

## ФУНКЦИЯ РАЗМЫТИЯ ТОЧКИ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ НА КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРИ КВАЗИПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ГЕОМЕТРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

© 2013 В.В. Ивахник, А.В. Кауров, В.И. Никонов<sup>1</sup>

С использованием метода функции размытия точки (ФРТ) проанализирована точность преобразования излучения вырожденным четырехволновым преобразователем на керровской нелинейности при квазиперпендикулярной геометрии взаимодействия. Показано увеличение точности преобразования излучения таким преобразователем по сравнению с аналогичным преобразователем с коллинеарной схемой взаимодействия. Получены зависимости полуширины модуля ФРТ от расходимости волны накачки, положения плоскости фокусировки сигнальной волны, сдвига направления распространения волны накачки относительно граней нелинейного слоя.

**Ключевые слова:** функция размытия точки, четырехволновой преобразователь.

### Введение

Анализ точности или качества преобразования излучения четырехволновым преобразователем является актуальной задачей при использовании таких преобразователей в системах коррекции фазовых искажений [1]. Одним из наиболее распространенных методов анализа точности является метод, основанный на построении и анализе функции размытия точки (ФРТ) четырехволнового преобразователя излучения [2]. Количественным критерием точности преобразования излучения выступает полуширина модуля ФРТ, определяющая разрешающую способность такого преобразователя. До настоящего времени при определении точности преобразования излучения при четырехволновом взаимодействии с использованием метода ФРТ рассматривалась, как правило, геометрия взаимодействия, при которой угол между волнами накачки и сигнальной волной маленький (схема квазиколлинеарного взаимодействия). Наряду с этой схемой экспериментально реализована и схема квазиперпендикулярного взаимодействия, когда угол между волнами накачки и сигнальной волной близок к 90 градусам [3, 4, 5]. Несомненно, практический интерес представляет анализ точности преобразования излуче-

<sup>1</sup>Ивахник Валерий Владимирович (ivakhnik@samsu.ru), Кауров Андрей Владимирович (kaurovav@yandex.ru), Никонов Владимир Иванович (nikonov@samsu.ru), кафедра оптики и спектроскопии Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

ния при четырехволновом взаимодействии с использованием этой схемы. Целью настоящей работы является построение и анализ функции размытия точки вырожденного четырехволнового преобразователя излучения  $\omega + \omega - \omega = \omega$  на керровской нелинейности при квазиперпендикулярной геометрии взаимодействия

## 1. Вывод выражения для ФРТ

На рис. 1 представлена схема четырехволнового взаимодействия. Две волны накачки с комплексными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$  распространяются навстречу друг другу вдоль оси  $Y$ . Сигнальная и объектная волны с комплексными амплитудами  $A_3$  и  $A_4$  распространяются вдоль оси  $Z$ . Четырехволновое взаимодействие рассматривается в неограниченном вдоль осей  $X$  и  $Y$  нелинейном слое, расположенном между плоскостями  $z = 0$  и  $z = \ell$ .

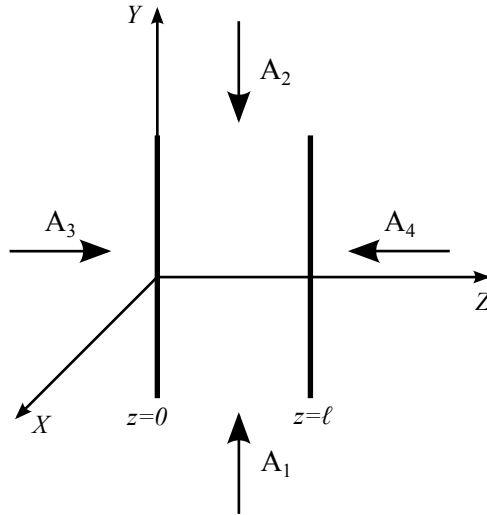


Рис. 1. Схема квазиперпендикулярной геометрии четырехволнового взаимодействия

Разложим взаимодействующие волны по плоским волнам

$$A_j(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_j(\kappa_{jx}, \kappa_{jz}, y) \exp(-i\kappa_{jx}x - i\kappa_{jz}z - ik_{jy}y) d\kappa_{jx} d\kappa_{jz}, \quad j = 1, 2,$$

$$A_m(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_m(\kappa_{mx}, \kappa_{my}, z) \exp(-i\kappa_{mx}x - i\kappa_{my}y - ik_{mz}z) d\kappa_{mx} d\kappa_{my}, \quad m = 3, 4.$$

