УДК 517.95

О.М. Кечина[1]

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В статье рассматривается нелокальная задача с интегральными условиями для дифференциального уравнения в частных производных третьего порядка. Доказано существование единственного классического решения задачи в прямоугольной области. Доказательство проводится методом "вспомогательных задач". Сначала решается задача для уравнения первого порядка относительно вновь введенной функции. Затем доказывается однозначная разрешимость интегрального аналога задачи Гурса для гиперболического уравнения второго порядка эквивалентным сведением задачи к интегральному уравнению Вольтерра второго рода.

Ключевые слова: нелокальная задача, уравнение в частных производных третьего порядка, интегральные условия.

Введение

Задачи с нелокальными условиями для дифференциальных уравнений в частных производных различных порядков в настоящее время активно изучаются. Полученные результаты отражены в большом количестве статей, некоторые из которых, а именно, опубликованные в последние несколько лет, мы здесь отметим [1–11], Одним из интересных направлений исследований уравнений в частных производных является изучение различных задач для уравнений с доминирующей смешанной производной. Таким задачам для уравнения второго порядка,например, посвящена работа Л.С. Пулькиной [1]. В последнее время появились работы В.И. Жегалова и Е.А. Уткиной [2–4], в которых рассмотрены нелокальные задачи для уравнений третьего и четвертого порядков. В статьях А.Н. Миронова [5; 6], иследуются задачи для уравнений третьего и четвертого порядков. В работах Асановой [7; 8] рассматриваются нелокальные задачи для систем гиперболических уравнений со смешанными производными, исследуются вопросы существования единственного классического решения нелокальной задачи с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений в прямоугольной области и способы его построения. Нелокальная задача с интегральными условиями сводится к эквивалентной задаче, состоящей из задачи Гурса для системы гиперболических уравнений с функциональными параметрами и функциональным соотношениям. Нелокальные задачи с интегральными условиями для уравнений третьего порядка исследованы такжев работах Бештокова М.Х., Лукиной Г.А., Кожанова А.И. [9–11].

1. Постановка задачи

В прямоугольной области $\Omega = \{(x,y): \ 0 < x < a, \ 0 < y < b\}$ рассмотрим уравнение

$$\left(\alpha\frac{\partial}{\partial x} + \beta\frac{\partial}{\partial y}\right)(u_{xy} + (A(x,y)u)_x + (B(x,y)u)_y + C(x,y)u) = f(x,y), \tag{1.1}$$

(где α и β — отличные от нуля постоянные), и поставим следующую задачу: найти решение уравнения (1.1), удовлетворяющее условию

$$u_x(0,y) = \nu(y), 0 \leqslant y \leqslant b \tag{1.2}$$

и интегральным условиям

$$\int_0^a u(x,y)dx = \psi(y), 0 \leqslant y \leqslant b, \tag{1.3}$$

$$\int_0^b u(x,y)dy = \varphi(x), 0 \leqslant x \leqslant a. \tag{1.4}$$

Кечина Ольга Михайловна (omka-83@mail.ru), кафедра физики, математики и методики обучения, Самарский государственный социально-педагогический университет, 443090, Российская Федерация, г. Самара, ул. М. Горького, 65/67.

Под классическим решением поставленной задачи будем понимать функцию $u(x,y) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C^3(\Omega)$, удовлетворяющую уравнению (1.1) и условиям (1.2)–(1.4).

2. Разрешимость задачи

Рассмотрим сначала случай

$$A_x(0,y) + B_y(0,y) + B(0,y) = 0, \quad C(0,y) = 0,$$

Теорема. Пусть выполняются условия:

$$A(x,y), B(x,y), C(x,y), \in C^2(\bar{\Omega}), f(x,y) \in C^1(\bar{\Omega}),$$
$$A_y \geqslant 0, \quad B_x \geqslant 0, \quad C_{xy} \geqslant 0,$$
$$A_y B_x - C^2 \geqslant 0,$$
$$\varphi(x) \in C[0,a] \cap C^2(0,a), \psi(y) \in C[0,b] \cap C^2(0,b),$$
$$\nu(y) \in C^2[0,b].$$

Тогда существует единственное классическое решение задачи (1.1)–(1.4) .

