

УДК 535.317.1

ФУНКЦИЯ РАЗМЫТИЯ ТОЧКИ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ РАСХОДИМОСТИ ОДНОЙ ИЗ ВОЛН НАКАЧКИ¹

© 2011 А.А. Акимов, Е.В. Воробьева, В.В. Ивахник²

Для четырехволнового преобразователя излучения в резонансной среде, моделируемой четырехуровневой схемой энергетических уровней, получено выражение для функции размытия точки. Найдены зависимости полуширины модуля функции размытия точки от интенсивности волн накачки, параметров резонансной среды.

Ключевые слова: функция размытия точки, четырехволновой преобразователь, резонансная нелинейность.

Введение

Метод функции размытия точки (ФРТ) широко применяется при анализе качества преобразования изображения при многоволновом взаимодействии [1]. Его использование обусловлено линеаризацией уравнений, описывающих изменение комплексных амплитуд сигнальной и объектной волн по мере их распространения в нелинейной среде в приближении заданного поля по волнам накачки. Используя метод ФРТ, подробно исследовано влияние на качество обращения волнового фронта (ОВФ) при четырехволновом взаимодействии в средах с керровской и тепловой нелинейностями пространственной структуры волн накачки, геометрии взаимодействия, углового и частотного сдвига и т. д. [2]. Ширина модуля ФРТ определяет разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения, позволяет определить минимальный размер неоднородностей искажающей среды, которые могут быть скомпенсированы с использованием таких преобразователей [3; 4].

Еще одной нелинейной средой, широко используемой для получения волны с обращенным волновым фронтом при четырехволновом взаимодействии, является среда с резонансной нелинейностью [5; 6]. Поэтому представляет интерес определение ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на резонансной нели-

¹Работа выполнена в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры России" на 2009-2013 годы (Государственный контракт № 14.740.11.0063).

²Акимов Александр Александрович, Воробьева Елена Владимировна, Ивахник Валерий Владимирович (ivakhnik@ssu.samara.ru), кафедра оптики и спектроскопии Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

нейности, исследование влияния на качество ОВФ пространственной структуры, интенсивности волны накачки.

1. Вывод выражения для ФРТ

Пусть в плоском слое с резонансной нелинейностью толщиной l распространяются навстречу друг другу две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2 и сигнальная волна с амплитудой A_3 . В результате четырехволнового взаимодействия $\omega + \omega - \omega = \omega$ генерируется объектная волна с комплексной амплитудой A_4 .

Исходное скалярное волновое уравнение, описывающее четырехволновое взаимодействие в резонансной четырехуровневой среде [7], есть

$$(\nabla^2 + k^2 - 2ik\alpha_0 \frac{1 + aI}{1 + bI + cI^2})(A + A^*) = 0. \quad (1.1)$$

Здесь $I = AA^*$, $A = \sum_{j=1}^4 A_j$, a, b, c — постоянные величины, связанные с сечениями переходов и вероятностями безызлучательных переходов, k — волновое число, α_0 — начальное значение коэффициента поглощения.

В приближении заданного поля по волнам накачки ($|A_{1,2}| \gg |A_{3,4}|$) уравнение (1.1) примет вид

$$\left(\nabla^2 + k^2 - \frac{2ik\alpha_0}{1 + bI_0 + cI_0^2} \left[1 + aI_0 + \frac{[a - b - cI_0(2 + aI_0)](A_1A_3^* + A_1^*A_3)}{1 + bI_0 + cI_0^2} \right] \right) A = 0, \quad (1.2)$$

где $I_0 = A_1A_1^* + A_2A_2^*$.

Пусть первая волна накачки плоская и распространяется строго вдоль оси Z :

$$A_1(r) = \tilde{A}_1(z) \exp(-i\vec{k}_1 \vec{r}).$$

Вторую волну накачки, сигнальную и объектную волны разложим по плоским волнам

$$A_j(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_j(\vec{k}_j, z) \exp(-i\vec{k}_j \vec{\rho} - ik_{jz}z) d\vec{k}_j, \quad j = 2 \div 4, \quad (1.3)$$

где k_{jz} и \vec{k}_j — продольная и поперечная составляющие волнового вектора \vec{k}_j .

Предположим, что интенсивность первой волны накачки намного больше, чем интенсивность второй волны. Тогда в уравнении (2.2) суммарную интенсивность волн накачки можно заменить на интенсивность первой волны накачки ($I_1 = A_1A_1^*$).