Здесь  $\tilde{A}_{j,m}$  – пространственные спектры  $j$ -й и  $m$ -й волн,  $\kappa_{1,2x}$ ,  $\kappa_{1,2z}$  и  $k_{1,2y}$  – поперечные и продольные составляющие волновых векторов волн накачки  $\vec{k}_{1,2}$ ,  $\kappa_{3,4x}$ ,  $\kappa_{3,4y}$  и  $k_{3,4z}$  – поперечные и продольные составляющие волновых векторов сигнальной и объектной волн  $\vec{k}_{3,4}$ . В параксиальном приближении

$$k_{jy} = k - \frac{\kappa_{jx}^2 + \kappa_{jz}^2}{2k}, \quad k_{mz} = k - \frac{\kappa_{mx}^2 + \kappa_{my}^2}{2k}.$$

В приближении заданного поля по волнам накачки с учетом малого коэффициента отражения волновое уравнение, описывающее четырехволновое взаимодействие, распадается на четыре уравнения вида [2]

$$\frac{d\tilde{A}_j(\kappa_{jx}, \kappa_{jz}, y)}{dy} = 0, \quad j = 1, 2, \quad \frac{d\tilde{A}_3(\kappa_{3x}, \kappa_{3y}, z)}{dz} = 0,$$

$$\frac{d\tilde{A}_4}{dz} = ig \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_{1x} d\kappa_{2x} d\kappa_{1z} d\kappa_{2z} \tilde{A}_1(\kappa_{1x}, \kappa_{1z}, y) \tilde{A}_2(\kappa_{2x}, \kappa_{2z}, y) \times$$

$$\times \tilde{A}_3^*(\kappa_{3x}, \kappa_{3y}, z) \exp(-i\Delta_z z). \quad (1)$$

Здесь  $\Delta_z$  – проекция волновой расстройки на ось  $Z$ ,  $g = 12\pi\omega^2\chi^{(3)}/c^2k$ ,  $\chi^{(3)}$  – нелинейная восприимчивость третьего порядка,  $k$  – волновое число. При записи уравнения для пространственного спектра объектной волны считали, что проекции волновой расстройки на оси  $X$  и  $Y$  равны нулю. В параксиальном приближении проекции волновой расстройки на оси координат есть

$$\Delta_z = \kappa_{1z} + \kappa_{2z} + \frac{\kappa_{3x}^2 + \kappa_{3y}^2 - \kappa_{4x}^2 - \kappa_{4y}^2}{2k},$$

$$\Delta_y = -\kappa_{3y} - \kappa_{4y} + \frac{\kappa_{1z}^2 - \kappa_{2z}^2}{2k}, \quad \Delta_x = \kappa_{1x} + \kappa_{2x} - \kappa_{3x} - \kappa_{4x}.$$

С учетом, что  $\Delta_x = 0$ ,  $\Delta_y = 0$  и  $\frac{\kappa_{1,2z}^2}{2k} \ll \kappa_{3,4y}$ , имеем

$$\kappa_{1x} + \kappa_{2x} = \kappa_{3x} + \kappa_{4x}, \quad \kappa_{3y} + \kappa_{4y} = 0, \quad \Delta_z = \kappa_{1z} + \kappa_{2z} + \frac{\kappa_{3x}^2 - \kappa_{4x}^2}{2k}. \quad (2)$$