Доказательство. Обозначим

$$w(x,y) = u_{xy} + A(x,y)u_x + B(x,y)u_y + C(x,y)u \tag{2.1}$$

и рассмотрим вспомогательную задачу относительно новой введенной функции.

Вспомогательная задача: найти решение уравнения

$$\alpha \frac{\partial w}{\partial x} + \beta \frac{\partial w}{\partial y} = f(x,y), \tag{2.2}$$

удовлетворяющее условию

$$w(0,y) = \nu'(y) + A(0,y)\nu(y). \tag{2.3}$$

Соответствующая этому дифференциальному уравнению в частных производных первого порядка система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{\alpha} = \frac{dy}{\beta} = \frac{dw}{f(x,y)}.$$

находя первые интегралы этой системы, получим общее решение уравнения (2.2)

$$\Phi\left(y - \frac{\beta}{\alpha}x, w - \frac{1}{\alpha}\int_0^x f(\xi,y)d\xi\right) = 0, \tag{2.4}$$

где Φ — произвольная непрерывно дифференцируемая функция.

Так как $w(x,y)$ входит только в один из первых интегралов, то, следуя [12], получим общее решение уравнения (2.2) в явном виде

$$w(x,y) = H(y - \frac{\beta}{\alpha}x) + \frac{1}{\alpha}\int_0^x f(\xi,y)d\xi, \tag{2.5}$$

где H — произвольная непрерывно дифференцируемая функция

Из (2.5) следует, что

$$w(0,y) = H(y).$$

Учитывая условие (2.3), получили, что

$$H(y) = \nu'(y) + A(0,y)\nu(y), \tag{2.6}$$

а тогда

$$w(x,y) = \nu'(y - \frac{\beta}{\alpha}x) + A(0, y - \frac{\beta}{\alpha}x)\nu(y - \frac{\beta}{\alpha}x) + \frac{1}{\alpha}\int_0^x f(\xi,y)d\xi \tag{2.7}$$

является решением вспомогательной задачи для уравнения (2.2) с условием (2.3), принадлежащим классу $C^2(\bar{\Omega})$

Таким образом, мы приходим к задаче отыскания функции $u(x,y)$ — решения уравнения

$$u_{xy} + (A(x,y)u)_x + (B(x,y)u)_y + C(x,y)u = w(x,y), \tag{2.8}$$

удовлетворяющей интегральным условиям (1.3) и (1.4), где $w(x,y)$ определяется соотношением (2.7).

Эта задача является интегральным аналогом задачи Гурса. В простейшем случае, а именно при $A = B = C = 0$, задача рассматривалась в [13]. В [14] разрешимость доказана для общего уравнения: было показано, что задача имеет единственное классическое решение из $C^1(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$, если выполняются условия:

$$A(x,y), B(x,y), C(x,y), \in C^1(\bar{\Omega}), C_{xy}, w(x,y) \in C(\bar{\Omega}),$$

$$A_y \geqslant 0, \quad B_x \geqslant 0, \quad C_{xy} \geqslant 0, \quad A_y B_x - C^2 \geqslant 0,$$

$$\varphi(x) \in C[0,a] \cap C^2(0,a), \psi(y) \in C[0,b] \cap C^2(0,b),$$

$$\int_0^a \varphi(x)dx = \int_0^b \psi(y).$$

Для доказательства единственности решения покажем, что соответствующая однородная задача имеет только тривиальное решение. Пусть $\varphi(x) = 0, \psi(y) = 0$. Пусть $\varphi(x) = 0, \psi(y) = 0$. Умножим уравнение (2.8) с $w(x,y) = 0$ на функцию $\int_0^y \int_0^x u(\xi,\eta)d\xi d\eta$ и полученное равенство проинтегрируем по области Ω.

Проинтегрировав каждое слагаемое дважды по частям с учетом однородных условий, получим

$$\int\limits_0^b \int\limits_0^a u^2(x,y)dxdy + \frac{1}{2}\int\limits_0^b \int\limits_0^a C_{xy}\left(\int\limits_0^y \int\limits_a^x u(\xi,\eta)d\xi d\eta\right)^2 dxdy +$$

$$+\frac{1}{2}\int\limits_0^b \int\limits_0^a \left[A_y(x,y)\left(\int\limits_0^y u(x,\eta)d\eta\right)^2 - \right.$$

$$\left. -2C(x,y)\int\limits_0^y u(x,\eta)d\eta \int\limits_0^x u(\xi,y)d\xi + B_x(x,y)\left(\int\limits_a^x u(\xi,y)d\xi\right)^2\right] dxdy = 0$$

Выражение, стоящее в левой части равенства, неотрицательно. Оно обращается в нуль только в случае равенства нулю функции $u(x,y)$.

