

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ

© 2011 В.В. Андреев¹, А.Ф. Крутов²

В рамках кварковой модели, основанной на точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механики, получены среднеквадратичные радиусы и электромагнитные формфакторы легких мезонов. Вычисления проведены исходя из требования согласованного описания электрослабых характеристик и масс псевдоскалярных и векторных мезонов.

Ключевые слова: релятивистская кварковая модель, мезоны, константы лептонных распадов, среднеквадратичные радиусы, электромагнитные формфакторы.

Введение

Изучение электрослабых характеристик составных кварковых систем занимает существенную часть как в теоретических, так и в экспериментальных исследованиях. Среди составных систем особый интерес вызывает описание электрослабых свойств легких мезонов — пиона и каона. Так, например, ускоритель Джефферсоновской лаборатории (JLab) уже больше 10 лет осуществляет программы по прецизионному измерению пионного и каонного, а также нуклонных форм факторов [1; 2]. Наличие обширной экспериментальной информации об этих частицах и открывает возможности проверки предсказаний различных моделей. Однако для описания систем из легких кварков необходимо развитие релятивистских методов.

Применение методов теории поля для решения этого вопроса встречает ряд серьезных проблем. Так, например, известно, что пертурбативная КХД не может быть последовательно использована к описанию связанных состояний кварков [3]. Поэтому при исследованиях свойств связанных систем получили широкое распространение так называемые релятивистские составные модели. Цель данной работы состоит в описании одной из возможных релятивистски-инвариантных моделей электрослабой структуры двухчастичной составной системы на основе точечной формы релятивистской гамильтоновой динамики (РГД) [4].

Для описания электромагнитной структуры мезонов как двухкварковых систем использовалось множество подходов. Только в рамках РГД этот вопрос рассматривался в целом ряде работ, начиная от динамики на световом фронте [5–8]

¹Андреев Виктор Васильевич (vik.andreev@gsu.by), кафедра теоретической физики Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины, 246019, Республика Беларусь, г. Гомель, ул. Советская, 104.

²Крутов Александр Федорович (krutov@ssu.samara.ru), кафедра общей и теоретической физики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

и мгновенной формы динамики [9; 10] и заканчивая точечной формой динамики [11; 12].

Наименее разработанной формой динамики для описания электромагнитных свойств мезонов оказалась точечная форма. Результаты работы [11], которые неплохо описывали экспериментальные данные, были подвергнуты критике в работе [12] за необоснованные и бездоказательные предположения. В результате, для удовлетворительного описания экспериментальных данных в работах [12; 13] была предложена новая и достаточно сложная разновидность точечной формы РГД, в которой необходимо было отказаться от условия равенства 4-скоростей систем с взаимодействием и без него. И хотя в результате выбора параметров удалось приблизиться к описанию поведения формфакторов пионов, тем не менее существует разница между модельными вычислениями и экспериментом [14].

В данной работе в рамках пуанкаре-ковариантной кварковой модели (ПК-модель), основанной на точечной форме РГД, покажем, что можно добиться удовлетворительного описания электромагнитных характеристик псевдоскалярных мезонов, используя оригинальную методику. При этом самосогласованное описание характеристик будет распространяться как на электрослабые (лептонные и векторные константы распадов), так и на электромагнитные характеристики (формфакторы, среднеквадратичные радиусы), включая и массы псевдоскалярных и векторных мезонов.

1. Пуанкаре-ковариантная кварковая модель мезонов

Основным требованием РГД является условие сохранения пуанкаре-инвариантности как для систем без взаимодействия, так и для взаимодействующих частиц. В случае системы двух не взаимодействующих частиц с массами m_q и m_Q и соответственно с 4-импульсами $p_1 = (\omega_{m_q}(p_1), \mathbf{p}_1)$ и $p_2 = (\omega_{m_Q}(p_2), \mathbf{p}_2)$ это требование в рамках мгновенной и точечной форм РГД приводит к радиальному уравнению для двухчастичного связанного состояния с импульсом \mathbf{P} и волновой функцией $\Phi_{\ell,S}^{J\mu}(k)$ и массой M :

$$\sum_{\ell',S'} \int_0^\infty V_{\ell,S;\ell',S'}^J(k, k') \Phi_{\ell',S'}^{J\mu}(k') k'^2 dk' = (M - M_0) \Phi_{\ell,S}^{J\mu}(k), \quad (1)$$

где M_0 — эффективная масса системы не взаимодействующих частиц, имеющих импульс относительного движения \mathbf{k} ($k = |\mathbf{k}|$).

Для описания конкретных связанных систем необходимо определить потенциал взаимодействия между частицами. В нашем случае используем межкварковый потенциал работы [15], который в случае псевдоскалярных и векторных мезонов представляет сумму кулоновской, запирающей и спин-спиновой частей:

$$\begin{aligned} \hat{V}(r) &= \hat{V}_{Coulomb}(r) + \hat{V}_{linear}(r) + \hat{V}_{SS}(r), \quad (2) \\ \hat{V}_{Coulomb}(r) &= -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r)}{r} = -\frac{4}{3r} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \operatorname{erf}(\tau_k r), \\ \hat{V}_{linear}(r) &= \sigma r \left[\frac{\exp(-b^2 r^2)}{\sqrt{\pi} b r} + \left(1 + \frac{1}{2 b^2 r^2} \right) \operatorname{erf}(b r) \right] + w_0, \end{aligned}$$

$$\hat{V}_{SS}(\mathbf{r}) = -\frac{32 (\mathbf{S}_q \mathbf{S}_Q)}{9\sqrt{\pi} m_q m_Q} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \tau_k^3 \exp(-\tau_k^2 r^2),$$

где параметр τ_k определяется из соотношения $1/\tau_k^2 = 1/\gamma_k^2 + 1/b^2$, $\text{erf}(x)$ — функция ошибок, а $\mathbf{S}_{q,Q}$ — операторы спинов кварков.

Для получения потенциала (2) была применена процедура "размазки" (см. [15]), а также феноменологическое описание поведения бегущей константы, удобное для аналитических расчетов:

$$\alpha_s(Q^2) = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k \exp[-Q^2/(4\gamma_k^2)]. \quad (3)$$

Поскольку процедура ограничения параметров основана на использовании соответствия экспериментальных и модельных значений характеристик псевдоскалярных и векторных мезонов, в которых константа $\alpha_s(Q^2 = \mathbf{k}^2)$ интегрируется, то расчеты будут "чувствительны" к той площади, которая находится под кривой, задающей поведение $\alpha_s(\mathbf{k}^2)$.

