УДК 517.956

ЗАДАЧА С НЕЛОКАЛЬНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

© 2014 С.В. Кириченко[1]

В статье рассмотрена задача для многомерного псевдогиперболического уравнения четвертого порядка с интегральным условием. Доказано существование единственного обобщенного решения.

Ключевые слова: псевдогиперболическое уравнение, обобщенное решение, интегральные условия.

Введение

В настоящее время задачи с нелокальными интегральными условиями для дифференциальных уравнений с частными производными активно исследуются. Это связано с тем, что многие процессы, изучаемые современным естествознанием, приводят к необходимости уточнять их математические модели. При этом могут возникнуть качественно новые задачи, в частности, задачи с нелокальными условиями [1]. В большинстве работ, посвященных исследованию нелокальных задач с интегральными условиями, рассмотрены уравнения второго порядка. В частности, нелокальные задачи для гиперболических уравнений изучены в статьях [2–9]. Однако математические модели некоторых физических процессов и явлений основаны на уравнениях более высокого порядка. В этой связи отметим монографию [10], в которой изучены краевые задачи для псевдогиперболического уравнения четвертого порядка. Отметим также, что при изучении нелокальных задач с интегральными условиями установлена их тесная связь с обратными задачами, условие переопределения в которых задано в виде интеграла от искомой функции.

Эти соображения послужили отправной точкой постановки задачи для псевдогиперболического уравнения с интегральным условием.

1. Постановка задачи

В области $Q_T = \Omega \times (0,T)$, где $\Omega \subset R^2$ – ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega$, рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(u - \triangle u) - au_{xx} - bu_{yy} + c(x,y,t)u = f(x,y,t), \tag{1.1}$$

[1]Кириченко Светлана Викторовна (svkirichenko@mail.ru), кафедра высшей математики Самарского государственного университета путей сообщения, 443066, Российская Федерация, г. Самара, 1-й Безымянный пер., 18.

где a, b — положительные постоянные, и будем искать его решение, удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x,y,0) = \varphi(x,y), \quad u_t(x,y,0) = \psi(x,y) \tag{1.2}$$

и нелокальному условию

$$\Big(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{\partial u}{\partial \nu} + au_x cos(\nu,x) + bu_y cos(\nu,y) + \\ + \int\limits_{\Omega} K(\xi,\eta,x,y,t)u(\xi,\eta,t)d\xi d\eta\Big)\Big|_{S_T} = 0. \tag{1.3}$$

Функция $K(\xi,\eta,x,y,t)$ задана в $\overline{\Omega \times Q_T}$, $\nu = (\nu_1, \nu_2)$ – вектор внешней нормали к $\partial\Omega$ в текущей точке, $S_T = \partial\Omega \times (0,T)$.

Вид условия (1.3) требует некоторых пояснений, которые мы здесь приведем. Для этого рассмотрим следующую задачу:

$$u_{tt} - u_{ttxx} - u_{xx} + c(x,t)u = 0, \tag{1.4}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x), \quad u_x(0,t) = 0, \tag{1.5}$$

$$\int\limits_0^l u(x,t)dx = 0. \tag{1.6}$$

Заметим, что (1.6) — нелокальное условие первого рода. Из физических соображений это условие (или более общее $\int\limits_0^l K(x,t)u(x,t)dx = E(t)$) является естественным, представляя собой в математической модели действие некоего прибора, но при исследовании разрешимости задачи обычно привносит значительные трудности (см. [8; 9] и список литературы в них). В статьях [8; 9] предложен метод преодоления этих трудностей путем сведения нелокальных условий первого рода к нелокальным условиям второго рода. Применяя этот метод к задаче (1.4)—(1.6), мы и получим условие вида (1.3). Действительно, пусть $u(x,t)$— решение задачи (1.4)—(1.6), интегрируя (1.4) по x от 0 до l, получим

$$u_{ttx}(l,t) - u_x(l,t) - \int\limits_0^l c(x,t)u(x,t)dx = 0. \tag{1.7}$$

Условие (1.7) является нелокальным условием второго рода.

