

УДК 517.9

## РЕДУКЦИЯ ЗАДАЧ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ПОСТОЯННО ДЕЙСТВУЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ

© 2011 Д.М. Щепакин<sup>1</sup>

Рассматривается сингулярно возмущенная система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= f_1(t, x_1, x_2, \epsilon), \\ \epsilon \dot{x}_2 &= f_2(t, x_1, x_2, \epsilon), \end{cases} \quad (1)$$

где на правую часть накладываются следующие ограничения:

1. Уравнение  $f_2(t, x_1, x_2, 0) = 0$  имеет изолированное решение  $x_2 = h_0(t, x_1)$ .
2. В области  $\Omega = \{(x_1, x_2, \epsilon) \mid \|x_2 - h_0(t, x_1)\| \leq \rho, \epsilon \in (0; \epsilon_0]\}$  векторные функции  $f, g, h_0$  имеют достаточное число равномерно непрерывных и ограниченных частных производных по переменным  $x_1, x_2, \epsilon$ .
3. Собственные значения матрицы  $B(t, x_1) = \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(t, x_1, h_0(t, x_1), 0)$  имеют отрицательные вещественные части.

**Определение.** Нулевое решение (1) устойчиво при постоянно действующих возмущениях (ПДВ), если для всякого решения системы

$$\begin{cases} \dot{y}_1 &= f_1(t, y_1, y_2, \epsilon) + R_1(t, y_1, y_2, \epsilon), \\ \epsilon \dot{y}_2 &= f_2(t, y_1, y_2, \epsilon) + R_2(t, y_1, y_2, \epsilon) \end{cases}$$

выполняется:

$$\begin{aligned} \forall \epsilon > 0 \exists \delta_1(\epsilon), \delta_2(\epsilon) > 0 \forall t \geq t_0, \forall y_1(t), y_2(t) : |y_1(t_0)| \leq \delta_1, |y_2(t_0)| \leq \delta_1, \\ \forall R, T : |R(t, y_1, y_2)| \leq \delta_2, |T(t, y_1, y_2)| \leq \delta_2 \text{ в } \begin{cases} |y_1| \leq \epsilon, \\ |y_2| \leq \epsilon, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |y_1| \leq \epsilon, \\ |y_2| \leq \epsilon. \end{cases} \end{aligned}$$

Доказана теорема

**Теорема.** Вопрос об устойчивости при ПДВ нулевого решения системы (1) эквивалентен вопросу об устойчивости при ПДВ нулевого решения уравнения

$$\dot{v} = F(t, v, \epsilon),$$

где  $F(t, v, \epsilon) = f_1(t, v, h(t, v, \epsilon), \epsilon)$ , а  $x_2 = h(t, x_1, \epsilon)$  — интегральное многообразие медленных движений.

Поступила в редакцию 22/VI/2011;  
в окончательном варианте — 22/VI/2011.

<sup>1</sup>Щепакин Денис Михайлович (sowiks@ya.ru), кафедра дифференциальных уравнений и теории управления Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.