По этой причине необязательно брать для параметра потенциала α_s бегущую константу КХД, а достаточно использовать ее аппроксимацию (3), которая должна воспроизводить хорошо изученную область $Q > 1,5$ ГэВ.

2. Лептонные константы мезонов

Постоянная f_P лептонного распада $P(Q\bar{q}) \rightarrow \ell + \nu_\ell$ для псевдоскалярного мезона $P(Q\bar{q})$ после удаления элемента матрицы Кабиббо — Кобаяши — Маскавы V_{Qq} обычно определяется следующим соотношением:

$$j_P^\mu \equiv \langle 0 | \hat{J}_A^\mu(0) | \mathbf{P}, M_P \rangle_{in} = i(1/2\pi)^{3/2} \frac{P^\mu f_P}{\sqrt{2} \omega_{M_P}(\mathbf{P})}, \quad (4)$$

где электрослабый аксиальный ток $\hat{J}_A^\mu(0)$ и вектор состояния мезона с массой M_P берутся в представлении Гейзенберга.

В случае лептонных распадов векторных мезонов $V(Q\bar{q}) \rightarrow \ell + \bar{\ell}$ имеем, что

$$j_V^\mu \equiv \langle 0 | \hat{J}_V^\mu(0) | \mathbf{P}, M_V, \lambda \rangle_{in} = i(1/2\pi)^{3/2} \frac{\varepsilon_\lambda^\mu M_V f_V}{\sqrt{2} \omega_{M_V}(\mathbf{P})} \quad (5)$$

с вектором поляризации ε_λ^μ векторного мезона массы M_V .

В работах [9; 16; 17] получены совпадающие интегральные представления для лептонных констант распадов псевдоскалярных и векторных мезонов f_P, f_V в рамках пуанкаре-ковариантных моделей, основанных на точечной и мгновенных формах РГД:

$$f_P(m_q, m_Q) = \frac{N_c}{\pi\sqrt{2}} \int_0^\infty dk k^2 \Phi^P(k) \sqrt{\frac{M_0^2 - (m_q - m_Q)^2}{\omega_{m_q}(k) \omega_{m_Q}(k)} \frac{(m_q + m_Q)}{M_0^{3/2}}}, \quad (6)$$

$$f_V(m_q, m_Q) = \frac{N_c}{\sqrt{2}\pi} \int_0^\infty dk k^2 \Phi^V(k) \frac{\sqrt{(\omega_{m_q}(k) + m_q)(\omega_{m_Q}(k) + m_Q)}}{\sqrt{\omega_{m_q}(k) + \omega_{m_Q}(k)} \omega_{m_q}(k) \omega_{m_Q}(k)} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{k^2}{3 (\omega_{m_q}(k) + m_q) (\omega_{m_Q}(k) + m_Q)} \right), \quad (7)$$

где N_c —число цветов кварков.

Аналогичное интегральное представление для f_P получено и в пуанкаре-ковариантной модели, основанной на динамике светового фронта [7].

3. Выбор параметров модели

Решение задачи на собственные значения (1) с потенциалом (2) произведем вариационным методом с использованием волновых функций осцилляторного и кулоновского (для B -мезонов) типов. При использовании вариационного метода требуется нахождение минимума функционала

$$M(m_q, m_Q, \beta, w_0, b, \sigma) = \langle \Phi(\beta) | \hat{M} | \Phi(\beta) \rangle = \langle \Phi | \hat{M}_0 | \Phi \rangle + \langle \Phi | \hat{V} | \Phi \rangle,$$

где $\Phi(\beta)$ —пробная волновая функция.

Рассмотрим процедуру фиксации численных значений параметров потенциала. Параметр линейной части потенциала в большом количестве моделей лежит в пределах $\sigma = 0,18 \div 0,20$ ГэВ² [15; 18], поэтому в наших расчетах будем полагать, что

$$\sigma = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = (0,19 \pm 0,01). \quad (8)$$

Определение параметра волновой функции β и остальных параметров потенциала произведем путем решения системы уравнений:

$$\left. \frac{\partial M_{P,V}(\beta, \sigma)}{\partial \beta} \right|_{\beta_{min}, \bar{\sigma}} = 0, \quad M_P(w_0, \beta_{min}, \bar{\sigma}) = M_P \pm \Delta M_P, \quad (9)$$

$$M_V^{S=1}(\beta, \sigma) - M_P^{S=0}(\beta, \sigma) |_{\beta_{min}, \bar{\sigma}} = M_V - M_P \pm \delta M_{VP}, \quad (10)$$

$$f_P(m_q, m_Q, \beta_{min}) = f_{\text{exp}}^P \pm \Delta f_{\text{exp}}^P, \quad (11)$$

$$f_V(m_q, m_Q, \beta_{min}) = f_{\text{exp}}^V \pm \Delta f_{\text{exp}}^V, \quad (12)$$

где уравнения (9), (10) являются условием минимума и требованием того, чтобы модельные значения масс мезонов соответствовали экспериментальным значениям. Величины $M_{P,V}, f_{\text{exp}}^{P,V}$ — экспериментальные значения массы и лептонных констант псевдоскалярного и векторного мезонов, а $\Delta M_{P,V}, \Delta f_{\text{exp}}^{P,V}$ экспериментальные ошибки измерения этих величин.

Для моделирования различного поведения константы в непертурбативной области с помощью процедуры фитирования выражением (3) нами получены наборы параметров, отличающихся значениями α_k и γ_k . Выбор режима поведения α_s и соответственно значений α_k, γ_k основан на комбинированном анализе лептонных констант легких и тяжелых мезонов и масс псевдоскалярных и векторных мезонов.