Обозначим

$$W(Q_T) = \{u(x,y,t) : u \in W_2^1(Q_T),\ \ u_{xt}, u_{yt} \in L_2(Q_T)\},$$

$$\| u \|_{W(Q_T)} = \Big(\int\limits_0^T \int\limits_{\Omega} (u^2 + u_t^2 + u_x^2 + u_y^2 + u_{xt}^2 + u_{yt}^2)dxdydt\Big)^{\frac{1}{2}},$$

$$\hat{W}(Q_T) = \{v(x,y,t) : v \in W(Q_T),\ \ v(x,y,T) = 0\}.$$

2. Разрешимость задачи

Введем понятие обобщенного решения, применяя стандартную процедуру [11].

Определение. Обобщенным решением задачи (1.1) — (1.3) будем называть функцию $u(x,y,t) \in W(Q_T)$, удовлетворяющую условию $u(x,y,0) = \varphi(x,y)$ и тождеству

$$\int_0^T \int_\Omega (-u_t v_t + a u_x v_x + b u_y v_y - u_{xt} v_{xt} - u_{yt} v_{yt} + cuv)\,dxdydt +$$

$$+ \int_0^T \int_{\partial\Omega} v \int_\Omega K u\,d\xi d\eta ds dt - \int_\Omega \psi(x,y) v(x,y,0)\,dxdy -$$

$$- \int_\Omega (\psi_x(x,y) v_x(x,y,0)) + \psi_y(x,y) v_y(x,y,0)))\,dxdy = \int_0^T \int_\Omega f v\,dxdydt. \tag{2.1}$$

для любой функции $v(x,y,t) \in \hat{W}(Q_T)$.

Теорема. Если $f \in L_2(Q_T)$, $\varphi, \psi \in W_2^1(\Omega)$, $c \in C(\bar{Q}_T)$, $K \in C(\bar{\Omega} \times \bar{\Omega} \times [0,T])$, то в Q_T существует единственное обобщенное решение задачи (1.1)–(1.3).

Доказательство.

Единственность решения

Предполагая существование двух различных обобщенных решений задачи (1.1)–(1.3), u_1 и u_2, приходим к тождеству для $u = u_1 - u_2$:

$$\int_0^T \int_\Omega (-u_t v_t + a u_x v_x + b u_y v_y - u_{xt} v_{xt} - u_{yt} v_{yt} + cuv)\,dxdydt +$$

$$+ \int_0^T \int_{\partial\Omega} v \int_\Omega K u\,d\xi d\eta ds dt = 0. \tag{2.2}$$

В этом тождестве положим

$$v(x,y,t) = \begin{cases} \int_\tau^t u(x,y,\eta)\,d\eta, & 0 \leqslant t \leqslant \tau, \\ 0, & \tau \leqslant t \leqslant T. \end{cases}$$

Заметим, что из представления функции $v(x,y,t)$ видно, что $v(x,y,t) \in \hat{W}(Q_T)$, причем $v_t = u$, $v_{xt} = u_x$, $v_{yt} = u_y$.

Интегрируя по частям равенство (2.2), получим:

$$\frac{1}{2} \int_\Omega [u^2(x,y,\tau) + a v_x^2(x,y,0) + b v_y^2(x,y,0) + u_x^2(x,y,\tau) + u_y^2(x,y,\tau)]\,dxdy =$$

$$= \int_0^\tau \int_\Omega c v v_t\,dxdydt + \int_0^\tau \int_{\partial\Omega} v \int_\Omega K u\,d\xi d\eta ds dt. \tag{2.3}$$

Заметим, что из условий теоремы следует существование числа $c_0 > 0$ такого, что $\max\limits_{\overline{Q}_T} |c(x,y,t)| \leqslant c_0$. Обозначим $k_0 = \max\limits_{\overline{Q}_T} \int_\Omega K^2(x,y,\xi,\eta,t)\,d\xi d\eta$.