Из (1) следует, что спектры волн накачки не меняются вдоль оси  $Y$ , а спектр сигнальной волны – вдоль оси  $Z$

$$\tilde{A}_{1,2}(\kappa_{1,2x}, \kappa_{1,2z}, y) = \tilde{A}_{1,20}(\kappa_{1,2x}, \kappa_{1,2z}), \quad \tilde{A}_3(\kappa_{3x}, \kappa_{3y}, z) = \tilde{A}_{30}(\kappa_{3x}, \kappa_{3y}), \quad (3)$$

где  $\tilde{A}_{1,20}$  – пространственные спектры волн накачки в плоскости  $y = 0$ ,  $\tilde{A}_{30}(\kappa_{3x}, \kappa_{3y})$  – пространственный спектр сигнальной волны в плоскости  $z = 0$ .

В качестве сигнальной волны рассмотрим волну от точечного источника, расположенного на расстоянии  $z_3$  от передней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки сигнальной волны). Объектную волну будем рассматривать в плоскости, расположенной на расстоянии  $z_4$  от передней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки объектной волны).

Пусть одна из волн накачки, например вторая волна, плоская и распространяется строго вдоль оси  $Y$ , пространственный спектр первой волны накачки описывается гауссовым законом

$$\tilde{A}_{10}(\kappa_{1x}, \kappa_{1z}) = \exp\left[-\frac{\kappa_{1x}^2 + \kappa_{1z}^2}{\kappa_0^2} + i\kappa_{1z}z_0\right], \quad (4)$$

$$\tilde{A}_{20}(\kappa_{2x}, \kappa_{2z}) = \delta(\kappa_{2x})\delta(\kappa_{2z}).$$

Здесь  $\kappa_0$  и  $z_0$  – параметры, определяющие ширину пространственного спектра волны накачки, и сдвиг направления ее распространения вдоль оси  $Z$ .

С учетом (1)–(4) выражение для функции размытия точки примет вид

$$G(x, y, z_3, z_4) = ig \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{\kappa}_1 d\vec{\kappa}_4 \exp \left[ -\frac{\kappa_{1x}^2 + \kappa_{1z}^2}{\kappa_0^2} + i\kappa_{1z}z_0 \right] \times \\ \times \int_0^{\ell} dz \exp \left( i\frac{\kappa_4^2}{2k}z_4 - i\frac{\kappa_3^2}{2k}z_3 - i\Delta_z z - i\kappa_{4x}x - i\kappa_{4y}y \right). \quad (5)$$

Здесь  $d\vec{\kappa}_1 = d\kappa_{1x}d\kappa_{1z}$ ,  $d\vec{\kappa}_4 = d\kappa_{4x}d\kappa_{4y}$ ,  $\kappa_{3,4}^2 = \kappa_{3,4x}^2 + \kappa_{3,4y}^2$ .

При совпадении плоскостей фокусировки сигнальной и объектной волн ( $z_3 = z_4$ ) выражение для ФРТ можно записать следующим образом:

$$G_1(x, y, z_3) \sim \delta(y) \int_0^{\ell} \frac{dz}{z + z_3} \exp \left\{ -\frac{\kappa_0^2(z - z_0)^2}{4} - \left[ \frac{1}{\kappa_0^2} + i\frac{z + z_3}{2k} \right] \left[ \frac{kx}{z + z_3} \right]^2 \right\}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что точность преобразования вдоль оси  $Y$  является идеальной. Для сравнения приведем выражение ФРТ четырехволнового преобразователя на керровской нелинейности при квазиколлинеарной геометрии взаимодействия, взятое из монографии [2]:

$$G_2(\rho, z_3) \sim \int_0^{\ell} \frac{dz}{(z + z_3)^2} \exp \left\{ -\frac{k\rho^2}{2(z + z_3)^2} \left[ iz_3 + \frac{2k}{\kappa_0^2} \right] \right\}, \quad (7)$$

где  $\rho^2 = x^2 + y^2$ .