Итогом этой процедуры является эффективная константа $\alpha_s(Q^2)$ с $\alpha_{\text{crit}} = \alpha_s(Q^2 = 0) = 0,667$, чье поведение отображено на рис. 1 (см. [19]). Отметим, что сходное поведение константы наблюдается в других моделях [15; 20]

Предполагая, что массы u, d -кварков приблизительно равны [15] (все размерные величины даны в единицах МэВ, если это не оговорено специально):

$$m_d - m_u \equiv \Delta m_{ud} = (4 \pm 1), \quad (13)$$

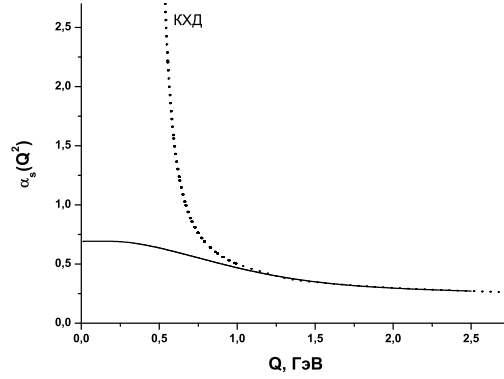


Рис. 1. Поведение $\alpha_s(Q^2)$ в исследуемой модели. Точками обозначено поведение константы пертурбативной КХД

и используя экспериментальные данные для π^\pm и ρ^0 -мезонов [21]

$$f_{\pi^\pm}^P = (130, 4 \pm 0, 04 \pm 0, 2), \quad f_{\rho^0}^V = (156, 2 \pm 1, 2), \quad (14)$$

где последнее соотношение получено с учетом экспериментального значения ширины $\Gamma_{\rho^0} = 7, 02 \pm 0, 11$ кэВ для распада $\rho^0 \rightarrow e^+e^-$ [21], приходим к следующим значениям масс u, d -кварков:

$$m_u = (239, 8 \pm 2, 3), \quad m_d = (243, 8 \pm 2, 3). \quad (15)$$

При этом параметр β_π пробной ВФ

$$\Phi(k, \beta) = \frac{2}{\pi^{1/4} \beta^{3/2}} \exp\left(-\frac{k^2}{2\beta^2}\right) \quad (16)$$

принимает значение

$$\beta_\pi = (328, 66 \pm 1, 45). \quad (17)$$

Решение системы уравнений (9)-(12) для K -мезона с учетом экспериментальных данных [21]

$$M_{K^+} = (493, 677 \pm 0, 016), \quad f_{K^\pm}^P = (155, 5 \pm 0, 2 \pm 0, 8 \pm 0, 2), \\ \Delta M_{\text{exp}} = M_{K^*} - M_{K^\pm} = (397, 983 \pm 0, 261) \quad (18)$$

и значений массы u -кварка (15) приводит к результатам

$$m_s = (459, 9 \pm 31, 7), \quad \beta_K = (352, 48 \pm 1, 03). \quad (19)$$

Для вычисления лептонных констант тяжелых мезонов нам необходимы массы c, b -кварков. Для расчета ограничений масс тяжелых c, b -кварков используем данные для $c\bar{c}$ (η_c и J/ψ -мезоны) и $b\bar{b}$ (η_b и $\gamma(1S)$ - мезоны) систем:

$$M_{\eta_c} = (2980, 3 \pm 1, 2), \quad M_{J/\psi} = (3096, 916 \pm 0, 011), \\ M_{\eta_b} = (9390, 9 \pm 2, 8), \quad M_{\gamma(1S)} = (9460, 30 \pm 0, 26). \quad (20)$$

Поскольку эти системы состоят из частиц одинаковой массы, то для фиксации масс кварков достаточно использовать экспериментальные данные, только для лептонных распадов векторных состояний:

$$f_{\gamma(1S)}^V = (238, 4 \pm 1, 6), \quad f_{J/\psi}^V = (277, 6 \pm 4). \quad (21)$$

Решение систем уравнений, аналогичных уравнениям (9)-(12), приводит к следующим массам (в единицах ГэВ):

$$m_c = (1, 358 \pm 0, 081), \quad m_b = (4, 127 \pm 0, 105). \quad (22)$$

4. Методика расчета свойств мезонов в точечной форме РГД

Адронная часть \mathcal{S}^h матричных элементов может быть записана в виде

$$\mathcal{I}^h(x) = {}_{\text{out}} \langle \mathbf{Q}', M', J' \mu' | \mathcal{S}^h(x) | \mathbf{Q}, M, J \mu \rangle_{\text{in}} . \quad (23)$$

Здесь вектор $|\mathbf{Q}, M, J \mu\rangle$ определяет состояние адрона спина J массы M и импульса \mathbf{Q} в представлении Гейзенберга. Матричный элемент (23) параметризуют с помощью различных феноменологических формфакторов, которые затем определяют из экспериментов. Трансляционная инвариантность приводит к тому, что

$$\mathcal{I}^h(x) = \exp(i\hat{Q}x) \mathcal{I}^h(0) \exp(-i\hat{Q}x) . \quad (24)$$

Вычисление матричных элементов (23) с учетом внутренней структуры адронов является нетривиальной задачей и в разных моделях решается различными способами. Поскольку параметризация матричного элемента (23) включает как формфакторы, так и 4-импульсы частиц, то возникает задача, какие компоненты необходимо использовать для вычисления формфакторов.

Так в рамках моделей на основе динамики на световом фронте (см., например, [6] предлагается для расчета токов использовать только те компоненты 4-векторов, которые не содержат взаимодействия ("+" — компоненты). Если в случае пространственно-подобного переданного импульса обращение в нуль "—" — компонент тока (содержащих взаимодействие) можно достичь путем выбора специальной системы отсчета, то для времениподобного это сделать не удастся. Важно отметить, что попытка решить задачу вычисления формфакторов в динамике на световом фронте в системах, отличных от специально выбранной, приводит к результатам, существенно отличающимся от экспериментальных значений [23].

Оригинальная методика вычисления формфакторов в рамках мгновенной формы РГД, основанная на обобщении метода параметризации матричных элементов локальных операторов [24], предложена в работах [9; 10]. На первом этапе с использованием базиса приводимого представления группы Пуанкаре находятся формфакторы для системы без взаимодействия. На втором этапе полученные формфакторы используют для расчетов наблюдаемых формфакторов с помощью интегральных представлений. При этом формфакторы, характеризующие матричный элемент (23), трактуются как обобщенные функции.

В рамках точечной формы РГД наивная схема вычислений, основанная только на использовании равенства 4-х скоростей для систем с взаимодействием и без него, приводит к результатам, значительно отличающимся от наблюдаемых на эксперименте [12; 13]. Поэтому авторами работы [14] предложена модификация точечной формы РГД, названная ими дираковской точечной формой динамики (DPF). Как следует из краткого описания методов, задача получения наблюдаемых даже в рамках РГД требует дальнейших исследований.

