica A*. 2000. Vol. 278. P. 126–139. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00453](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00453).
- [19] Bashkirtseva I.A., Ryashko L.B. Stochastic sensitivity analysis of noise-induced excitement in a prey–predator plankton system // *Frontiers in Life Science*. 2011. Vol. 5. P. 141–148. DOI: <https://doi.org/10.1080/21553769.2012.702666>.

References

- [1] Berglund N., Gentz B., Kuehn C. Hunting french ducks in a noisy environment. *Journal of Differential Equations*, 2012, Vol. 252, no. 9, pp. 4786–4841. DOI:10.1016/j.jde.2012.01.015 [in English].
- [2] Grasman J. Asymptotic analysis of nonlinear systems with small stochastic perturbations. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1989, Vol. 31. no. 1-2, pp. 41–54. Available at: <https://sconet.ru/d/repec:eee:matcom:v:31:y:1989:i:1:p:41-54/http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378475489900529> [in English].
- [3] Berthier F., Diard J.P., Nuges S. On the nature of the spontaneous oscillations observed for the Koper-Sluyters electrocatalytic reaction. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 1997, Vol. 436, no. 1, pp. 35–42 [in English].
- [4] Koper M.T.M., Sluyters J.H. Instabilities and oscillations in simple models of electrocatalytic surface reactions. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 1994, Vol. 371, no. 1, p. 149. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-0728\(93\)03248-N](https://doi.org/10.1016/0022-0728(93)03248-N) [in English].
- [5] Firstova N. *Issledovanie kriticheskikh yavlenii v modeli elektrokhimicheskogo reaktora* [Study of the critical phenomena in the model of electrochemical reactor]. *Vestnik of Samara State University*, 2013, Vol. 110, no. 9/2, pp. 221–226. Available at: http://repo.ssau.ru/bitstream/Informacionnye-tehnologii-i-nanotehnologii/Modelirovanie-kriticheskikh-yavlenii-v-modeli-elektrokhimicheskogo-reaktora-s-uchetom-vneshnego-soprotivleniya-cepti-63841/1/paper%20180_1020-1024.pdf [in Russian].
- [6] Shchepakina E.A., Firstova N.M. Study of oscillatory processes in the one model of electrochemical reactor. *CEUR Workshop Proceedings*, 2016, Vol. 1638, pp. 731–741. DOI: 10.18287/1613-0073-2016-1638-731-741 [in English].
- [7] Firstova N., Shchepakina E. Conditions for the critical phenomena in a dynamic model of an electrocatalytic reaction. *Journal of Physics: Conference Series*, 2017, Vol. 811, pp. 151 [in English].
- [8] Firstova N., Shchepakina E. Modelling of Critical Conditions for an Electrochemical Reactor Model. *Procedia Engineering*, 2017, Vol. 201, pp. 495–502. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.621 [in English].
- [9] Shchepakina E.A. *Usloviya bezopasnosti vosplamneniya goryuchei zhidkosti v poristom izolyatsionnom materiale* [Conditions of safe ignition of combustible fluids in a porous insulating material]. *Sibirskii zhurnal industrialnoi matematiki* [Journal of Applied and Industrial Mathematics], 2002, Vol. 5, no. 3(11), pp. 162–169. Available at: <http://mi.mathnet.ru/sjim253> [in Russian].
- [10] Shchepakina E.A. *Singulyarnye vozmushcheniya v zadache modelirovaniya bezopasnykh rezhimov goreniya* [Singular perturbations in one problem of safe combustion regimes modelling]. *Matem. modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2003, Vol. 15, no.8. pp. 113–117. Available at: <http://mi.mathnet.ru/mm414> [in Russian].
- [11] Shchepakina E.A. Black swans and canards in self-ignition problem. *Nonlinear Anal.: Real World Appl.*, 2003, Vol. 4, pp. 45–50. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1468-1218\(02\)00012-3](https://doi.org/10.1016/S1468-1218(02)00012-3) [in English].