С учетом (2.3) уравнение (2.2) распадается на систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{A}_1(z)}{dz} &= -\frac{\alpha_0(1 + aI_1)}{1 + bI_1 + cI_1^2} \tilde{A}_1(z), \\ \frac{d\tilde{A}_2(\vec{k}_2, z)}{dz} &= \frac{\alpha_0(1 + aI_1)}{1 + bI_1 + cI_1^2} \tilde{A}_2(\vec{k}_2, z), \\ \frac{d\tilde{A}_3(\vec{k}_3, z)}{dz} &= -\frac{\alpha_0(1 + aI_1)}{1 + bI_1 + cI_1^2} \tilde{A}_3(\vec{k}_3, z), \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{A}_4(\vec{k}_4, z)}{dz} &= \frac{\alpha_0(1 + aI_1)}{1 + bI_1 + cI_1^2} \tilde{A}_4(\vec{k}_4, z) + \frac{\alpha_0[a - b - cI_1(2 + aI_1)]}{(1 + bI_1 + cI_1^2)^2} \times \\ &\times \tilde{A}_1 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_2(\vec{k}_2, z) \tilde{A}_3^*(\vec{k}_3 = \vec{k}_2 - \vec{k}_4, z) \exp(-i\Delta z) d\vec{k}_2, \end{aligned}$$

где $\Delta = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4)_z$ — проекция волновой расстройки на ось Z . При записи уравнения для спектра объектной волны считали, что проекция волновой расстройки на оси X и Y равна нулю: $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4 = 0$.

Решение системы уравнений (2.4) для амплитуд волн накачки, пространственного спектра сигнальной волны есть

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1(z) &= \tilde{A}_{10} \exp[-C(z)], \\ \tilde{A}_2(\vec{k}_2, z) &= \tilde{A}_{20}(\vec{k}_2) \exp[-C(l) + C(z)], \\ \tilde{A}_3(\vec{k}_3, z) &= \tilde{A}_{30}(\vec{k}_3) \exp[-C(z)]. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} C(z) &= \alpha_0 \int_0^z \frac{(1 + aI_1(z_1)) dz_1}{1 + bI_1(z_1) + cI_1^2(z_1)}, \\ \tilde{A}_{10} &= \tilde{A}_1(z = 0), \\ \tilde{A}_{20}(\vec{k}_2) &= \tilde{A}_2(\vec{k}_2, z = l), \\ \tilde{A}_{30}(\vec{k}_3) &= \tilde{A}_3(\vec{k}_3, z = 0). \end{aligned}$$

Сделаем замену $\tilde{A}_4(\vec{k}_4, z) = \tilde{A}'_4(\vec{k}_4, z) \exp[C(z)]$. Тогда уравнение, описывающее изменение спектра объектной волны по мере ее распространения в нелинейной среде, примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{A}'_4}{dz} &= \frac{\alpha_0[a - b - cI_1(2 + aI_1)]}{(1 + bI_1 + cI_1^2)^2} \tilde{A}_{10} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_{20}(\vec{k}_2) \tilde{A}_{30}^*(\vec{k}_3 = \vec{k}_2 - \vec{k}_4) \exp[-i\Delta z - 2C(z) - C(l)] d\vec{k}_2. \end{aligned} \quad (1.6)$$

В параксиальном приближении выражение для проекции волновой расстройки на ось Z есть

$$\Delta = \frac{\vec{k}_2(\vec{k}_2 - \vec{k}_4)}{k}. \quad (1.7)$$

Уравнение (2.6) необходимо дополнить граничным условием

$$\tilde{A}'_4(\vec{k}_4, z = l) = 0.$$

Пусть сигнальная волна — волна от точечного источника, расположенного на расстоянии z_3 от передней грани нелинейного слоя. Поле объектной волны будем рассматривать на расстоянии z_4 от передней грани нелинейного слоя. С учетом (2.5), (2.6) выражение для ФРТ с точностью до постоянного множителя примет вид

$$\begin{aligned} G(\vec{\rho}, z_3, z_4) &= \int_0^l g(z) dz \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k}_4 d\vec{k}_2 \tilde{A}_{20}(\vec{k}_2) \exp[-i\Delta z - i \frac{(\vec{k}_2 - \vec{k}_4)^2}{2k} z_3 + i \frac{(\vec{k}_4)^2}{2k} z_4 - i\vec{k}_4 \vec{\rho}]. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Здесь

$$g(z) = \alpha_0 \frac{[a - b - cI_1(2 + aI_1)] \exp[-2C(z) - C(l)]}{(1 + bI_1 + cI_1^2)^2}$$

является коэффициентом нелинейной связи. При четырехволновом взаимодействии в резонансной среде в отличие от среды с керровской нелинейностью возникает зависимость коэффициента нелинейной связи от координаты z .