В работах [16; 25] предложена оригинальная схема вычисления характеристик двухчастичных связанных систем в рамках точечной формы динамики РГД. Основной отличительной чертой является использование в матричном элементе (23) состояний в представлении Гейзенберга, где сильные взаимодействия учтены точно и наблюдается совпадение 4-х скоростей систем с взаимодействием и без него. Дополнительным условием данной методики является уравнение Липманна — Швингера для векторов состояний:

$$|p\rangle_{\text{in}} = \left(I + \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon} \hat{V} \right) |p\rangle_V , \quad (25)$$

вследствие которого выполняется соотношение [26]:

$$\hat{M} |\mathbf{v}_P, \mathbf{k}\rangle_V = M_0 |\mathbf{v}_P, \mathbf{k}\rangle_V. \quad (26)$$

Продемонстрируем эту методику расчета на примере адронного матричного элемента перехода $\langle Q' | J_\mu^h(0) | Q \rangle$ между двумя псевдоскалярными мезонами с 4-импульсами Q ($Q^2 = M^2$) и Q' ($Q'^2 = M'^2$). Этот матричный элемент параметризуется двумя формфакторами:

$$\text{out} \langle Q' | J_\mu^h(0) | Q \rangle_{\text{in}} = \frac{f_+(q^2) (Q + Q')_\mu + f_-(q^2) (Q' - Q)_\mu}{(2\pi)^3 \sqrt{4\omega_M(Q) \omega_{M'}(Q')}} , \quad (27)$$

где $q^2 = (Q' - Q)^2$.

Согласно схеме вычислений, представленной в данном разделе, параметризуем (27) в терминах 4-скоростей

$$V_Q = \frac{Q}{M}, \quad V_{Q'} = \frac{Q'}{M'} \quad (28)$$

в следующем виде:

$$j^\mu = \text{out} \langle Q' | J_\mu^h(0) | Q \rangle_{\text{in}} = \frac{(V_{Q'} + V_Q)_\mu \xi_+(q^2) + (V_{Q'} - V_Q)_\mu \xi_-(q^2)}{(2\pi)^3 \sqrt{4V_0 V'_0}} , \quad (29)$$

где

$$\xi_\pm(q^2) = \frac{1}{2\sqrt{M M'}} (f_+(q^2) (M \pm M') + f_-(q^2) (M' \mp M)) , \quad (30)$$

а

$$V_0 = \frac{\omega_M(Q)}{M}, \quad V'_0 = \frac{\omega_{M'}(Q')}{M'} . \quad (31)$$

В точечной форме РГД преобразуем $\text{out} \langle Q' | J_\mu^h(0) | Q \rangle_{\text{in}}$ к виду

$$j^\mu \equiv \int dk' dk k^2 k'^2 \Phi_{Q'}(k') \Phi_Q(k) \times \\ \times_V \langle \mathbf{V}'_{12}, M' | T \{ \hat{J}^\mu(0) \exp[i \int H_{tot}^{strong}(x) dx] \} | \mathbf{V}_{12}, M \rangle_V , \quad (32)$$

Для получения формфакторов ξ_\pm необходимо вычислить свертки

$$\xi_\pm(q^2) = (2\pi)^3 \sqrt{4V_0 V'_0} \frac{([V_{Q'} \pm V_Q]^\mu j_\mu)}{2(1 \pm s)} , \quad (33)$$

где величина s связана с инвариантами данного процесса выражением:

$$s = (V_Q V_{Q'}) = \frac{M'^2 + M^2 - q^2}{2 M M'} . \quad (34)$$

Использование точечной формы РГД, в которой $V_Q = V_{12}$, $V_{Q'} = V'_{12}$, и уравнения Липманна — Швингера (25) приводит к тому, что (33) приобретает вид:

$$\xi_\pm(q^2) = (2\pi)^3 \int dk' dk k^2 k'^2 \frac{\sqrt{4V_0 V'_0}}{2(1 \pm s_{12})} \Phi_{Q'}(k') \Phi_Q(k) \times \\ \times_V \langle \mathbf{V}'_{12}, M'_0(k') | T \{ ([V'_{12} \pm V_{12}]^\mu \hat{J}_\mu(0)) \exp[i \int H_{tot}^{strong}(x) dx] \} | \mathbf{V}_{12}, M_0(k) \rangle_V , \quad (35)$$

где

$$s_{12} = \frac{M_0'^2(k') + M_0^2(k) - q^2}{2 M_0(k) M_0'(k')} , \quad (36)$$

а $M_0(k)$ и $M_0'(k')$ — инвариантные массы системы без сильного взаимодействия в начальном и конечном состоянии.

5. Электромагнитные формфакторы псевдоскалярных мезонов

Для вычисления электромагнитного формфактора псевдоскалярного мезона $P(q\bar{Q})$ используем импульсное приближение. В данном приближении взаимодействие виртуального фотона с мезоном определяется посредством

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_\mu &= \text{out} \langle Q' | J_\mu^h(0) | Q \rangle_{\text{in}} = \frac{F_P(t) (Q + Q')_\mu}{(2\pi)^3 \sqrt{4\omega_M(Q) \omega_M(Q')}} = \\ &= \frac{F_P(t) (V_Q + V_{Q'})_\mu}{(2\pi)^3 \sqrt{4V_0 V_0'}}, \quad t = -(Q' - Q)^2. \end{aligned} \quad (37)$$

Поправки, связанные с сильными взаимодействиями, учтем введением формфакторов кварков $f_{q,Q}(t)$. Отметим, что учет конечных размеров кварков в таких процессах возникает во многих моделях, включая модели, основанные на РГД [5; 7; 9; 27]. Предсказания пертурбативной КХД для поведения формфакторов мезонов при больших t диктуют выбор формфакторов кварков в виде (см., например [9; 10])

$$f_q(t) = \frac{1}{1 + \ln(1 + \langle r_q^2 \rangle t) / 6}, \quad (38)$$

где $\langle r_q^2 \rangle$ – среднеквадратичный радиус кварка, который рассматривается как параметр модели. Данный формфактор при $t \rightarrow \infty$ дает логарифмическую поправку к степенной зависимости [9].