Так как однородная задача имеет только нулевое решение, то соответствующая неоднородная задача имеет единственное решение.

Существование решения доказывается в несколько этапов. Сначала показывается, что поставленная задача эквивалентна нагруженному интегральному уравнению.

$$u(x,y) - \frac{1}{a}\int\limits_0^a \int\limits_0^y A(x,\eta)u(x,\eta)d\eta dx - \frac{1}{a}\int\limits_0^a \int\limits_0^x B(\xi,y)u(\xi,y)d\xi dx -$$

$$-\frac{1}{b}\int\limits_0^b \int\limits_0^y A(x,\eta)u(x,\eta)d\eta dy - \frac{1}{b}\int\limits_0^b \int\limits_0^x B(\xi,y)u(\xi,y)d\xi dy +$$

$$+\frac{1}{ab}\int\limits_0^a \int\limits_0^b \int\limits_0^y A(x,\eta)u(x,\eta)d\eta dy dx + \frac{1}{ab}\int\limits_0^a \int\limits_0^b \int\limits_0^x B(\xi,y)u(\xi,y)d\xi dy dx +$$

$$+\int\limits_0^y A(x,\eta)u(x,\eta)d\eta + \int\limits_0^x B(\xi,y)u(\xi,y)d\xi + \frac{1}{ab}\int\limits_0^a \int\limits_0^b \int\limits_0^y \int\limits_0^x C(\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi d\eta dy dx -$$

$$-\frac{1}{a}\int\limits_0^a \int\limits_0^y \int\limits_0^x C(\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi d\eta dx - \frac{1}{b}\int\limits_0^b \int\limits_0^y \int\limits_0^x C(\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi d\eta dy +$$

$$+\int\limits_0^y \int\limits_0^x C(\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi d\eta = F(x,y),$$

где

$$F(x,y) = \frac{1}{b}\varphi(x) + \frac{1}{a}\psi(y) - \frac{1}{2ab}\int\limits_0^a \varphi(x)dx - \frac{1}{2ab}\int\limits_0^b \psi(y)dy -$$

$$-\int\limits_0^y \int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta - \frac{1}{a}\int\limits_0^a \int\limits_0^y \int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dx -$$

$$-\frac{1}{b}\int\limits_0^b\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dy+\frac{1}{ab}\int\limits_0^a\int\limits_0^b\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dy dx.$$

Затем полученное нагруженное уравнение сводится к интегральному уравнению Вольтерра второго рода с непрерывным в $\bar{\Omega}$ ядром и правой частью

$$\tilde{u}(x,y)+\int\limits_0^x B(\xi,y)\tilde{u}(x,y)d\xi=H(x,y), \tag{2.9}$$

где

$$\tilde{u}(x,y)=u(x,y)+\int\limits_0^y A(x,\eta)u(x,\eta)d\eta, \tag{2.10}$$

$$H(x,y)=\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta+\frac{1}{ab}\int\limits_0^a\int\limits_0^b\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dy dx- \tag{2.11}$$

$$-\frac{1}{a}\int\limits_0^a\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dx-\frac{1}{b}\int\limits_0^b\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dy+\int\limits_0^y\int\limits_0^x[B(\xi,y)A(x,\eta)-C(\xi,\eta)]u(\xi,\eta)d\xi d\eta.$$

Рассматривая $u(x,y)$ как решение уравнения (2.9), придем к уравнению относительно $u(x,y)$:

$$u(x,y)=\int\limits_0^y\int\limits_0^x \tilde{H}(\xi,\eta,x,y)u(\xi,\eta)d\xi d\eta+\tilde{G}(x,y), \tag{2.12}$$