Оценим слагаемые в правой части (2.3), применяя неравенство Коши и неравенство (6.24) [11, с. 77], получим

$$\Big|\int_0^\tau\int_\Omega cvv_t dxdydt\Big| \leqslant \frac{c_0}{2}\int_0^\tau\int_\Omega (v^2+v_t^2)dxdydt,$$

$$\Big|\int_0^\tau\int_{\partial\Omega} v\int_\Omega Kud\xi d\eta dsdt\Big| \leqslant \frac{\varepsilon}{2}\int_0^\tau\int_\Omega (v_x^2+v_y^2)dxdydt+$$

$$+\frac{c(\varepsilon)}{2}\int_0^\tau\int_\Omega v^2dxdydt+\frac{k_0\omega}{2}\int_0^\tau\int_\Omega u^2dxdydt,$$

где $\omega=\int\limits_{\partial\Omega} ds$. Заметим также, что из представления функции $v(x,y,t)$ следует неравенство

$$v^2(x,y,t)\leqslant\tau\int_0^\tau u^2dt,$$

которое мы используем для оценки некоторых слагаемых правой части (2.3). Получим:

$$\int_\Omega [u^2(x,y,\tau)+av_x^2(x,y,0)+bv_y^2(x,y,0)+u_x^2(x,y,\tau)+u_y^2(x,y,\tau)]dxdy\leqslant$$

$$\leqslant\frac{c_0}{2}\int_0^\tau\int_\Omega (v^2+v_t^2)dxdydt+\frac{\varepsilon}{2}\int_0^\tau\int_\Omega (v_x^2+v_y^2)dxdydt+$$

$$+\frac{c(\varepsilon)}{2}\int_0^\tau\int_\Omega v^2dxdydt+\frac{k_0\omega}{2}\int_0^\tau\int_\Omega u^2dxdydt. \tag{2.4}$$

Введем функции:

$$w_1(x,y,t)=\int_t^0 u_x(x,y,\tau)d\tau;\quad w_2(x,y,t)=\int_t^0 u_y(x,y,\tau)d\tau.$$

Тогда

$$v_x(x,y,t)=w_1(x,y,\tau)-w_1(x,y,t),\quad v_y(x,y,t)=w_2(x,y,\tau)-w_2(x,y,t),$$
$$v_x(x,y,0)=w_1(x,y,\tau),\quad v_y(x,y,0)=w_2(x,y,\tau)$$

и выполняются неравенства

$$v_x^2(x,y,t)\leqslant 2w_1^2(x,y,\tau)+2w_1^2(x,y,t),$$
$$v_y^2(x,y,t)\leqslant 2w_2^2(x,y,\tau)+2w_2^2(x,y,t).$$

С учетом этих представлений и неравенств из (2.4) получим, в частности,

$$c_1\int_\Omega [u^2(x,y,\tau)+w_1^2(x,y,\tau)+w_2^2(x,y,\tau)]dxdy\leqslant$$

$$\leqslant c_2\int_0^\tau\int_\Omega [u^2(x,y,t)+w_1^2(x,y,t)+w_2^2(x,y,t)]dxdydt+$$

$$+2c_2\tau\int\limits_\Omega (w_1^2(x,y,\tau)+w_2^2(x,y,\tau))dxdy. \qquad (2.5)$$

Здесь обозначено $c_1 = min\{1,a,b\}$, $\quad c_2 = max\{c_0T^2 + c_0 + c(\varepsilon)T^2 + k_0\omega, 2\varepsilon\}$.

Пользуясь произволом τ, выберем его так, чтобы $c_1 - 2c_2\tau > 0$. Пусть $c_1 - 2c_2\tau \geqslant \geqslant \frac{c_1}{2}$. Тогда для $\tau \in [0, \frac{c_1}{4\varepsilon}]$ $c_1 - 2\varepsilon\tau > 0$ и, перенеся слагаемое $2c_2\tau\int\limits_\Omega (w_1^2(x,y,\tau) + + w_2^2(x,y,\tau))dxdy$ в левую часть неравенства (2.5), получим

$$\int\limits_\Omega [u^2 + w_1^2 + w_2^2]_{t=\tau} dxdy \leqslant c_3 \int\limits_0^\tau \int\limits_\Omega [u^2 + w_1^2 + w_2^2] dxdydt, \qquad (2.6)$$

где $c_3 = \frac{2c_1}{c_2}$.