## 2. Обсуждение результатов

Анализ выражений (6), (7) показывает, что с увеличением поперечных координат  $x$ ,  $\rho$  модули ФРТ монотонно уменьшаются. Ниже представлены графики зависимостей полуширин модулей ФРТ ( $\Delta x$ ,  $\Delta \rho$ ), определяемых из условий

$$|G_1(x = \Delta x, y, z_3)| = \frac{1}{2} |G_1(x = 0, y, z_3)|, \\ |G_2(\rho = \Delta \rho, z_3)| = \frac{1}{2} |G_2(\rho = 0, z_3)|,$$

от расходимости волны накачки  $\theta = \kappa_0/k$  при коллинеарной и квазиперпендикулярной геометриях взаимодействия при различных положениях плоскости фокусировки сигнальной волны (рис. 2).

При малых значениях параметра  $k\ell < 10^4$  полуширина модуля ФРТ четырехволнового преобразователя при квазиперпендикулярной геометрии взаимодействия меньше полуширины модуля ФРТ четырехволнового преобразователя при квазиколлинеарной геометрии взаимодействия. Причем, хотя абсолютная разность полуширин  $\Delta x - \Delta \rho$  с увеличением расходимости волны накачки возрастает, относительная разность полуширин модулей ФРТ четырехволновых преобразователей  $(\Delta \rho - \Delta x)/(\Delta x + \Delta \rho)$  меняется незначительно. По мере удаления плоскости фокусировки сигнальной волны от передней грани нелинейного слоя относительная разность полуширин модулей ФРТ четырехволновых преобразователей при квазиколлинеарной и квазиперпендикулярной геометриях взаимодействия уменьшается.

С ростом параметра  $kl$  ( $kl > 10^5$ ) описанная выше зависимость между полуширинами модулей ФРТ четырехволновых преобразователей при квазиколлинеарной и квазиперпендикулярной геометриях взаимодействия выполняется лишь при малой расходимости волн накачки и при расположении плоскости фокусировки сигнальной волны вблизи передней грани нелинейного слоя  $z_3 < \ell$ . Однако при больших значениях расходимости волны накачки и  $z_3 > \ell$  значение  $\Delta\rho$  оказывается меньше значения  $\Delta x$ .

