УДК 517.95

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ПЕРВОГО РОДА

© 2011 А.В. Дюжева[1]

В статье рассматривается нелокальная задача для гиперболического уравнения с интегральными условиями первого рода. Основной целью работы является демонстрация метода, позволяющего свести поставленную задачу к задаче с интегральным условием второго рода. Доказано существование единственного обобщенного решения.

Ключевые слова: нелокальная задача, гиперболическое уравнение, нелокальные условия, обобщенное решение.

В области $Q = (0,l) \times (0,T)$, где $l, T < \infty$, рассмотрим уравнение

$$u_{tt} - u_{xx} + c(x,t)u = f(x,t) \tag{1}$$

и поставим для него задачу.

Задача 1. Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее начальным данным

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x) \tag{2}$$

и нелокальным условиям

$$\int_0^l K_i(x,t)udx + \int_0^t \int_0^l H_i(x,\tau)udxd\tau = 0, \ i = 1,2, \tag{3}$$

где $H_i(x,t),\ K_i(x,t)$ заданы в $\overline{Q}$.

Задачи с нелокальными интегральными условиями активно изучаются в настоящее время, но в большинстве работ, посвященных этой тематике, рассматриваются интегральные условия II рода [1; 3; 5]. Условия (3) представляют собой интегральные условия I рода, а это, как отмечено в [6], влечет за собой ряд трудностей при исследовании разрешимости задачи. Однако в некоторых случаях удается свести условия I рода к условиям II рода, что дает возможность применить один из разработанных методов исследования разрешимости нелокальных задач.

Сведем задачу (1)–(3) к задаче с интегральными условиями II рода.

Лемма. Если для всех $t \in [0,T]$

$$\Delta \equiv K_1(l,t)K_2(0,t) - K_1(0,t)K_2(l,t) \neq 0, \tag{4}$$

$K_i(x,t) \in C^2(\overline{Q}),\ H_i(x,t) \in C^1(\overline{Q})$ и выполняются условия согласования

$$\begin{aligned} \textstyle\int_0^l K_i(x,0)\varphi(x)dx = 0, \\ \textstyle\int_0^l K_{it}(x,0)\phi(x)dx + \int_0^l K_i(x,0)\psi(x)dx + \int_0^l H_i(x,0)\phi(x)dx = 0, \end{aligned} \tag{5}$$

[1]Дюжева Александра Владимировна (aduzheva@rambler.ru), кафедра математики и бизнес-информатики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

то условия (3) эквивалентны нелокальным условиям второго рода

$$\begin{aligned} u_x(0,t) = \alpha_1(t)u(l,t) + \beta_1(t)u(0,t) + \textstyle\int_0^l M_1(x,t)udx + \\ + \textstyle\int_0^l N_1(x,t)u_t dx + \int_0^l R_1(x,t)f dx, \\ u_x(l,t) = \alpha_2(t)u(l,t) + \beta_2(t)u(0,t) + \textstyle\int_0^l M_2(x,t)udx + \\ + \textstyle\int_0^l N_2(x,t)u_t dx + \int_0^l R_2(x,t)f dx, \end{aligned} \tag{6}$$

где $u(x,t)$ удовлетворяет уравнению (1),

$$\alpha_1(t) = \frac{-(K_{1x}(l,t)K_2(l,t) - K_{2x}(l,t)K_1(l,t))}{\Delta};$$

$$\beta_1(t) = \frac{(-K_{1x}(0,t)K_2(l,t) - K_{2x}(0,t)K_1(l,t))}{\Delta};$$

$$M_1(x,t) = \frac{(((K_{1x})_x - K_{1tt} - cK_1)K_2(l,t) - ((K_{2x})_x - K_{2tt} - cK_2)K_1(l,t))}{\Delta};$$

$$R_1(x,t) = \frac{K_2(x,t)K_1(l,t) - K_1(x,t)K_2(l,t)}{\Delta};$$

$$N_1(x,t) = \frac{(2K_{1t} + H_1)K_1(l,t) - (2K_{1t} + H_1)K_2(l,t)}{\Delta};$$

$$\alpha_2(t) = \frac{-(K_{1x}(l,t)K_2(0,t) - K_{2x}(l,t)K_1(0,t))}{\Delta};$$

$$\beta_2(t) = \frac{(-K_{1x}(0,t)K_2(0,t) - K_{2x}(0,t)K_1(0,t))}{\Delta};$$

$$M_2(x,t) = \frac{(((K_{1x}a)_x - K_{1tt} - cK_1)K_2(0,t) - ((K_{2x})_x - K_{2tt} - cK_2)K_1(0,t))}{\Delta};$$