Применив к последнему неравенству лемму Гроноулла, получаем, что

$$\int\limits_\Omega [u^2 + w_1^2 + w_2^2]_{t=\tau} dxdy \leqslant 0.$$

Тогда следует, что $u(x,y,\tau) = 0$ для $\tau \in [0, \frac{c_1}{4c_2}]$.

Повторяя рассуждения для $\tau \in [\frac{c_1}{4c_2}, \frac{c_1}{2c_2}]$, убеждаемся, что $u(x,y,\tau) = 0$ и на этом промежутке. И так в конечное число шагов докажем обращение $u(x,y,\tau)$ в нуль для всех $\tau \in [0,T]$.

Существование решения.

Рассмотрим систему линейно независимых функций $\{w_k(x,y)\}_{k=1}^\infty$, $w_k(x,y) \in \in C^2(\Omega)$, полную в $W_2^1(\Omega)$. Будем искать приближенное решение задачи в виде

$$u^m(x,y,t) = \sum_{k=1}^m c_k(t) w_k(x,y)$$

из соотношений

$$\int\limits_\Omega (u_{tt}^m w_j + a u_x^m w_{jx} + b u_y^m w_{jy} + u_{xtt}^m w_{jx} + u_{ytt}^m w_{jy} + c u^m w_j) dxdy +$$

$$+\int\limits_{\partial\Omega} w_j \int\limits_\Omega K u^m d\xi d\eta ds = \int\limits_\Omega f w_j dxdy, \qquad (2.7)$$

которые представляют собой систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Действительно, подставив $u^m(x,y,t)$ в (2.7), после несложных преобразований и смены порядка суммирования и интегрирования получим

$$\sum_{k=1}^m c_k''(t) \int\limits_\Omega w_k w_j dxdy + \sum_{k=1}^m c_k''(t) \int\limits_\Omega (w_{kx} w_{jx} + w_{ky} w_{jy}) dxdy +$$

$$+\sum_{k=1}^m c_k(t) \int\limits_\Omega c(x,y,t) w_k w_j dxdy + \sum_{k=1}^m c_k(t) [\int\limits_\Omega (a w_{kx} w_{jx} + b w_{ky} w_{jy}) dxdy +$$

$$+\int\limits_{\partial\Omega} w_j \int\limits_\Omega K c_k(t) w_k d\xi d\eta ds] = \int\limits_\Omega f w_j dxdy,$$

Обозначим

$$A_{kj} = \int\limits_\Omega (w_k w_j + w_{kx} w_{jx} + w_{ky} w_{jy}) dxdy,$$

$$B_{kj} = \int\limits_{\Omega}(c(x,y,t)w_k w_j + a w_{kx} w_{jx} + b w_{ky} w_{jy})dxdy +$$
$$+ \int\limits_{\partial\Omega} w_j(x,y) \int\limits_{\Omega} K(x,y,\xi,\eta,t) w_k d\xi d\eta ds,$$
$$f_j(t) = \int\limits_{\Omega} f(x,y,t) w_j(x,y) dxdy.$$

Тогда равенства (2.7) можно записать так:

$$\sum_{k=1}^{m} A_{kj} c_k''(t) + \sum_{k=1}^{m} B_{kj} c_k(t) = f_j(t). \tag{2.8}$$

Добавим начальные условия

$$c_k(0) = \alpha_k, \; c_k'(0) = \beta_k, \tag{2.9}$$

где $\alpha_k, \; \beta_k$ — коэффициенты сумм

$$\varphi^m(x,y) = u^m(x,y,0) = \sum_{k=1}^{m} \alpha_k w_k(x,y),$$
$$\psi^m(x,y) = u_t^m(x,y,0) = \sum_{k=1}^{m} \beta_k w_k(x,y),$$

аппроксимирующих при $m \to \infty$ функции $\varphi(x,y)$ и $\psi(x,y)$ в норме $W_2^1(\Omega)$.