Среднеквадратичный радиус кварка выберем в виде [10; 28]

$$\langle r_q^2 \rangle = \frac{a}{m_q^2}, \quad (39)$$

где a – некоторый универсальный параметр, который имеет одно и то же значение для всех кварков. При вычислениях пренебрегаем в явном виде аномальными магнитными моментами кварков, которые по различным оценкам составляют $|\kappa_q| \sim 0,03 - 0,06$ (см. [29]). Неопределенность, возникающую в этом случае, эффективно учтем погрешностью в определении коэффициента a (см. (55)). Вычисления проведем в обобщенной системе Брейта, где

$$\mathbf{V}_Q + \mathbf{V}_{Q'} = 0. \quad (40)$$

Используя методику раздела 4 и требование сохранения тока, приходим к выражению для формфактора:

$$\begin{aligned} F_P(t) &= \frac{1}{8\pi} \sum_{\nu_1, \nu_1'} \int d\mathbf{k} \Phi(\mathbf{k}) \sqrt{\frac{1}{\omega_{m_q}(\mathbf{k}) \omega_{m_Q}(\mathbf{k})}} \left[e_q f_q(t) \Phi^*(\mathbf{k}_2) \times \right. \\ &\times \sqrt{\frac{\omega_{m_Q}(\mathbf{k}_2)}{\omega_{m_q}(\mathbf{k}_2)}} D_{\nu_1 \nu_1'}^{1/2}(-\mathbf{n}_{W_2}(\mathbf{k}, v_Q)) \bar{u}_{\nu_1'}(\mathbf{k}_2, m_q) (V_{12}' + V_{12})^\mu \Gamma_\mu u_{\nu_1}(\mathbf{k}, m_q) + \\ &+ e_Q f_Q(t) \Phi^*(\mathbf{k}_1) \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(\mathbf{k}_1)}{\omega_{m_Q}(\mathbf{k}_1)}} D_{\nu_1 \nu_1'}^{1/2}(-\mathbf{n}_{W_1}(\mathbf{k}, v_Q)) \times \\ &\left. \times \bar{v}_{\nu_1}(-\mathbf{k}, m_Q) (V_{12}' + V_{12})^\mu \Gamma_\mu v_{\nu_1'}(-\mathbf{k}_1, m_Q) \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

В соотношении (41) вектор-параметры вигнеровских вращений задаются в виде

$$\mathbf{n}_{W_1}(\mathbf{k}, v_Q) = \frac{[\mathbf{u}_{k_1} v_Q]}{1 + (\mathbf{u}_{k_1} v_Q)}, \quad \mathbf{n}_{W_2}(\mathbf{k}, v_Q) = -\frac{[\mathbf{u}_{k_2} v_Q]}{1 - (\mathbf{u}_{k_2} v_Q)} \quad (42)$$

с

$$\mathbf{u}_{k_{1,2}} = \frac{\mathbf{k}}{\omega_{m_{1,2}}(\mathbf{k}) + m_{1,2}}, \quad (43)$$

а 4-вектор Γ_μ соотношением

$$\Gamma_\mu = \left[\gamma_\mu - \frac{q_\mu \cdot q'_\nu}{q^2} \gamma_\nu \right], \quad q = Q' - Q. \quad (44)$$

Импульсы $\mathbf{k}_{1,2}$ в системе Брейта имеют вид:

$$\mathbf{k}_{1,2} = \mathbf{k} \pm v_Q \left((s_{12} + 1) \omega_{m_{1,2}}(\mathbf{k}) \pm \sqrt{s_{12}^2 - 1} k \cos \theta_k \right), \quad (45)$$

$$\omega_{m_{1,2}}(\mathbf{k}_{1,2}) = s_{12} \omega_{m_{1,2}}(\mathbf{k}) \pm \sqrt{s_{12}^2 - 1} k \cos \theta_k, \quad (46)$$

где

$$s_{12} = \frac{M_0'^2(k') + M_0^2(k) + t}{2 M_0(k) M_0'(k')}. \quad (47)$$

Вследствие импульсного приближения соотношения (46) и (47) задают уравнения для s_{12} как функции переменных $k, \cos \theta_k, t$ в формуле (41). Решение уравнений (46) и (47) относительно несложно, но конечный результат имеет громоздкий вид. Поэтому приведем только выражение для линейного приближения по t :

$$s_{1,2} = s_{12} \Big|_{\mathbf{k}'=\mathbf{k}_{1,2}} = 1 + t \frac{\omega_{m_{1,2}}^2(\mathbf{k})}{\left(k^2 x^2 - \omega_{m_{1,2}}^2(\mathbf{k}) \right) (\omega_{m_1}(\mathbf{k}) + \omega_{m_2}(\mathbf{k}))}, \quad (48)$$

которое используется для расчета среднеквадратичных радиусов. При вычислениях формфакторов будут применяться точные выражения для $s_{1,2}$.

После вычисления фермионных токов в (41), используя метод базисных спинов (см. [30]) и ряда преобразований, формфактор псевдоскалярного мезона $F_P(t)$ модели, основанной на точечной форме РГД, запишется в виде:

$$\begin{aligned} F_P(t) = & \frac{1}{2} \int_0^\infty dk k^2 \int_0^\pi d(\cos \theta_k) \Phi(k) \sqrt{\frac{1}{\omega_{m_q}(\mathbf{k}) \omega_{m_Q}(\mathbf{k})}} \left[e_q f_q(t) \Phi^*(\mathbf{k}_2) \times \right. \\ & \times \sqrt{\frac{\omega_{m_Q}(\mathbf{k}_2)}{\omega_{m_q}(\mathbf{k}_2)}} \sqrt{\frac{m_q^2 + \omega_{m_q}(\mathbf{k}_2) \omega_{m_q}(\mathbf{k}) + (\mathbf{k}\mathbf{k}_2)}{(\varpi_2 + 1)}} \cos(\alpha_{W_2} - \beta_{W_2}) + \\ & + e_Q f_Q(t) \Phi^*(\mathbf{k}_1) \sqrt{\frac{m_Q^2 + \omega_{m_Q}(\mathbf{k}_1) \omega_{m_Q}(\mathbf{k}) + (\mathbf{k}\mathbf{k}_1)}{(\varpi_1 + 1)}} \times \\ & \left. \times \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(\mathbf{k}_1)}{\omega_{m_Q}(\mathbf{k}_1)}} \cos(\alpha_{W_1} - \beta_{W_1}) \right]. \quad (49) \end{aligned}$$

Углы вигнеровских вращений имеют вид

$$\alpha_{W_{1,2}} = \arctan \left[\frac{v_{Q_{1,2}} k |\sin \theta_k|}{\omega_{m_{1,2}}(\mathbf{k}) + m_{1,2} \pm v_{Q_{1,2}} k \cos \theta_k} \right], \quad (50)$$

$$\beta_{W_{1,2}} = 2 \arctan \left[\frac{v_{Q_{1,2}} k |\sin \theta_k|}{p_{1,2} (\omega_{m_{2,1}}(k) + m_{2,1}) \pm v_{Q_{1,2}} k \cos \theta_k} \right], \quad (51)$$

где

$$p_{1,2} = \frac{\omega_{m_{2,1}}(k) + \omega_{m_{2,1}}(k_{1,2})}{\omega_{m_{1,2}}(k) + \omega_{m_{1,2}}(k_{1,2})}, \quad v_{Q_{1,2}} = \sqrt{\frac{s_{1,2} - 1}{s_{1,2} + 1}}.$$

Отметим, что при $m_Q = m_q$ углы вигнеровских вращений α и β совпадают, и выражение (49) существенно упрощается. При $t = 0$ из (49) следует, что $F_P(0) = 1$.