- [12] Shchepakina E.A. *Singulyarno vozrushchennyye modeli goreniya v mnogofaznykh sredakh* [Singularly perturbed models of combustion in multiphase media]. *Sibirskii zhurnal industrialnoi matematiki* [Journal of Applied and Industrial Mathematics], 2003, Vol. 6, no. 4(16), pp. 142–157. Available at: <http://mi.mathnet.ru/sjim429> [in Russian].
- [13] Golodova E.S., Shchepakina E.A. *Modelirovanie bezopasnykh protsessov goreniya s maksimalnoi temperaturoi* [Modelling of safe combustion with maximal temperature]. *Matem. modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2008, Vol. 20, no. 5. pp. 55–68. Available at: <http://mi.mathnet.ru/mm2390> [in Russian].
- [14] Sobolev V.A., Shchepakina E.A. *Reduktsiya modelei i kriticheskie yavleniya v makrokinetike* [Model reduction and critical phenomena in macrokinetics]. M.: Fizmatlit, 2010, 319 p. [in Russian].
- [15] Shchepakina E.A. Critical phenomena in a model of fuel's heating in a porous medium. *CEUR Workshop Proceedings*, 2015, Vol. 1490, pp. 179–189. DOI: 10.18287/1613-0073-2015-1490-179-189 [in English].
- [16] De Swart H.E., Grasman J. Effect of stochastic perturbations on a low-order spectral model of the atmospheric circulation *Tellus*, 1987, Vol. 39A, pp. 10–24. DOI: <https://doi.org/10.3402/tellusa.v39i1.11735>.
- [17] Grasman J. Asymptotic analysis of nonlinear systems with small stochastic perturbations. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1989, Vol. 31, pp. 41–54. Available at: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378475489900529> [in English].
- [18] Bashkirtseva I.A., Ryashko L.B. Sensitivity analysis of the stochastically and periodically forced Brusselator. *Physica A*, 2000, Vol. 278, pp. 126–139. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00453](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00453) [in English].
- [19] Bashkirtseva I.A., Ryashko L.B. Stochastic sensitivity analysis of noise-induced excitement in a prey–predator plankton system *Frontiers in Life Science*, 2011, Vol. 5, pp. 141–148. DOI: <https://doi.org/10.1080/21553769.2012.702666>.

N.M. Firstova³

WHITE NOISE EFFECT IN THE DYNAMIC MODEL OF THE ELECTROCHEMICAL REACTION⁴

The work is devoted to the problem of the Gaussian white noise influence on a canard cycle in a dynamic model of an electrochemical reaction. This study is conducted on the example of an electrochemical reaction of the Cooper-Slyter type. An analysis of noise-induced transitions was performed, the effect of external disturbances on the limit cycle is investigated, the sensitivity of the cycle to the noise is found. A critical noise intensity, at which the small-amplitude oscillations are transformed into mixed-mode oscillations, is obtained. It is shown that an increase in the intensity of random perturbations can lead to significant deformations of the modes in the model up to their destruction.

Key words: random perturbations, Gaussian white noise, stochastic sensitivity, system stability, canard cycle, differential equations, stochastic equations.

Citation. Firstova N.M. *Effekt vliyaniya belogo shuma v dinamicheskoi modeli elektrokhimicheskoi reaktsii* [White noise effect in the dynamic model of the electrochemical reaction]. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia* [Vestnik of Samara University. Natural Science Series], 2018, no. 24, no. 4, pp. 41–47. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2018-24-4-41-47> [in Russian].

Статья поступила в редакцию 10/IX/2018.

The article received 10/IX/2018.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.

³ Firstova Natalia Mikhailovna (firstova.natalia@yandex.ru), Department of Technical Cybernetics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

⁴The study was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research and the Government of the Samara Region within the framework of research projects No. 16-41-630524 p_a and No. 16-41-630529 p_a and the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of the Samara University competitiveness improvement program (2013–2020).