$$R_2(x,t) = \frac{K_2(x,t)K_1(0,t) - K_1(x,t)K_2(0,t)}{\Delta};$$

$$N_2(x,t) = \frac{(2K_{2t} + H_2)K_1(0,t) - (2K_{2t} + H_2)K_2(0,t)}{\Delta}.$$

Доказательство. Пусть $u(x,t)$ удовлетворяет уравнению (1) и условию (3). Продифференцируем (3) по t дважды, получим

$$\int_0^l K_i u_{tt} dx + 2\int_0^l K_{it} u_t dx + \int_0^l K_{itt} u dx + \int_0^l H_{it} u dx + \int_0^l H_i u_t dx = 0. \tag{7}$$

Первый интеграл в (7) преобразуем, использовав тот факт, что $u(x,t)$ — решение уравнения (1):

$$\int_0^l K_i u_{tt} dx = \int_0^l K_i(x,t)[u_{xx} - c(x,t)u + f(x,t)]dx.$$

Тогда после интегрирования по частям слагаемого, содержащего u_{xx}, получим

$$\int_0^l K_i u_{xx} dx = K_i(l,t)u_x(l,t) - K_i(0,t)u_x(0,t) - K_{ix}(l,t)u(l,t) + K_{ix}(l,t)u(l,t) +$$

$$+ \int_0^l K_{ixx} u dx.$$

После этих преобразований условия (7) приобретают вид:

$$\begin{aligned} K_i(l,t)u_x(l,t) - K_i(0,t)u_x(0,t) - K_{ix}(l,t)u(l,t) + K_{ix}(l,t)u(l,t) = \\ = \textstyle\int_0^l (K_i c - K_{ixx} - K_{itt} - H_{it})udx - \int_0^l (2K_{it} + H_i)u_t dx - \int_0^l K_i f dx. \end{aligned} \tag{8}$$

Так как $\Delta \equiv K_1(l,t)K_2(0,t) - K_1(0,t)K_2(l,t) \neq 0$, то систему (8) можно разрешить относительно $u_x(0,t)$, $u_x(l,t)$. Получим

$$u_x(0,t) = \alpha_1(t)u(l,t) + \beta_1(t)u(0,t) + \int_0^l M_1(x,t)udx + \int_0^l N_1(x,t)u_tdx + \int_0^l R_1(x,t)fdx,$$

$$u_x(l,t) = \alpha_2(t)u(l,t) + \beta_2(t)u(0,t) + \int_0^l M_2(x,t)udx + \int_0^l N_2(x,t)u_tdx + \int_0^l R_2(x,t)fdx.$$

Пусть теперь $u(x,t)$ удовлетворяет уравнению (1) и условиям (6). Очевидно, тогда она удовлетворяет и условиям (8). Одно из слагаемых (8) преобразуем интегрированием по частям:

$\int_0^l K_{ixx}udx = K_i(l,t)u_x(l,t) - K_i(0,t)u_x(0,t) - K_{ix}(l,t)u(l,t) + K_{ix}(0,t)u(0,t) - - \int_0^l K_iu_{xx}dx$,

после чего из (8) получим

$\int_0^l (K_i(x,t)c(x,t) - K_{itt} - H_{it})udx - \int_0^l K_iu_{xx}dx - \int_0^l (2K_{it} + H_i)u_tdx - \int_0^l K_ifdx = 0$,

а так как $u(x,t)$ удовлетворяет уравнению (1), то

$\int_0^l K_{ixx}udx = \int_0^l K_ifdx - \int_0^l K_icudx + \int_0^l K_iu_{tt}dx$.

Но тогда

$\int_0^l K_{itt}udx + \int_0^l K_iu_{tt}dx + 2\int_0^l K_{it}u_tdx + \int_0^l H_{it}udx - \int_0^l H_iudx = 0$.