с непрерывными в $\bar{\Omega}$ ядром и правой частью, $\tilde{H}(\xi,\eta,x,y)$ выражается через коэффициенты уравнения (2.2), а функция $\tilde{G}(x,y)$ — через $w(x,y)$. [14]

$$\tilde{H}(\xi,\eta,x,y)=D(\xi,\eta,x,y)-H_1(\xi,\eta,x,y)-H_2(\xi,\eta,x,y)+H_3(\xi,\eta,x,y),$$
$$D(\xi,\eta,x,y)=B(\xi,y)A(x,\eta)-C(\xi,\eta),$$
$$H_1(\xi',\eta,x,y)=\int\limits_{\xi'}^x R_B(\xi,y,-1)D(\xi',\eta,\xi,y)d\xi,$$
$$H_2(\xi,\eta',x,y)=\int\limits_{\eta'}^y R_A(x,\eta,-1)D(\xi,\eta',x,\eta)d\eta,$$
$$H_3(\xi',\eta',x,y)=\int\limits_{\xi'}^x\int\limits_{\eta'}^y R_A(x,\eta,-1)R_B(\xi,\eta,-1)D(\xi',\eta',\xi,\eta)d\eta d\xi,$$

$R_B(\xi,y,-1)$ — резольвента ядра $B(\xi,y)$ уравнения (2.9), $R_A(x,\eta,-1)$ — резольвента ядра $A(x,\eta)$ уравнения (2.10).

$$\tilde{G}(x,y)=G(x,y)-\int\limits_0^x R_B(\xi,y,-1)G(\xi,y)d\xi-\int\limits_0^y R_A(x,\eta,-1)G(x,\eta)d\eta+$$
$$+\int\limits_0^y R_A(x,\eta,-1)\int\limits_0^x R_B(\xi,\eta,-1)G(\xi,\eta)d\xi d\eta,$$

$$G(x,y)=\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta+\frac{1}{ab}\int\limits_0^a\int\limits_0^b\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dy dx-$$
$$-\frac{1}{a}\int\limits_0^a\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dx-\frac{1}{b}\int\limits_0^b\int\limits_0^y\int\limits_0^x w(\xi,\eta)d\xi d\eta dy.$$

Уравнение (2.12) имеет единственное решение $u(x,y)$ [15]. При выполнении условий теоремы сформулированные условия существования и единственности решения задачи будут справедливы. Следовательно, можем сделать вывод об однозначной разрешимости исходной задачи. В силу эквивалентности задачи (2.8), (1.3), (1.4) и уравнения (2.12) решение интегрального уравнения (2.12) является решением задачи (2.8), (1.3), (1.4), а так как эта задача эквивалентна исходной задаче, то и решением исходной задачи.

Так как в силу условий теоремы функции $\tilde{H}(\xi,\eta,x,y)$, $\tilde{G}(x,y)$ имеют непрерывные производные второго порядка $\tilde{H}_{xx},\tilde{H}_{xy},\tilde{H}_{yy},\tilde{G}_{xx},\tilde{G}_{xy},\tilde{G}_{yy}$ и третьего порядка $\tilde{H}_{xyx},\tilde{H}_{xyy},\tilde{G}_{xyx},\tilde{G}_{xyy}$, можно убедиться, что существуют непрерывные производные третьего порядка $u_{xyx}(x,y)$, $u_{xyy}(x,y)$ и второго: $u_{xx}(x,y)$ и $u_{yy}(x,y)$.

Литература

[1] Пулькина Л.С. О разрешимости в L_2 нелокальной задачи с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 2000. № 2. С. 279–280.

[2] Жегалов В.И., Уткина Е.А. Об одном псевдопараболическом уравнении третьего порядка // Известия вузов. Математика. 1999. № 10. С. 73–76.

[3] Уткина Е.А. О единственности решения полуинтегральной задачи для одного уравнения четвертого порядка // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2010. № 4(78). С. 98–102.

[4] Уткина Е.А. Характеристическая граничная задача для уравнения третьего порядка с псевдопараболическим оператором и со смещением аргументов искомой функции // Известия вузов. Математика. 2014. № 2. С. 54–60.

[5] Миронов А.Н., Миронова Л.Б. Об инвариантах Лапласа для уравнения с доминирующей частной производной третьего порядка с двумя независимыми переменными // Матем. заметки. 2016. № 99:1. С. 89–96.