Пусть пространственный спектр второй волны накачки изменяется по гауссову закону

$$\tilde{A}_{20}(\vec{k}_2) = \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{\kappa_2^2}{\sigma^2}\right].$$

Тогда при совпадении плоскостей наблюдения сигнальной и объектной волн ($z_3 = z_4$) выражение для ФРТ с точностью до постоянного множителя примет вид

$$G(\vec{\rho}, z_3) = \int_0^l \frac{g(z)}{(z + z_3)^2} \exp\left(-\left[\frac{k\vec{\rho}}{z + z_3}\right]^2 \left[\frac{1}{\sigma^2} + \frac{i}{k}\left(z + \frac{z_3}{2}\right)\right]\right) dz. \quad (1.9)$$

Выражение (2.9) полностью описывает качество преобразования излучения при четырехволновом взаимодействии в резонансной среде и при малой интенсивности волн накачки ($bI_1 \ll 1$, $aI_1 \ll 1$, $cI_1^2 \ll 1$) совпадает с выражением для ФРТ четырехволнового преобразователя излучения в среде с керровской нелинейностью [2]. В частном случае, когда параметры резонансной среды $a = b = 0$, выражение (2.9) описывает ФРТ четырехволнового преобразователя излучения в резонансной двухуровневой среде.

2. Обсуждение результатов

Анализ выражения (2.9) показывает, что с ростом поперечной координаты модуль ФРТ либо монотонно уменьшается, либо вначале возрастает, а затем уменьшается. Кольцеобразная структура ФРТ наблюдается при параметре резонансной среды $\gamma_1 = a/b$, большем единицы.

Функцию размытия точки четырехволнового преобразователя излучения в объемной нелинейной среде толщиной l можно представить в виде когерентной суммы ФРТ четырехволновых преобразователей излучения в тонких толщиной dz нелинейных слоях, на которые разбивается объемная среда. Причем весовые множители "ФРТ тонких слоев" прямо пропорциональны коэффициенту нелинейной связи. Существует критическая интенсивность волны накачки

$$I_{1,cr} = \frac{1}{a} \left(\sqrt{1 + \frac{a(a-b)}{c}} - 1 \right),$$

при которой коэффициент нелинейной связи становится равным нулю. Если критическая интенсивность волны накачки располагается в диапазоне изменений интенсивности от $I_1(z=0)$ до $I_1(z=l)$, то по мере распространения в нелинейной среде волны накачки наблюдается смена знака весовых множителей "ФРТ тонких слоев" и, как следствие, возникновение кольцеобразной структуры.

При условии монотонного уменьшения модуля функции размытия точки с ростом поперечной координаты в качестве количественной меры качества ОВФ может выступать полуширина модуля ФРТ, определяемая из условия

$$|G(\rho = \Delta\rho, z_3)| = \frac{1}{2} |G(\rho = 0, z_3)|.$$

На рисунке приведены характерные графики изменения нормированной полуширины модуля ФРТ

$$\Delta\rho_1 = \frac{\Delta\rho k}{l\sigma}$$

от нормированной интенсивности первой волны накачки (bI_{10} , $I_{10} = I_1(z = 0)$). С увеличением интенсивности волны накачки полуширина модуля ФРТ монотонно возрастает, достигает максимума, а затем, уменьшаясь, выходит на постоянное значение, величина которого не зависит от параметров резонансной среды. Параметры резонансной среды γ_1 и $\gamma_2 = c/(ab)$ определяют положение максимума и его величину. Увеличение параметров резонансной среды γ_1 и γ_2 приводит к сдвигу максимума полуширины модуля ФРТ в сторону меньших значений интенсивности волны накачки.

По мере удаления плоскости наблюдения объектной волны от передней грани нелинейного слоя относительное изменение полуширин модуля ФРТ при малой ($\Delta\rho_1 = \Delta\rho$ ($bI_{10} \ll 1$)) и большой ($\Delta\rho_2 = \Delta\rho$ ($bI_{10} \gg 1$)) интенсивности первой волны накачки $\left(2(\Delta\rho_2 - \Delta\rho_1)(\Delta\rho_2 + \Delta\rho_1)^{-1}\right)$ уменьшается. Значительное изменение полуширины модуля ФРТ от интенсивности первой волны накачки для двухуровневой резонансной среды наблюдается в интервале значений нормированной интенсивности ($0, 2 \leq bI_{10} \leq 5$).

Увеличение при фиксированной толщине нелинейной среды начального коэффициента поглощения приводит к более резкому изменению полуширины модуля ФРТ с увеличением интенсивности волны накачки.