Последнее равенство перенишем так:

$$\frac{d^2}{dt^2}[\int_0^l K_iudx + \int_0^t \int_0^l H_iudxd\tau] = 0, \quad i = 1,2. \tag{9}$$

В силу условий согласования (5), которые можно записать в виде

$$\int_0^l K_i(x,0)u(x,0)dx = 0,$$

$$\frac{d}{dt}(\int_0^l K_i(x,t)u(x,t)dx + \int_0^t \int_0^l H_i(x,t)u(x,t)dxd\tau)_{t=0} = 0,$$

мы приходим к однородной задаче Коши для системы (9), которая в силу теоремы единственности имеет только нулевое решение:

$$\int_0^l K_i(x,t)u(x,t)dx + \int_0^t \int_0^l H_i(x,t)u(x,t)dxd\tau = 0,$$

что и означает выполнение условия (3).

Теорема доказана.

Итак, вместо задачи с условиями I рода мы можем рассматривать задачу с нелокальными условиями II рода.

Задача 2. Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям (2) и (6).

Заметим, что в случае $M_i = N_i = R_i = 0$ задача 2 совпадает с задачей, рассмотренной в статье [7]. Если $M_i = N_i = 0$, то она совпадает с задачей, изученной в [3]. Рассмотрим случай $N_i = 0$, $M_i \neq 0$, $R_i \neq 0$. Равенство $N_i(x,t) = 0$ возможно, в силу условия $\Delta \neq 0$, только если $H_i + 2K_{it} = 0$.

Введем понятие обобщенного решения задачи (1), (2), (6) для случая $N_i(x,t) = 0$.

Применяя стандартную процедуру [4], умножим обе части (1) на функцию $v(x,t) \in \hat{W}_2^1(Q_T) = \{v(x,t) : v(x,t) \in W_2^1(Q_T),\ v(x,T) = 0\}$, и после интегрирования по Q_T получим:

$$\begin{gathered}\int_0^T \int_0^l (-u_tv_t + u_xv_x + cuv)dxdt - \int_0^T [\Phi_2(t)]v(l,t)dt + \int_0^T \Phi_1(t)]v(0,t)dt = \\ = \int_0^l \psi(x)v(x,0)dx + \int_0^T g_2v(l,t)dt + \int_0^t g_1v(0,t)dt + \int_0^\tau \int_0^l fvdxdt,\end{gathered} \tag{10}$$

где

$$\Phi_i(t) = \int_0^l M_i(x,t)u(x,t)dx + \alpha_i(t)u(0,t) + \beta_i(t)u(l,t),$$

$$g_i(t) = \int_0^l R_i f dx.$$

Определение. Обобщенным решением задачи (1), (2), (6) будем называть функцию $u(x,t) \in W_2^1(Q_T)$, удовлетворяющую условию $u(x,0) = \varphi(x)$ и тождеству (10) для любой функции $v(x,t) \in \hat{W}_2^1(Q_T)$.

Теорема. Пусть выполняются следующие условия:

$$H1. c(x,t) \in C(\bar{Q}_T),\ \ \varphi(x) \in W_2^1(0,l),\ \ \psi(x) \in L_2(0,l),\ \ f(x,t) \in L_2(Q_T),$$

$$K_i(x,t) \in C^2(Q) \cap C(\overline{Q}),\ \ H_i(x,t) \in C^2(Q) \cap C(\overline{Q});$$

$$H2.\ \ \alpha_i(t), \beta_i(t) \in C^1[0,T],\ \ \alpha_1(t) > 0,\ \ \beta_2(t) < 0;$$

$$H3.\ \ \alpha_1'(t)\xi_1^2 - 2\alpha_2'(t)\xi_1\xi_2 - \beta_2'\xi_2^2 \geqslant 0,\ \ \forall t \in [0,T];$$

$$H4.\ \ \alpha_2(t) + \beta_1(t) = 0\ \ \forall t \in [0,T].$$

Тогда существует единственное обобщенное решение задачи (1), (2), (6).

Доказательство.

1. *Единственность решения.* Предположим, что существует два различных обобщенных решения, $u_1(x,t)$ и $u_2(x,t)$. Тогда их разность $u = u_1 - u_2$ удовлетворяет условию $u(x,0) = 0$ и тождеству

$$\int_0^T \int_0^l [-u_t v_t + u_x v_x + cuv]dxdt - \int_0^T [\beta_2 u(l,t) + \alpha_2 u(0,t) +$$

$$+\Phi_2(t)]v(l,t)dt - \int_0^T [\beta_1 u(l,t) + \alpha_1 u(0,t) + \Phi_1(t)]v(0,t)dt = 0. \quad (11)$$

В (11) положим

$$v(x,t) = \begin{cases} \int\limits_\tau^t u(x,\eta)d\eta, & 0 \leqslant t \leqslant \tau, \\ 0, & \tau \leqslant t \leqslant T \end{cases} \quad (12)$$