[6] Миронов А.Н., Миронова Л.Б. Об инвариантах Лапласа для одного уравнения четвертого порядка с двумя независимыми переменными // Известия вузов. Математика. 2014. № 10. С. 27–34.

[7] Асанова А.Т. Нелокальная задача с интегральными условиями для системы гиперболических уравнений в характеристическом прямоугольнике // Известия вузов. Математика. 2017. № 5. С. 11–25.

[8] Асанова А.Т. О нелокальной задаче с интегральным смещением для систем гиперболических уравнений со смешанной производной // Матем. журн. 2008. № 8:1. С. 9–16.

[9] Бештоков М.Х. Априорные оценки решения нелокальных краевых задач для псевдопараболического уравнения // Владикавказский математический журнал. 2013. Т. 15. Вып. 3. С. 19–36.

[10] Лукина Г.А. Краевые задачи с интегральными граничными условиями по времени для уравнений третьего порядка // Матем. заметки ЯГУ. 2010. Т. 17. Вып. 2. С. 75–97.

[11] Кожанов А.И., Попов Н.С. О разрешимости некоторых задач со смещением для псевдопараболических уравнений // Вестник НГУ. Сер.: Математика. 2010. Т. 100. Вып. 3. С. 46–62.

[12] Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник. М.: КомКнига, 2007. 240 с.

[13] Нахушева З.А. Об одной нелокальной задаче для уравнений в частных производных // Дифференциальные уравнения. 1986. № 1. С. 171–174.

[14] Пулькина Л.С., Кечина О.М. Нелокальная задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения в характеристическом прямоугольнике // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2009. № 2(68). С. 80–88.

[15] Михлин С.Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. М.: Физматгиз, 1959. 232 с.

References

[1] Pulkina L.S. *O razreshimosti v L_2 nelokal'noi zadachi s integral'nymi usloviiami dlia giperbolicheskogo uravneniia* [On solvability of L_2 nonlocal problem with integral conditions for a hyperbolic equation]. *Differentsial'nye uravneniia* [Differential Equations], 2000, no. 2, pp. 279–280 [in Russian].

[2] Zhegalov V.I.. Utkina E.A. *Ob odnom pseudoparabolicheskom uravnenii tret'ego poriadka* [On one pseudoparabolic equation of the third order]. *Izvestiia vuzov. Matematika* [Russian Mathematics. (Iz. VUZ)], 1999, № 10, pp. 73–76 [in Russian].

[3] Utkina E.A. *O edinstvennosti resheniia poluintegral'noi zadachi dlia odnogo uravneniia chetvertogo poriadka* [About uniqueness of the solution of semi-integral problem for one equation of the fourth order]. *Vestnik SamGU — Estestvennonauchnaia seriia* [Vestnik of Samara State University. Natural Science Series], 2010, № 4(78), pp. 98–102 [in Russian].

[4] Utkina E.A. *Kharakteristicheskaia granichnaia zadacha dlia uravneniia tret'ego poriadka s pseudoparabolicheskim operatorom i so smeshcheniem argumentov iskomoi funktsii* [Characteristic boundary-value problem for a third-order equation with pseudo-parabolic operator and with shifted arguments of desired function]. *Izvestiia vuzov. Matematika* [Russian Mathematics. (Iz. VUZ)], 2014, № 2, pp. 54–60 [in Russian].

[5] Mironov A.N., Mironova L.B. *Ob invariantakh Laplasa dlia uravneniia s dominiruiushchei chastnoi proizvodnoi tret'ego poriadka s dvumia nezavisimymi peremennymi* [On Laplace invariants for equations with dominating third-order partial derivative and two independent variables]. *Matem. zametki* [Mathematical Notes], (2016), no. 99:110, pp. 89–96 [in Russian].

[6] Mironov A.N., Mironova L.B. *Ob invariantakh Laplasa dlia odnogo uravneniia chetvertogo poriadka s dvumia nezavisimymi peremennymi* [Laplace invariants for a fourth-order equation with two independent variables]. *Izvestiia vuzov. Matematika* [Russian Mathematics. (Iz. VUZ)], 2014, no. 10, pp. 27–34 [in Russian].