6. Электромагнитные радиусы мезонов

Рассчитаем среднеквадратичные радиусы заряженных пионов и каонов, используя определение

$$F_P(t) \approx 1 - \langle r_P^2 \rangle \frac{t}{6} \quad (52)$$

и соотношение (49). При расчете формфакторов остался только один свободный параметр a , связанный со структурой кварков (см.(39)).

Численный расчет для пиона с параметрами (15) и (17) приводит к следующим значениям (все среднеквадратичные радиусы приведены в единицах Фм^2):

$$\langle r_\pi^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle r_u^2 \rangle + \frac{1}{3} \langle r_d^2 \rangle + 0,315. \quad (53)$$

Используя представление радиуса кварка в виде $\langle r_q^2 \rangle = a/m_q^2$ и средневзвешенное значение, полученного в результате исследований реакции $e^- + \pi \rightarrow e^- + \pi$ [31–34]

$$\langle r_{\pi^\pm}^2 \rangle_{exp} = (0,439 \pm 0,007), \quad (54)$$

получим, что

$$a = 0,186 \pm 0,09. \quad (55)$$

Модельный (рассчитанный в рамках предлагаемой модели) среднеквадратичный радиус π -мезона:

$$\langle r_{\pi^\pm}^2 \rangle = (0,439 \pm 0,013) \quad (56)$$

находится в доверительном интервале из PDG [21]:

$$\langle r_{\pi^\pm}^2 \rangle_{exp} = (0,452 \pm 0,011). \quad (57)$$

Вычисление среднеквадратичного радиуса K^\pm -мезона с использованием соотношения (52) и параметров (19), (55) дает:

$$\langle r_{K^\pm}^2 \rangle = (0,358_{-0,011}^{+0,013}). \quad (58)$$

Модельный расчет полностью лежит в экспериментальном доверительном 1σ -интервале, найденном в [35]:

$$\langle r_{K^\pm}^2 \rangle_{exp} = (0,34 \pm 0,05), \quad (59)$$

но выше среднего значения из PDG [21]: $\langle r_{K^\pm}^2 \rangle_{exp} = (0,314 \pm 0,034)$.

Как следует из (53) и (55), вклад в среднеквадратичный радиус пиона аналогичных радиусов u - и d -кварков составляет около 27–29 %.

В рамках данной схемы можно оценить среднеквадратичный радиус K^0 -мезона. Экспериментальные данные масс псевдоскалярного и векторного состояния системы $d \bar{s}$ [36]:

$$M_{K^0} = (497,648 \pm 0,022), \quad M_{K^{*0}} = (891,66 \pm 0,26) \quad (60)$$

приводят к значению параметра пробной ВФ $\beta_{K^0} = (352, 60 \pm 12, 17)$ при решении системы уравнений (9)–(10).

Вычисления, аналогичные расчетам радиусов заряженных пионов и каонов, дают:

$$\langle r_{K^0}^2 \rangle = (-0,077 \pm 0,013). \quad (61)$$

Значение (61) полностью согласуется с значением из PDG [21]:

$$\langle r_{K^0}^2 \rangle_{exp} = (-0,077 \pm 0,010). \quad (62)$$

Отметим, что при вычислениях среднеквадратичных радиусов каонов свободных параметров не имелось.

В таблице представлены результаты вычислений среднеквадратичных радиусов в различных моделях и подходах. Отметим, что согласованное описание экспери-

Таблица

Среднеквадратичные радиусы мезонов в различных моделях

Модели	$\langle r_{\pi^\pm}^2 \rangle, \Phi_M^2$	$\langle r_{K^\pm}^2 \rangle, \Phi_M^2$	$\langle r_{K^0}^2 \rangle, \Phi_M^2$
В этой работе	$0,439 \pm 0,013$	$0,358_{-0,011}^{+0,013}$	$-0,077 \pm 0,013$
КХД уравнение	$0,45$ [37]	$0,38$ [37]	$-0,086$ [37]
Дайсона — Швингера	$0,314$ [38]	$0,24$ [38]	$-0,020$ [38]
Квазипотенциальная модель	$0,436$ [39]	$0,325$ [39]	$-0,072$ [39]
Модель Солпитера	$\gg 0,439$ [40]	$0,36$ [40]	$-0,077$ [40]
Моск-модель	$0,435$ [15]	$0,348$ [15]	$-0,090$ [15]
Модели, основанные на РГД	$0,449$ [7]	$0,327$ [7]	$-0,045$ [7]
(“световой фронт”)	$0,449$ [8]	$0,327$ [8]	$0,00$ [8]
	$0,4356$ [28]	$0,041$ [28]	$-0,036$ [28]
Эксперимент	$0,439 \pm 0,008$ [31]	$0,34 \pm 0,05$ [35]	$-0,077 \pm 0,010$ [21]
	$0,420 \pm 0,014$ [34]	$0,314 \pm 0,034$ [21]	$-0,076 \pm 0,021$ [41]

ментальных данных, связанных с массами, лептонными константами и электромагнитной структурой в рамках одной модели, проведено в квазипотенциальной модели [39], ковариантной модели на основе уравнения Солпитера [40] и релятивизованной кварковой модели (Моск-модель) [15]. Результаты ПК-модели коррелируют с результатами этих работ.

7. Электромагнитные формфакторы мезонов

Важно отметить, что процедура получения среднеквадратичных радиусов, используя экспериментальные данные, отличается от расчетов с помощью (52) (см., например [31]). Поэтому основным фактом, позволяющим судить о степени близости к экспериментальным данным, является поведение формфактора от переданного импульса. Вычисление формфактора π^\pm -мезона посредством (49) с параметром (55) приводит не только к достаточно хорошему согласованию с экспериментальными значениями в области малых квадратов переданных импульсов (см. рис. 2), но и во всей области экспериментальных значений t , изображенных на рис. 3.

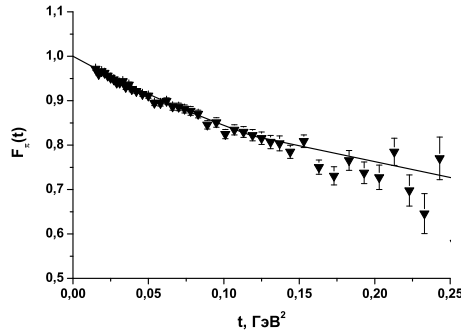


Рис. 2. Поведение формфактора (49) для пиона в области малых переданных импульсов: символ \blacktriangledown — экспериментальные значения, взятые из [31]

Формфактор пиона в ПК-модели с ростом t убывает как $\alpha_s(t)/t$ (рис. 3), что согласуется с расчетами формфакторов в рамках КХД. На рис. 3 для сравнения штриховой линией показано поведение формфактора пиона без учета структуры кварков.