Покажем, что определитель матрицы $\|A_{kj}\|_{k,j=1}^{m}$ положителен для любого m. Возьмем произвольный вектор $(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_m) \in R^m$ и образуем квадратичную форму

$$Q = \sum_{k,j=1}^{m} A_{kj} \xi_k \xi_j.$$

Обозначим $z = \sum\limits_{l=1}^{m} \xi_l w_l$. Тогда из вида A_{kj} получим:

$$Q = \int\limits_{\Omega} (|z|^2 + |\nabla z|^2) dxdy.$$

Заметим, что $Q = 0$ тогда и только тогда, когда $z = 0$. Так как функции $w_j(x,y)$ по условию линейно независимы, то $z = 0$ тогда и только тогда, когда $\xi_l = 0, \quad l = 1, ..., m$. По критерию Сильвестра это означает, что система (2.7) разрешима относительно старших производных, следовательно, задача Коши (2.8)–(2.9) имеет единственное решение $c_1(t), ..., c_m(t)$ для всех $m \in \mathbf{N}$.

Таким образом, последовательность приближенных решений $u^m(x,y,t)$ построена.

Покажем теперь, что эта последовательность ограничена в пространстве $W(Q_T)$. Умножим (2.7) на $c_j'(t)$, просуммируем и проинтегрируем по t:

$$\int\limits_0^\tau \int\limits_{\Omega} (u_{tt}^m u_t^m + a u_x^m u_{xt}^m + b u_y^m u_{yt}^m + u_{xtt}^m u_{xt}^m + u_{ytt}^m u_{yt}^m + c u^m u_t^m) dxdydt +$$
$$+ \int\limits_0^\tau \int\limits_{\partial\Omega} u_t^m \int\limits_{\Omega} K u^m d\xi d\eta ds dt = \int\limits_0^\tau \int\limits_{\Omega} f u_t^m dxdydt. \tag{2.10}$$

Интегрируя по частям в первом слагаемом (2.10), получим равенство

$$\int\limits_{\Omega}[(u_t^m)^2+a(u_x^m)^2+b(u_y^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]_{t=\tau}dxdy=$$

$$=-2\int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\Omega}cu^mu_t^m dxdydt-2\int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\partial\Omega}u_t^m\int\limits_{\Omega}Ku^m d\xi\eta dsdt+$$

$$+2\int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\Omega}fu_t^m dxdydt+$$

$$+\int\limits_{\Omega}[(u_t^m)^2+a(u_x^m)^2+b(u_y^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]_{t=0}dxdy. \tag{2.11}$$

Оценим первые два слагаемых правой части (2.11) так же, как и при доказательстве единственности, а к третьему слагаемому применим неравенство Коши. Из условий теоремы и выбора коэффициентов α_k, β_k, определяющих $u^m(x,y,0)$, $u_t^m(x,y,0)$, следует, что

$$\int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\Omega}f^2dxdydt+\int\limits_{\Omega}[(u_t^m)^2+a(u_x^m)^2+b(u_y^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]_{t=0}dxdy$$

ограничены некоторым числом M_1, не зависящим от m. Учитывая эти соображения и неравенство

$$\int\limits_{\Omega}(u^m(x,y,\tau))^2dxdy\leqslant 2T\int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\Omega}(u_t^m)^2dxdydt+2\int\limits_{\Omega}(u^m(x,y,0))^2dxdy,$$

которое вытекает из представления

$$u^m(x,y,\tau)=\int\limits_0^{\tau}u_t^m(x,y,t)dt+u^m(x,y,0),$$

приходим к оценке

$$c_4\int\limits_{\Omega}[(u^m)^2+(u_t^m)^2+(u_x^m)^2+(u_y^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]_{t=\tau}dxdy\leqslant$$

$$\leqslant c_5\int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\Omega}[(u^m)^2+(u_t^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]dxdydt+M_1$$

и, в частности,

$$\int\limits_{\Omega}[(u^m)^2+(u_t^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]_{t=\tau}dxdy\leqslant$$

$$\leqslant M_2\int\limits_0^{\tau}\int\limits_{\Omega}[(u^m)^2+(u_t^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]dxdydt+M_3,$$

где $M_2=c_5/c_4$, $M_3=M_1/c_4$. Применив к последнему неравенству лемму Гронуолла, получим

$$\int\limits_{\Omega}[(u^m)^2+(u_t^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]_{t=\tau}dxdy\leqslant M_3e^{M_2\tau}.$$