[7] Asanova A.T. *Nelokal'naia zadacha s integral'nymi usloviiami dlia sistemy giperbolicheskikh uravnenii v kharakteristicheskom priamougol'nike* [Nonlocal problem with integral conditions for a system of hyperbolic equations in characteristic rectangle]. *Izvestiia vuzov. Matematika* [Russian Mathematics. (Iz. VUZ)], 2017, no. 5, pp. 11–25 [in Russian].

[8] Asanova A.T. *O nelokal'noi zadache s integral'nym smeshcheniem dlia sistem giperbolicheskikh uravnenii so smeshannoi proizvodnoi* [On a nonlocal problem with integral offset for hyperbolic systems of equations with mixed derivative]. *Matem. zhurn.* [Mathematical Journal], no. 8:1(2008), pp. 9–16 [in Russian].

[9] Beshtokov M.Kh. *Apriornye otsenki resheniia nelokal'nykh kraevykh zadach dlia psevdoparabolicheskogo uravneniia* [A priori estimates of solutions of nonlocal boundary value problems for a pseudo-parabolic equation]. *Vladikavkazskii matematicheskii zhurnal* [Vladikavkaz Mathematical Journal], 2013, Vol. 15, Issue 3, pp. 19–36 [in Russian].

[10] Lukina G.A. *Kraevye zadachi s integral'nymi granichnymi usloviiami po vremeni dlia uravnenii tret'ego poriadka* [Boundary value problems with integral conditions for the third order equations]. *Matem. zametki IaGU* [Yakutian Mathematical Journal], 2010, Vol. 17, Issue 2, pp. 75–97 [in Russian].

[11] Kozhanov A.I., Popov N.S. *O razreshimosti nekotorykh zadach so smeshcheniem dlia psevdoparabolicheskikh uravnenii* [On solvability of some problems with displacement for pseudoparabolic equations]. *Vestnik NGU. Seriia: Matematika* [Vestnik Novosibirskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya Matematika, Mekhanika, Informatika], 2010, Vol. 100, Issue 3, pp. 46-–62 [in Russian].

[12] Filippov A.F. *Vvedenie v teoriiu differentsial'nykh uravnenii: Uchebnik* [Introduction to the theory of differential equations: Textbook]. M.: KomKniga, 2007, 240 p. [in Russian].

[13] Nakhusheva Z.A. *Ob odnoi nelokal'noi zadache dlia uravnenii v chastnykh proizvodnykh* [On a nonlocal problem for partial differential equations]. *Differentsial'nye uravneniia* [Differential Equations], 1986, no. 1, pp. 171–174 [in Russian].

[14] Pul'kina L.S., Ketchina O.M. *Nelokal'naia zadacha s integral'nymi usloviiami dlia giperbolicheskogo uravneniia v kharakteristicheskom priamougol'nike* [Nonlocal problem with integral conditions for a hyperbolic equation in characteristic rectangular]. *Vestnik SamGU — Estestvennonauchnaia seriia* [Vestnik of Samara State University. Natural Science Series], 2009, no. 2(68), pp. 80—88 [in Russian].

[15] Mikhlin S.G. *(*Lektsii po lineinym integral'nym uravneniiam) [Lectures on linear integral equations]. M.: Fizmatgiz, 1959, 232 pp. [in Russian].

O.M. Ketchina[2]

ON SOLVABILITY OF NONLOCAL PROBLEM FOR THIRD-ORDER EQUATION

In this paper nonlocal problem with integral conditions for partial differential equation of the third order is considered. The existence of a unique classical solution is proved in rectangular domain. The proof is carried out by the method of auxiliary problems. At first the problem for a new function for partial differential equation of the first order is considered. Then the solvability of integral analogue of Goursat problem for hyperbolic equation of the second order is proved by equivalent reduction of the problem to the Volterra integral equation of the second kind.

Key words: nonlocal problem, partial differential equation of the third order, integral conditions.

Статья поступила в редакцию 28/*II*/2017.
The article received 28/*II*/2017.

[2] *Ketchina Olga Mikhailovna* (omka-83@mail.ru), Department of Physics, Mathematics and Teaching Methodology, Samara State University of Social Sciences and Education, 65/67, Maxim Gorky Street, Samara, 443090, Russian Federation.