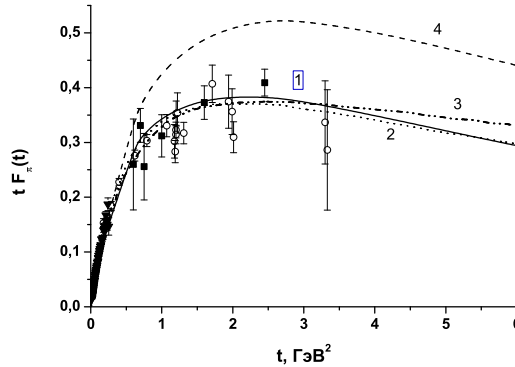


Рис. 3. Поведение функции $tF_\pi(t)$ для пиона: символ \blacktriangledown — экспериментальные значения, взятые из работы [31]; символ \blacksquare — данные JLab [42; 43]; символ \circ — данные из [44]; сплошная линия 1 — расчет в ПК-модели с учетом структуры кварков; линия 2 (\dashdot) — дисперсионная техника расчета формфактора [45]; линия 3 (\cdots) — вычисления в рамках мгновенной формы РГД [46]; линия 4 — расчет в точечной форме РГД без учета размеров кварков

Сравнительный анализ показывает хорошее согласие с дисперсионным подходом к вычислению формфакторов [45], а также с пуанкаре-инвариантной кварковой моделью, основанной на мгновенной форме РГД [10; 46]. Небольшое отличие обусловлено разницей в массах кварков и учетом в [10; 46] их аномальных магнитных моментов.

Поведение формфактора K^\pm -мезона в зависимости от квадрата переданного импульса t изображено на рис. 4. Из рис. 4 видно, что имеется удовлетворительное согласование с экспериментальными значениями, взятыми из [35], и некоторое

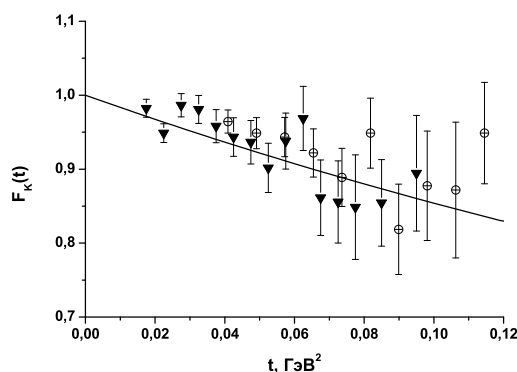


Рис. 4. Поведение формфактора каона при малых t : символ \blacktriangledown — экспериментальные значения, взятые из [35]; символ \oplus — данные из работы [33]

расхождение с экспериментальными значениями [33], имеющими, правда, значительные погрешности.

Заключение

С учетом всех результатов можно утверждать, что создана пуанкаре-ковариантная кварковая модель мезонов на основе точечной формы РГД. В рамках этой модели рассчитаны среднеквадратичные радиусы и электромагнитные формфакторы псевдоскалярных мезонов с учетом структуры кварков. Получено хорошее согласование с экспериментальными данными как в области малых, так и больших Q^2 . Так, 3σ -интервалы среднеквадратичных радиусов, рассчитанных в ПК-модели, включают полностью интервалы экспериментальных значений.

В итоге получено согласованное описание масс, лептонных констант и электромагнитных формфакторов псевдоскалярных и векторных мезонов, численные оценки которых описывают современную экспериментальную информацию.

Авторы благодарят профессора Н.В. Максименко (ГГУ) и профессора В.Е. Троицкого (НИИЯФ МГУ) за полезные обсуждения.

Литература

- [1] New results for the charged pion electromagnetic form-factor / J. Volmer [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. P. 1713–1716.
- [2] Perdrisat C. F. Proton elastic form factor: The JLab data // Eur. Phys. J. 2003. Vol. A17. P. 317–321.
- [3] Gross F. Relativistic quantum mechanics and field theory. N. Y.: John Wiley & Sons Inc., 1993. 629 p.
- [4] Dirac P.A.M. Forms of relativistic dynamics // Rev. of Modern Phys. 1949. Vol. 21. P. 392–399.
- [5] Charge form-factor of pi and K mesons / F. Cardarelli [et al.] // Phys. Rev. 1996. Vol. D53. P. 6682–6685.
- [6] Coester F., Polyzou W.N. Charge form factors of quark-model pions // Phys. Rev. 2005. Vol. C71. P. 028202.