Интегрируя полученное неравенство по τ от 0 до T, получим

$$\int\limits_0^T\int\limits_\Omega [(u^m)^2+(u_t^m)^2+(u_{xt}^m)^2+(u_{yt}^m)^2]_{t=\tau}dxdydt\leqslant\frac{M_3}{M_2}(e^{M_2T}-1).$$

Теперь мы можем оценить и остальные слагаемые:

$$\int\limits_\Omega [(u_x^m)^2+(u_y^m)^2]|_{t=\tau}dxdy\leqslant\frac{M_3}{M_2}(e^{M_2T}-1)+M_3.$$

В итоге мы получаем нужную оценку:

$$\| u^m \|_{W(Q_T)}\leqslant M, \tag{2.12}$$

где M не зависит от m. Но тогда из этой последовательности можно выделить слабо сходящуюся подпоследовательность к некоторому элементу $u(x,y,t)\in W(Q_T)$.

Покажем, что $u(x,y,t)$ есть обобщенное решение задачи (1.1) — (1.3), то есть $u(x,y,t)$ удовлетворяет тождеству (2.1). Умножим (2.7) на функцию $h_j(t)\in\in C^1(Q_T)$ такую, что $h_j(T)=0$, просуммируем по i (от 1 до m) и проинтегрируем по t от 0 до T. Обозначив

$$\eta(x,y,t)=\sum_{j=1}^m h_j(t)w_j(x,y),$$

получаем

$$\int\limits_0^T\int\limits_\Omega (u_{tt}^m\eta+au_x^m\eta_x+bu_y^m\eta_y+u_{xtt}^m\eta_x+u_{ytt}^m\eta_y+cu^m\eta)dxdydt+$$

$$+\int\limits_0^T\int\limits_{\partial\Omega}\eta\int\limits_\Omega Ku^m d\xi d\eta dsdt=\int\limits_0^T\int\limits_\Omega f\eta dxdydt.$$

Интегрируя по частям слагаемые, содержащие вторую производную по t, учитывая, что $\eta(x,y,T)=0$, получим

$$\int\limits_0^T\int\limits_\Omega (-u_t^m\eta_t+au_x^m\eta_x+bu_y^m\eta_y-u_{xt}^m\eta_{xt}-u_{yt}^m\eta_{yt}+cu^m\eta)dxdydt+$$

$$+\int\limits_0^T\int\limits_{\partial\Omega}\eta\int\limits_\Omega Ku^m d\xi d\eta dsdt-$$

$$-\int\limits_\Omega (u_{xt}^m(x,y,0)\eta_x(x,y,0))+u_{yt}^m(x,y,0)\eta_y(x,y,0)))dxdy=$$

$$=\int\limits_0^T\int\limits_\Omega f\eta dxdydt. \tag{2.13}$$

Обозначим совокупность всех функций $\eta(x,y,t)$ через θ_m. В (2.13) перейдем к пределу при фиксированной функции $\eta(x,y,t)\in\theta_m$. Это приведет к тождеству (2.1) для предельной функции $u(x,y,t)$. Так как совокупность всех функций $\eta(x,y,t)$ плотна в $W(Q_T)$, то полученное тождество выполнено для любой $v(x,y,t)\in\hat{W}(Q_T)$. Следовательно, $u(x,y,t)$ – обобщенное решение задачи (1.1) — (1.3).

Теорема доказана.

Литература

[1] Самарский А.А. О некоторых проблемах современной теории дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1980. Т. 16. № 11. С. 1925–1935.

[2] Гордезиани Д.Г., Авалишвили Г.А. Решения нелокальных задач для одномерных колебаний среды // Матем. моделирование. 2000. Т. 12. № 1. С. 94–103.

[3] Bouziani A., Benouar N-E. Solution Forte d'un Problem Mixte avec Condition Non Locales pour une Classe d'equations Hyperboliques // Bull. de la Classe des Sciences, Academie Royale de Belgique. 1997. V. 8. P. 53–70.