и проделаем ряд преобразований, которые приводят к

$$-\frac{1}{2}\int_0^l [u^2(x,\tau) + v_x^2(x,0)]dx + \int_0^\tau \int_0^l c v_t v dxdt +$$

$$+\int_0^\tau \alpha_2 v_t(0,t)v(l,\eta)dt - \frac{1}{2}\int_0^\tau \beta_2' v^2(l,t)dt + \int_0^\tau \int_0^l M_2 v dx \int_\tau^t v(l,\eta)d\eta dt +$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^\tau \alpha_1'(t)v^2(0,t)dt - \int_0^\tau \beta_1 v_t(l,t)v(0,t)dt - \int_0^\tau \int_0^l M_1 v_t v(0,t)dxdt = 0. \quad (13)$$

Заметим, что при выводе (13) мы воспользовались техникой, представленной в [7]. Преобразуем некоторые слагаемые в (13).

$$-\int_0^\tau \beta_1 v_t(l,t)v(0,t)dt = \int_0^\tau \beta_1 v(l,t)v_t(0,t)dt + \int_0^\tau \beta_1' v(l,t)v(0,t)dt.$$

Перепишем в следующем виде:

$$\frac{1}{2}\int_0^l [u^2(x,\tau) + v_x^2(x,0)]dx + \frac{1}{2}\int_0^\tau (\beta_2' v^2(l,t)dt + 2\beta_1' v(l,t)v(0,t) - \alpha_1'(t)v^2(0,t)dt =$$

$$= \int_0^\tau \int_0^l c v_t v dxdt + \int_0^\tau v(l,t)\int_0^l M_2 v_t dxdt + \int_0^\tau v(0,t)\int_0^l M_1 v_t(x,t)dxdt. \quad (14)$$

По условию *Н3* теоремы $\beta_2'(t)\xi_1^2 + 2\beta_1'(t)\xi_1\xi_2 - \alpha_1'(t)\xi_1^2 \geqslant 0$, что влечет за собой неотрицательность второго слагаемого левой части (14).

Оценим правые части равенства (14), используя неравенства Коши, Коши — Буняковского, а также неравенства

$$v^2(0,t) \leqslant 2l\int_0^x v_\xi^2 d\xi + \frac{2}{l}\int_0^l v^2(x,t)dx,$$
$$v^2(l,t) \leqslant 2l\int_x^l v_\xi^2 d\xi + \frac{2}{l}\int_0^l v^2(x,t)dx, \tag{15}$$

легко выводимые из равенств

$$v(0,t) = \int_0^x v_\xi d\xi + v(x,t),$$
$$v(l,t) = \int_x^l v_\xi d\xi + v(x,t) \tag{16}$$

и представления функции $v(x,t)$. В силу условий теоремы найдутся числа $m_i > 0$ такие, что $\max_Q |M_i| \leqslant m_i$, $\max |c(c,t)| \leqslant c_0$. Тогда $|\int_0^l M_i^2 dx| \leqslant \frac{m_i}{2}$. Получим

$$\int_0^l [u^2(x,\tau) + v_x^2(x,0)]dx \leqslant K\int_0^\tau\int_0^l [u^2(x,t) + v_x^2(x,t)]dxdt, \tag{17}$$

где $K > 0$ и зависит лишь от l, T, m_i, c_0.

Введем функцию $W(x,t) = \int_0^t u_x d\eta$. Тогда

$$v_x(x,t) = W(x,t) - W(x,\tau),$$
$$v_x(x,0) = W(x,\tau)$$

и неравенство (17) может быть записано следующим образом:

$$\int_0^l [u^2(x,\tau) + W_x^2(x,\tau)]dx \leqslant K\int_0^\tau\int_0^l [u^2(x,t) + (W(x,t) - W(x,\tau))^2]dxdt.$$

Из него следует:

$$\int_0^l [u^2(x,\tau) + W^2(x,\tau)]dx \leqslant K\int_0^\tau\int_0^l [u^2(x,t) + 2W^2(x,t)]dxdt + K\tau\int_0^l W^2(x,\tau)dx.$$

Пользуясь произволом τ, выберем его так, чтобы $1 - K\tau \geqslant \frac{1}{2}$.