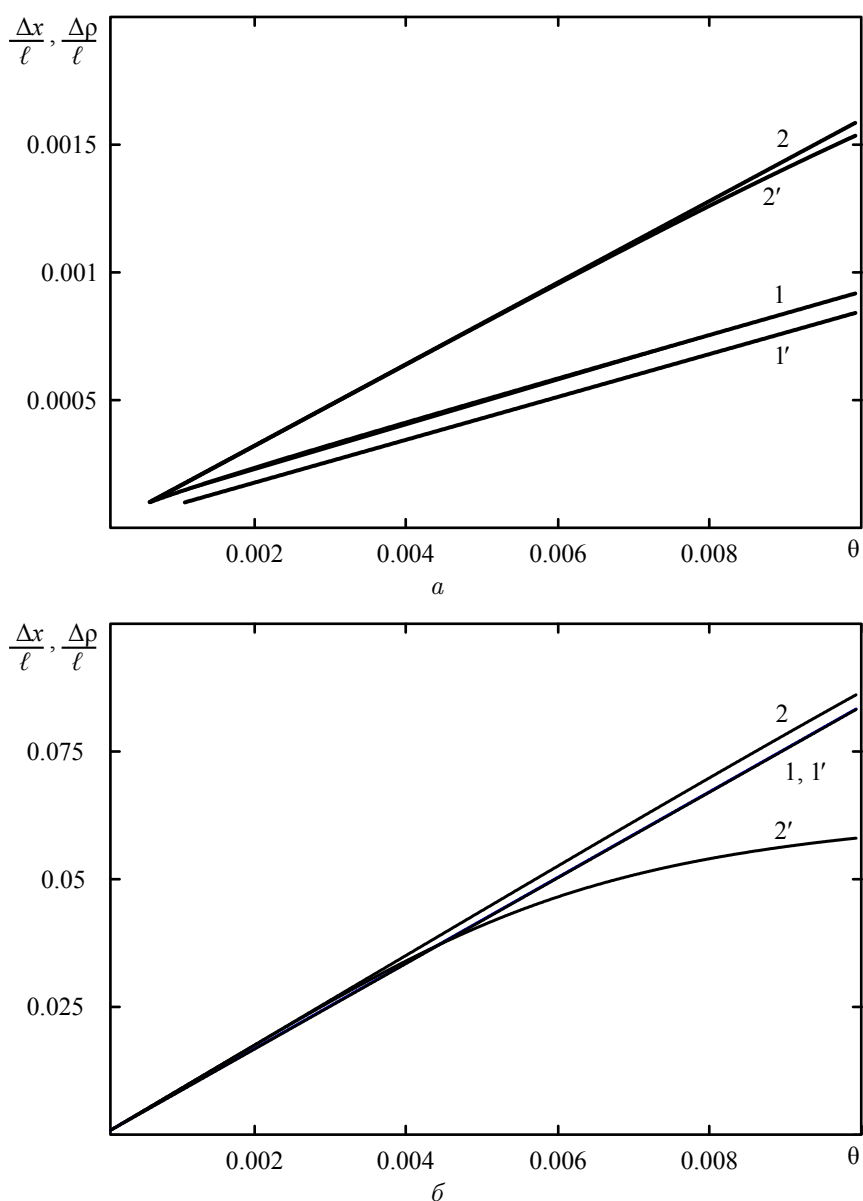


Рис. 2. Зависимость полуширины модуля ФРТ от расходимости волны накачки в плоскости фокусировки сигнальной волны  $z_3 = 0, 1\ell$  (а),  $10\ell$  (б) при геометриях взаимодействия квазиперпендикулярной (1, 1') и квазиколлинеарной (2, 2'),  $kl = 10^4$  (1, 2),  $10^5$  (1', 2')

На рис. 3 представлены зависимости максимума модуля ФРТ и ее полуширины от величины сдвига направления распространения волны накачки вдоль оси  $Z$ . Если ширина гауссовой волны накачки примерно равна толщине нелинейного слоя, то наибольшее значение максимума модуля ФРТ соответствует распространению волны накачки через середину слоя ( $z_0 = \ell/2$ ). При расположении плоскости фокусировки сигнальной волны вблизи передней грани нелинейного слоя сдвиг направления распространения волны накачки от передней к задней граням нелинейного слоя приводит к увеличению полуширины модуля ФРТ. Точность преобразования излучения ухудшается. Сдвиг направления распространения волн накачки аналогичен изменению положения плоскости фокусировки сигнальной волны относительно граней нелинейного слоя, что и объясняет уширение модуля ФРТ с увеличением значения  $z_0$ .