- [7] Jaus W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons // *Phys. Rev.* 1991. Vol. D44. P. 2851–2859.
- [8] Schlumpf F. Charge form-factors of pseudoscalar mesons // *Phys. Rev.* 1994. Vol. D50. P. 6895–6898.
- [9] Крутов А.Ф. Электрослабые свойства легких мезонов в релятивистской модели составных кварков // *ЯФ.* 1997. Т. 60. № 8. С. 1442–1450.
- [10] Krutov A.F., Troitsky V.E. Relativistic instant-form approach to the structure of two-body composite systems // *Phys. Rev. C.* 2002. P. 045501.
- [11] Allen, T.W., Klink W.H. Pion charge form factor in point form relativistic dynamics // *Phys. Rev.* 1998. Vol. C58. P. 3670–3673.
- [12] Desplanques B., Theussl L. Form factors in the 'point form' of relativistic quantum mechanics: Single and two-particle currents // *Eur. Phys. J.* 2004. Vol. A21. P. 93.
- [13] Comparison of different boost transformations for the calculation of form factors in relativistic quantum mechanics / L. Theussl [et al.] // *Few Body Syst. Suppl.* 2003. Vol. 14. P. 393.
- [14] Desplanques B. Dirac's inspired point form and hadron form factors // *Nucl. Phys.* 2005. Vol. A755. P. 303–306.
- [15] Godfrey S., Isgur N. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics // *Phys. Rev.* 1985. Vol. D32. P. 189–231.
- [16] Андреев В.В. Описание лептонных распадов в рамках пуанкаре-ковариантной кварковой модели // *Весті НАН Беларусі. Сер. Фіз.-мат. навук.* 2000. № 2. С. 93–98.
- [17] Андреев В.В., Крутов А.Ф. Комптоновская поляризуемость каонов в релятивистской гамильтоновой динамике // *Вестник Самарского государственного университета. Естественнонаучная серия. Спец. выпуск.* 2004. С. 111–127.
- [18] Ebert D., Faustov R. N., Galkin V.O. Quark-antiquark potential with retardation and radiative contributions and the heavy quarkonium mass spectra // *Phys. Rev.* 2000. Vol. D62. P. 034014.
- [19] Андреев В.В. Область константы КХД ниже 1 ГэВ в пуанкаре-ковариантной модели // *Письма в ЭЧАЯ.* 2011. Т. 8. № 4(167). С. 581–596.
- [20] Badalian A.M., Kuzmenko D.S. Freezing of QCD coupling $\alpha(s)$ affects the short distance static potential // *Phys. Rev.* 2002. Vol. D65. P. 016004.
- [21] The Review of Particle Physics / C. Amsler [et al.] // *Physics Letters.* 2008. Vol. B667. P. 1. 2009 partial update for the 2010 edition.
- [22] Jaus W. Semileptonic decays of B and D mesons in the light front formalism // *Phys. Rev.* 1990. Vol. D41. P. 3394.
- [23] Simula S. Comparison among Hamiltonian light-front formalisms at $q_+ = 0$ and $q_+ \neq 0$: Space-like elastic form factors of pseudoscalar and vector mesons // *Phys. Rev.* 2002. Vol. C66. P. 035201.
- [24] Чешков А.А., Широков Ю.М. Инвариантная параметризация локальных операторов // *ЖЭТФ.* 1963. Т. 44. № 6. С. 1982–1992.
- [25] Андреев В.В., Крутов А.Ф. Электромагнитные формфакторы мезонов // *Проблемы физики, математики и техники.* 2011. № 1(6). С. 22–24.
- [26] Lucha W., Rupprecht H., Schöberl F.F. Relativistic treatment of fermion anti-fermion bound states // *Phys. Rev.* 1991. Vol. D44. P. 242–249.
- [27] Chung P.L., Coester F. Relativistic constituent quark model of nucleon form-factors // *Phys. Rev.* 1991. Vol. D44. P. 229–241.

- [28] Hard constituent quarks and electroweak properties of pseudoscalar mesons / F. Cardarelli [et al.] // *Phys. Lett.* 1994. Vol. B332. P. 1–7.
- [29] Gerasimov S.B. Magnetic moments of baryons and strange content of the nucleon // *Phys. Lett.* 1995. Vol. B357. P. 666–670.
- [30] Андреев В.В. Аналитическое вычисление фейнмановских амплитуд // *Ядерная физика.* 2003. Т. 66. № 2. С. 410–420.
- [31] A measurement of the space-like pion electromagnetic form-factor / S.R. Amendolia [et al.] // *Nucl. Phys.* 1986. Vol. B277. P. 168–216.
- [32] A measurement of the pion charge radius / S.R. Amendolia [et al.] // *Phys. Lett.* 1984. Vol. B146. P. 116–131.
- [33] Direct measurement of the negative kaon form-factor / E.B. Dally [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 1980. Vol. 45. P. 232–235.
- [34] Measurement of the Sigma- charge radius by Sigma- electron elastic scattering / I. Eschrich [et al.] // *Phys. Lett.* 2001. Vol. B522. P. 233–239.
- [35] A Measurement of the kaon charge radius / S.R. Amendolia [et al.] // *Phys. Lett.* 1986. Vol. B178. P. 435–454.
- [36] Review of Particle Physics / W.-M. Yao [et al.] // *Journal of Physics G.* 2006. Vol. 33. P. 1.
- [37] Maris P., Tandy P.C. Electromagnetic transition form factors of light mesons // *Phys. Rev.* 2002. Vol. C65. P. 045211.
- [38] Burden C.J., Roberts C.D., Thomson M.J. Electromagnetic Form Factors of Charged and Neutral Kaons // *Phys. Lett.* 1996. Vol. B371. P. 163–168.
- [39] Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O. Masses and electroweak properties of light mesons in the relativistic quark model // *Eur. Phys. J.* 2006. Vol. C47. P. 745–755.
- [40] Electromagnetic meson form-factors in the Salpeter model / C.R. Munz [et al.] // *Phys. Rev.* 1995. Vol. C52. P. 2110–2119.
- [41] Investigation of $K(L,S) \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ e^-$ decays / A. Lai [et al.] // *Eur. Phys. J.* 2003. Vol. C30. P. 33–49.
- [42] Determination of the Charged Pion Form Factor at $Q^2 = 1,60$ and $2,45$ $(\text{GeV}/c)^2$ / T. Horn [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. P. 192001.
- [43] Determination of the pion charge form factor for $Q^2 = 0,60 - 1,60$ GeV^2 / V. Tadevosyan [et al.] // *Phys. Rev.* 2007. Vol. C75. P. 055205.
- [44] Electroproduction of single pions at low epsilon and a measurement of the pion form-factor up to $q^2 = 10$ - GeV^2 / C.J. Bebek [et al.] // *Phys. Rev.* 1978. Vol. D17. P. 1693–1712.
- [45] Donoghue J.F., Na E.S. Asymptotic limits and the structure of the pion form factor // *Phys. Rev. D.* 1997. Vol. 56. № 11. P. 7073–7076.
- [46] Крутов А.Ф., Гроицкий В.Е. Мгновенная форма пуанкаре-инвариантной квантовой механики и описание структуры составных систем // *ЭЧАЯ.* 2009. Т. 40. № 2. С. 268–318.

Поступила в редакцию 18/III/2011.
в окончательном варианте — 18/III/2011.

ELECTROMAGNETIC FORM FACTORS OF PSEUDOSCALAR MESONS

© 2011 V.V. Andreev,³ A.F. Krutov⁴

Mean-square radii and electromagnetic form factors of light mesons are obtained in the framework of Poincare covariant quark model, which is based on the point form of Poincare invariant quantum mechanics. Calculations are performed with the use of the requirement of self-consistent description of electroweak properties and masses of pseudoscalar and vector mesons.

Key words: relativistic quark model mesons, leptonic decay constants, rms radii, electromagnetic form factors.

Paper received 18/III/2011.

Paper accepted 18/III/2011.

³Andreev Viktor Vasilievich (vik.andreev@gsu.by), the Dept. of Theoretical Physics, Gomel State University, Gomel, 246019, the Republic of Belarus.

⁴Krutov Alexander Fedorovich (krutov@ssu.samara.ru), the Dept. of General and Theoretical Physics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.