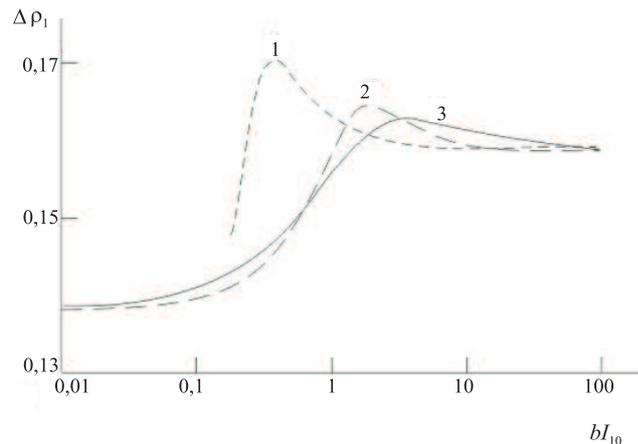


Рис. Зависимость полуширины модуля ФРТ от интенсивности волны накачки при $z_3 = 0, 1l$, $\alpha_0 l = 1$, $kl = 10^4$, $\sigma = 10^{-3}k$, 1 - $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$, 2 - $\gamma_1 = 0, 1$, $\gamma_2 = 10$, 3 - $a = c = 0$

Как и для сред с другими типами нелинейности, в схеме со встречными волнами накачки зависимость полуширины модуля ФРТ четырехволнового преобразователя излучения на резонансной нелинейности от расходимости второй волны накачки хорошо описывается линейной функцией

$$\Delta\rho = \beta \frac{\sigma}{k} l,$$

где β — коэффициент пропорциональности, определяемый в основном параметрами нелинейной среды, интенсивностью первой волны накачки и положением плоскости наблюдения.

Заключение

Показано, что увеличение интенсивности волны накачки приводит к уширению модуля ФРТ четырехволнового преобразователя излучения, что свидетельствует об ухудшении качества обращения волнового фронта. Хотя характер изменения полуширины модуля ФРТ от интенсивности волны накачки зависит от параметров резонансной среды, разность между нормированными значениями полуширин при малой и большой интенсивностях волны накачки определяется в основном начальным коэффициентом поглощения, положением плоскости наблюдения сигнальной волны.

Литература

- [1] Воронин Э.С., Петникова В.М., Шувалов В.В. Использование вырожденных параметрических процессов для коррекции волновых фронтов (обзор) // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 5. С. 917–935.
- [2] Ивахник В.В. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии. Самара: Изд-во "Самарский университет", 2010. 246 с.
- [3] Компенсация искажений волнового фронта в неоднородной среде конечной толщины / Э.С. Воронин [и др.] // Квантовая электроника. 1980. Т. 7. № 3. С. 653–656.
- [4] О передаче изображения через неоднородные среды с помощью ОВФ / В.И. Бень [и др.] // Физические основы и прикладные вопросы голографии: сб. статей. Л., 1984. С. 110–119.
- [5] Степанов Б.И., Ивакин Е.В., Рубанов А.С. О регистрации плоских и объемных динамических голограмм в просветляющихся веществах // ДАН СССР. 1971. Т. 196. № 3. С. 567–569.
- [6] Горбач Д.В., Романов О.Г., Толстик А.Л. Преобразование сингулярных световых пучков при невырожденном четырехволновом взаимодействии в растворах красителей. Известия РАН. Серия физическая. 2009. Т. 73. № 12. С. 1750–1754.
- [7] Тихонов Е.А., Шпак М.Т. Нелинейные оптические явления в органических соединениях. Киев: Наукова думка, 1979. 382 с.

Поступила в редакцию 3/ХІІ/2010;
в окончательном варианте — 2/ІІ/2011.

THE POINT SPREAD FUNCTION OF A FOUR-WAVE CONVERTER IN A RESONANT MEDIUM WITH ALLOWANCE FOR PUMP WAVE DIVERGENCE

© 2011 A.A. Akimov, E.V. Vorobeva, V.V. Ivakhnik³

An expression for point spread function has been obtained for a four-wave converter in resonant medium modelled by four-level energy scheme. The dependences of point spread function width from pumping wave intensity and resonant medium parameters have been found.

Key words: points spread function, four-wave converter, resonant nonlinearity.

Paper received 3/*XII*/2010.

Paper accepted 2/*II*/2011.

³Akimov Alexander Alexandrovich, Vorobieva Elena Vladimirovna, Ivakhnik Valeriy Vladimirovich (ivakhnik@ssu.samara.ru), the Dept. of Optics and Spectroscopy, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.