Тогда для $\tau \in [0, \frac{1}{2K}]$

$$\int_0^l [u^2(x,\tau) + W^2(x,\tau)]dx \leqslant 4K\int_0^\tau\int_0^l [u^2(x,t) + W^2(x,t)]dxdt. \tag{18}$$

Применив к (18) лемму Гронуолла, убедимся в том, что для $\tau \in [0, \frac{1}{2K}]$ $u(x,\tau) = 0$. На следующем шаге, следуя [4], убеждаемся, что и для $\tau \in [\frac{1}{2K}, \frac{1}{K}]$ $u(x,\tau) = 0$. Продолжив это процесс, убедимся в том, что $u(x,t) = 0$ в Q_T.

Единственность доказана.

2. *Существование решения.*

Для доказательства существования обобщенного решения построим сначала приближенное решение при помощи метода Галеркина. Пусть $\{w_k(x)\}_{k=1}^\infty$ — произвольная система фунуций из $C^2[0,l]$, линейно независимая и полная в $W_2^1(0,l)$. Также будем считать, что $(w_k, w_l)_{L_2(0,l)} = \delta_{kl}$. Будем искать приближенное решение задачи (1), (2), (4) в виде

$$u^m(x,t) = \sum_{k=1}^m d_k(t)w_k(x) \tag{19}$$

из соотношений

$$\int_0^l (u_{tt}^m w_j + u_x^m w_j' + cu^m w_j)dx + (\alpha_1(t)u^m(l,t) + \beta_1(t)u^m(l,t) + \Phi_1)w_j'(0) -$$

$$-(\alpha_2(t)u^m(l,t) + \beta_2(t)u^m(l,t) + \Phi_2)w_j'(l) = \int_0^l fw_j dx. \quad (20)$$

и

$$d_k(0) = \phi_k, \ \ d_k'(0) = \psi_k, \quad (21)$$

где ϕ_k, ψ_k — коэффициенты сумм

$$\phi^m(x) = \sum_{k=1}^m \phi_k w_k(x), \ \ \psi^m(x) = \sum_{k=1}^m \psi_k w_k(x),$$

апроксимирующихся при $m \to \infty$ функции $\phi(x)$ и $\psi(x)$ в норме $W_2^1(0,l)$ и $L_2(0,l)$ соответственно.

Соотношения (20) и (21) представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешенную относительно старших производных, причем в силу условия $(w_k, w_l)_{L_2(0,l)} = \delta_{kl}$ матрица при старших производных единичная. В силу условий теоремы коэффициенты системы (21) ограниченные функции, а свободные члены $f_j(t) \in L_1(0,T)$. Поэтому задача Коши (20), (21) однозначно разрешима и $d_k''(t) \in L_1(0,T)$. Таким образом, последовательность приближенных решений $\{u^m(x,t)\}$ построена. Следующим шагом доказательства является обоснование существования предела построенной последовательности, а затем возможности перехода к пределу в (21). Для этого нам потребуется априорная оценка, к выводу которой мы и приступим.

3. *Априорная оценка.*

Умножим (20) на $d_j'(t)$, просуммируем по j от 0 до m и проинтегрируем по t от 0 до τ. В результате получим:

$$\int_0^\tau \int_0^l (u_{tt}^m u_t^m + u_x^m u_{tx}^m + cu^m u_t^m)dxdt +$$

$$+\int_0^\tau (\alpha_1(t)u^m(l,t) + \beta_1(t)u^m(l,t) + \Phi_1)u_{xt}(0,t)dt -$$

$$-\int_0^\tau (\alpha_2(t)u^m(l,t) + \beta_2(t)u^m(l,t) + \Phi_2)u_{xt}^m(l,t)dt =$$

$$= \int_0^\tau \int_0^l fw_j dxdt. \quad (22)$$

Преобразования, аналогичные проведенным при доказательстве единственности решения, позволяют получить оценку:

$$||u^m||_{W_2^1(Q_T)} \leqslant K,$$

где K не зависит от m. Эта оценка гарантирует возможность выделения из построенной последовательности $\{u^m(x,t)\}$ подпоследовательности, за которой во избежание излишней громоздкости мы сохраним то же обозначение, слабо сходящейся к функции $u \in W_2^1(Q_T)$.