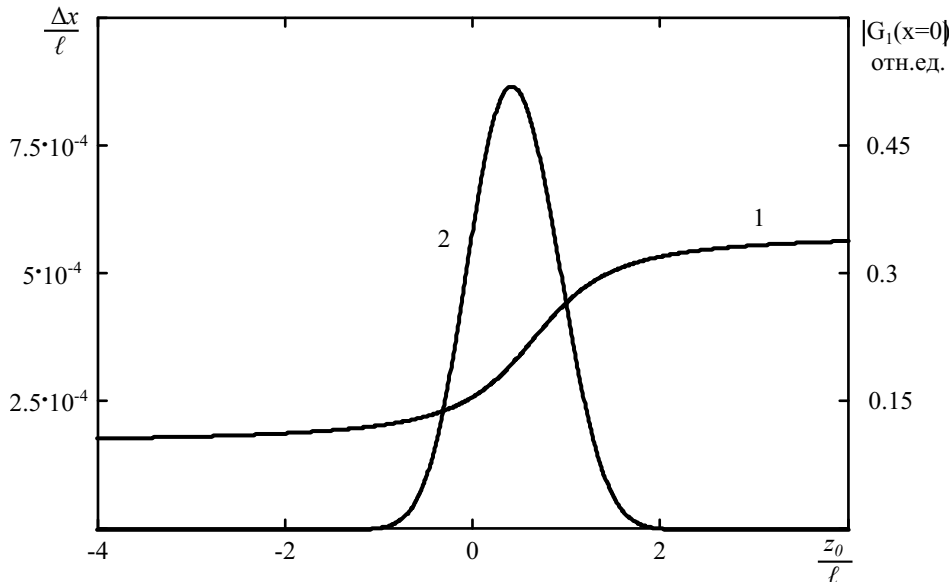


Рис. 3. Зависимость полуширины (1), максимального значения (2) модуля ФРТ от пространственного сдвига волны накачки при  $z_0 = 0, 1\ell$ ;  $k\ell = 10^4$ ;  $\theta = 4 \cdot 10^{-4}$

## Заключение

Анализ выражения ФРТ вырожденного четырехволнового преобразователя на керровской нелинейности при квазиперпендикулярной геометрии взаимодействия, сравнение с ФРТ четырехволнового преобразователя при квазиколлинеарной геометрии взаимодействия показывает следующее: 1. Точность преобразования излучения, оцениваемая по полуширине модуля ФРТ, при малой расходимости волн накачки для четырехволнового преобразователя с квазиперпендикулярной геометрией выше, чем для четырехволнового преобразователя с квазиколлинеарной геометрией взаимодействия. Отличие полуширин модулей ФРТ четырехволновых преобразователей уменьшается с увеличением отстройки плоскости фокусировки сигнальной волны от передней грани нелинейного слоя. 2. Сдвиг направления распространения волн накачки относительно передней грани нелинейного слоя приводит к уширению модуля ФРТ.

## Литература

- [1] Воронин Э.С., Петникова В.М., Шувалов В.В. Использование вырожденных параметрических процессов для коррекции волновых фронтов (обзор) // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 5. С. 917–935.
- [2] Ивахник В.В. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии. Самара: Изд-во "Самарский университет", 2010. 246 с.
- [3] Полное обращение волнового фронта деполяризованного излучения при вырожденном четырехфотонном взаимодействии (теория и эксперимент) / В.Н. Блащук [и др.] // Квантовая электроника. 1980. Т. 7. № 3. С. 627–630.
- [4] Компенсация фазовых искажений при вырожденном четырехчастотном взаимодействии / Э.С. Воронин [и др.] // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 5. С. 917–935.
- [5] Зельдович Б.Я., Орлов М.А., Шкунов В.В. Четырехволновая параметрическая генерация в схеме с поперечной накачкой // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. № 5. С. 967–972.

Поступила в редакцию 7/XI/2003;  
в окончательном варианте — 11/XII/2003.

## POINT SPREAD FUNCTION OF FOUR-WAVE RADIATION CONVERTER ON THE KERR NONLINEARITY UNDER QUASIPERPENDICULAR INTERACTION

© 2013 V.V. Ivakhnik, A.V. Kaurov, V.I. Nikonov<sup>2</sup>

Accuracy of conversion of radiation by degenerate four-wave-converter on the Kerr nonlinearity under quasiperpendicular interaction geometry was analyzed with the use of point spread function method. The increasing of accuracy of radiation conversion by such converter compared to the same converter with quasicollinear geometry interaction. Correlation between the half-width module of point spread function and divergence of the pump wave, position of the focusing plane of signal wave, shear wave propagation direction with respect to the pump face of the nonlinear layer were obtained.

**Key words:** points spread function, four-wave converter.

Paper received 7/XI/2012.  
Paper accepted 11/XII/2012.

---

<sup>2</sup>Ivakhnik Valeriy Vladimirovich ([ivakhnik@samsu.ru](mailto:ivakhnik@samsu.ru)), Kaurov Andrey Vladimirovich ([kayrovav@yandex.ru](mailto:kayrovav@yandex.ru)), Nikonov Vladimir Ivanovich ([nikonov@samsu.ru](mailto:nikonov@samsu.ru)), the Dept. of Optics and Spectroscopy, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.