[4] Пулькина Л.С. Смешанная задача с интегральным условием для гиперболического уравнения // Матем. заметки. 2003. Т. 74. № 3. С. 411–421.

[5] Пулькина Л.С. Нелокальная задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 2004. Т. 40. № 7. С. 947–953.

[6] Кожанов А.И., Пулькина Л.С. О разрешимости краевых задач с нелокальным граничным условием интегрального вида для многомерных гиперболических уравнений // Дифференциальные уравнения. 2006. Т. 42. № 9. С. 1233–1246.

[7] Пулькина Л.С. Начально-краевая задача с нелокальным граничным условием для многомерного гиперболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 2008. Т. 44. № 8. С. 1084–1089.

[8] Пулькина, Л.С. Краевые задачи для гиперболического уравнения с нелокальными условиями I и II рода //Известия вузов. Сер.: Математика. 2012. № 4. С. 74–83.

[9] Пулькина Л.С. Нелокальная задача для гиперболического уравнения с интегральными условиями I рода с ядрами, зависящими от времени //Известия вузов. Сер.: Математика. 2012. № 10. С. 32–44.

[10] Корпусов М.О. Разрушение в неклассических волновых уравнениях. М.: URSS, 2010. 237 с.

[11] Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 408 с.

References

[1] Samarsky A.A. On certain problems of modern theory of differential equations // Differentsialnye uravneniya. 1980. V. 16. № 11. P. 1925–1935.

[2] Gordeziani D.G., Avalishvili G.A.Solutions of nonlocal problems for one-dimensional oscillations of the medium // Matematicheskoe Modelirovanie. 2000. V. 12. № 1. P. 94–103.

[3] Bouziani A., Benouar N-E. Solution Forte d'un Problem Mixte avec Condition Non Locales pour une Classe d'equations Hyperboliques // Bull. de la Classe des Sciences, Academie Royale de Belgique. 1997. V. 8. P. 53–70.

[4] Pulkina L.S. Mixed problem with integral condition for the hyperbolic equation // Mathematicheskie Zametki. 2003. V. 74. № 3. P. 411–421.

[5] Pulkina, L.S. Nonlocal problem with integral conditions for a hyperbolic Equation // Differentsialnye uravneniya. 2004. V. 40. № 7. P. 947–953.

[6] Kozhanov A.I., Pulkina L.S. On the solvability of boundary value problems with nonlocal boundary condition of integral form for multidimentional hyperbolic equations // Differentsialnye uravneniya. 2006. V. 42. № 9. P. 1233–1246.

[7] Pulkina L.S. Initial-boundary value problem with a nonlocal boundary condition for a multidimensional hyperbolic equation // Differentsialnye uravneniya. 2008. V. 44. № 8. P. 1084–1089.

[8] Pulkina L.S. Boundary value problems for a hyperbolic equation with nonlocal conditions of the I and II kind // Izvestiya VUZov. 2012. № 4. P. 74–83.

[9] Pulkina L.S. Nonlocal problem for a hyperbolic equation with integral conditions of the I-st kind with time-dependent kernels // Izvestiya VUZov. 2012. № 10. P. 32–44.

[10] Korpusov M.O. Blow-up in nonclassical wave equations. M.: URSS, 2010. 237 p.

[11] Ladyzhenskaya O.A. Boundary-value problems of mathematical physics. M.: Nauka. 1973. 408 p.

Поступила в редакцию 4/*II*/2014;
в окончательном варианте — 4/*II*/2014.

PROBLEM WITH NONLOCAL INTEGRAL CONDITION FOR PSEUDOHYPERBOLIC EQUATION OF THE FOURTH-ORDER

 S.V. Kirichenko[2]

In this article, we study a problem for a multimensional pseudohyperbolic equation of the fourth-order with an integral condition. Existence and uniqueness of a generalized solution is proved.

Key words: pseudohyperbolic equation, generalized solution, integral conditions.

Paper received 4/*II*/2014.
Paper accepted 4/*II*/2014.

[2]Kirichenko Svetlana Viktorovna (`svkirichenko@mail.ru`), the Dept. of Higher Mathematics, Samara State University of Railway Transport, Samara, 443066, Russian Federation.