Умножим каждое из соотношений (20) на $c_j(t) \in \hat{W}_2^1(0,T)$, просуммируем по j от 1 до m, а затем проинтегрируем по t от 0 до T. В результате этих действий получим

$$\int\limits_0^T \int\limits_0^l (u_{tt}^m \eta + u_x^m \eta_x + cu^m \eta)dxdt + \int\limits_0^T \eta(0,t)[\alpha_1(t)u^m(0,t) + \beta_1(t)u^m(l,t)]dt -$$

$$-\int_0^T a(l,t)\int_0^l R_2 f dx\eta(l,t)dt - \int\limits_0^T \eta(l,t)[\alpha_2(t)u^m(0,t)+\beta_2(t)u^m(l,t)]dt =$$

$$= \int\limits_0^T\int\limits_0^l f\eta dxdt - \int_0^T a(l,t)\int_0^l M_2 u dx\eta(l,t)dt -$$

$$-\int_0^t a(0,t)\int_0^l M_1 u dx\eta(0,t)dt - \int_0^t a(0,t)\int_0^l R_1 f dx\eta(0,t)dt,$$

где обозначено

$$\eta(x,t)=\sum_{j=1}^m c_j(t)w_j(x).$$

После интегрирования первого слагаемого, стоящего под интегралом левой части этого равенства, получим

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l(-u_t^m\eta_t+u_x^m\eta_x+cu^m\eta)dxdt - \int\limits_0^l u_t^m\eta(x,0)dx +$$

$$+\int\limits_0^T \eta(0,t)[\alpha_1(t)u^m(0,t)+\beta_1(t)u^m(l,t)]dt -$$

$$-\int\limits_0^T \eta(l,t)[\alpha_2(t)u^m(0,t)+\beta_2(t)u^m(l,t)]dt = \int\limits_0^T\int\limits_0^l f\eta dxdt -$$

$$-\int_0^T a(l,t)\int_0^l M_2 u dx\eta(l,t)dt - \int_0^T a(l,t)\int_0^l R_2 f dx\eta(l,t)dt -$$

$$-\int_0^t a(0,t)\int_0^l M_1 u dx\eta(0,t)dt - \int_0^t a(0,t)\int_0^l R_1 f dx\eta(0,t)dt. \tag{23}$$

Зафиксировав в (23) $\eta(x,t)$, перейдем к пределу и увидим, что тождество (10) выполняется для предельной функции $u(x,t)$, если $v(x,t)=\eta(x,t)$. Однако множество всех функций $\eta(x,t)$ плотно в $\hat{W}_2^1(Q_T)$ (см.[4]), поэтому утверждение о существовании решения задачи из пространства $W_2^1(Q_T)$ доказано полностью.

Литература

[1] Гордезиани Д.Г., Авалишвили Г.А. Решения нелокальных задач для одномерных колебаний среды // Матем. моделир. 2000. № 4. С. 94–103.

[2] Кожанов А.И. О разрешимости некоторых пространственно нелокальных задач для линейных параболических уравнений // Вестник СамГУ. 2008. № 3(62). С. 165–174.

[3] Кожанов А.И., Пулькина Л.С. О разрешимости некоторых граничных задач со смещением для линейных гиперболических уравнений // Математический журнал (Казахстан). 2009. № 2(62). С. 78–92.

[4] Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 407 с.

[5] Пулькина Л.С. Нелокальная задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Дифференц. уравнения. 2004. № 7(40). С. 887–892.

[6] Пулькина Л.С. Нелокальная задача с интегральными условиями для одномерного волнового уравнения // Доклады АМАН. 2010. № 2(12). С. 52–59.

[7] Пулькина Л.С., Дюжева А.В. Нелокальная задача с переменными по времени краевыми условиями Стеклова для гиперболического уравнения // Вестник СамГУ. 2010. № 4(78). С. 56–64.

Поступила в редакцию 23/*VI*/2011;
в окончательном варианте — 23/*VI*/2011.

ON CERTAIN NONLOCAL PROBLEM FOR HYPERBOLIC EQUATION WITH INTEGRAL CONDITIONS OF THE FIRST KIND

© 2011 A.V. Duzheva[2]

In this article, we consider a nonlocal problem for hyperbolic equation with integral conditions of the first kind. The main goal of this article is to show the method which allows to reduce posed problem to the problem with integral condition of the second kind. Existence and uniqueness of generalized solution is proved.

Key words: non-local problem, hyperbolic equation, non-local conditions, generalized solution.

Paper received 23/*VI*/2011.
Paper accepted 23/*VI*/2011.

[2]Duzheva Alexandra Vladimirovna (aduzheva@rambler.ru), the Dept. of Mathematics and Business Informatics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.