

УДК 532.546

МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СМЕНЫ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ ДЛЯ ПЛОСКООДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ С ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

© 2014 О.В. Белова,¹ В.Ш. Шагапов²

С учетом нелинейных эффектов, наблюдаемых в опытах с низкопроницаемыми пластами, при малых градиентах давления (например, порядка 10^5 Па/м), предложено уточнение закона Дарси. На основе такой модели методом последовательной смены стационарных состояний и численно решена задача о плоскооднородной фильтрации. Установлено, что приближенные решения, полученные методом последовательной смены стационарных состояний, для описания распределения давления в пласте и дебита скважины согласуются с численным решением уравнения фильтрации в полной постановке. Проведен анализ влияния предельного градиента давления q и показателя степени, определяющего темп выхода нелинейного закона фильтрации к линейному закону Дарси с ростом градиента давления γ , на особенности гидродинамических полей и дебит скважины.

Ключевые слова: фильтрация, сверхнизкая проницаемость, предельный градиент давления, метод последовательной смены стационарных состояний.

Введение

В последнее время в связи с сокращением запасов углеводородного сырья возросла проблема разработки пластов со сверхнизкой проницаемостью $k = 10^{-16} \div 10^{-14}$ м². Результаты экспериментов, опубликованные в источниках [1; 2] показывают, что при фильтрации флюидов в низкопроницаемых коллекторах при низких градиентах давления появляются отклонения от линейного закона Дарси.

В работе [3] рассмотрено три режима течения — это фильтрация воды на водонасыщенном керне, фильтрация нефти в керне с остаточной водонасыщенностью, фильтрация воды в керне с остаточной нефтенасыщенностью. Из анализа экспериментов следует, что нелинейное отклонение происходит не только для нефтей, но

¹Белова Ольга Владимировна (BelovaOlgaV@mail.ru), кафедра высшей и прикладной математики, Бирский филиал Башкирского государственного университета, 452453, Российская Федерация, г. Бирск, ул. Интернациональная, 10.

²Шагапов Владислав Шайхулагзамович (shagapov@rambler.ru), лаборатория "Моделирование технологических процессов", Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450025, Российская Федерация, г. Уфа, пр. Октября, 71.

также и при фильтрации воды. Причем величины характерных градиентов давления, при которых наблюдается нелинейность, зависят также от флюида, каким пористая среда насыщена в исходном состоянии.

Результаты измерений величин скорости фильтрации $|u|$ от градиента давления $|\nabla p|$ лабораторных исследований [4] представлены в виде зависимости коэффициента эффективной проницаемости от градиента давления. По результатам экспериментов видно, что полученное отклонение от линейного закона Дарси при фильтрации в низкопроницаемых коллекторах характеризуется наличием предельного градиента давления. Видно, что фильтрационное течение вообще отсутствует, если градиент давления становится ниже этого предельного значения. В соответствии с вышесказанным примем, что течение через пористую среду вообще отсутствует, если величина градиента давления становится ниже некоторой предельной величины q . Таким образом, фильтрация жидкости происходит только в тех зонах, где градиент давления выше этой предельной величины. При достаточно высоких значениях градиента давления закон фильтрации становится линейным.

Нарушение линейного закона при низких градиентах давления, связанное с реологией нефтей, описывалось ранее в [5]. Закон фильтрации с предельным градиентом применительно к вязкопластичным жидкостям был предложен А.Х. Мирзаджанзаде [6]. Далее теория течения в пластах неньютоновских жидкостей с такими реологическими свойствами развивалась в его школе [7–8], а также в работах Г.И. Баренблатта с его учениками [9].

1. Модель фильтрации с предельным градиентом давления

Для учета нелинейных эффектов обобщенный закон Дарси запишем в виде

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \eta, \quad (1.1)$$

где η — безразмерный коэффициент, учитывающий фактор нелинейности.

Фактор нелинейности примем как

$$\eta = 1 - \left(q / \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| \right)^\gamma \quad \text{при} \quad \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| \geq q, \quad (1.2)$$

$$\eta = 0 \quad \text{при} \quad \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| < q.$$

Здесь q — предельный градиент, γ — показатель степени, определяющий темп выхода закона фильтрации к линейному закону Дарси с ростом величины градиента давления. Закон фильтрации, предложенный А.Х. Мирзаджанзаде, соответствует случаю $\gamma = 1$. Также для γ рассмотрены значения $\gamma = 1/2$ и $\gamma = 2$, характеризующие низкий и высокий темпы выхода к линейному закону фильтрации. На рис. 1.1 представлены характерные зависимости безразмерного коэффициента η от градиента давления для различных значений γ . Пунктирные, штрихпунктирные и точечные линии соответствуют значениям $\gamma = 1/2$, $\gamma = 1$ и $\gamma = 2$ соответственно. Для этих значений можно построить некоторые приближенные аналитические решения.

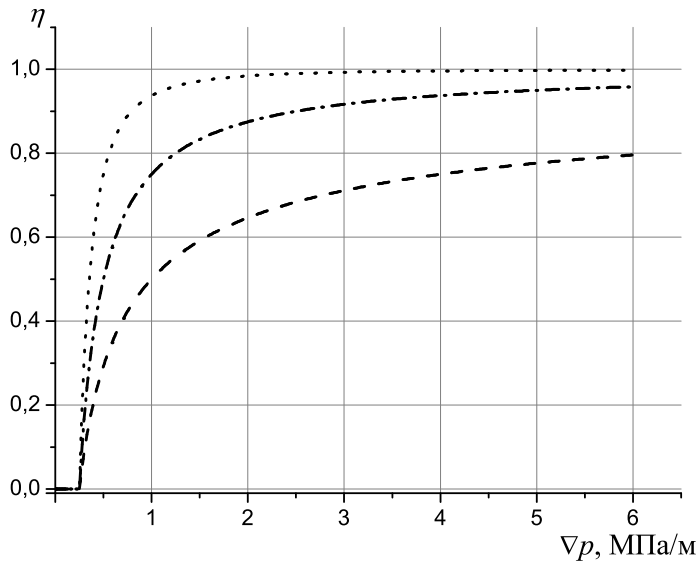


Рис. 1.1. Зависимости безразмерного коэффициента η от градиента давления для различных значений γ

Сжимаемость флюида будем учитывать в линейном приближении и тогда для зависимости плотности от давления будем иметь:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha(p - p_0)). \quad (1.3)$$

Из уравнения неразрывности, записанного в пористой среде, принимая закон фильтрации в виде (1.1) с учетом (1.2) и уравнения состояния (1.3), получим основные уравнения для упругого режима фильтрации

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= \chi \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \left(1 - \left(q / \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| \right)^\gamma \right) \right) \quad \text{при} \quad \left| \frac{\partial p}{\partial t} \right| \geq q, \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= 0 \quad \text{при} \quad \left| \frac{\partial p}{\partial t} \right| < q \left(\chi = \frac{k}{m\mu\alpha} \right). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь μ и α — коэффициенты динамической вязкости и сжимаемости жидкости, m — пористость скелета, χ — коэффициент пьезопроводности.

Отметим, что (1.4) получено без учета сжимаемости скелета пористой среды. В правой части (1.4) также пренебрегались слагаемые, связанные со сжимаемостью жидкости.

При теоретическом описании фильтрационных течений уравнением вида (1.4) в области фильтрации возникает неизвестная граница $x = l(t)$, разделяющая зоны течения и покоя (где $u = 0$). Причем на этой границе $x = l(t)$, помимо непрерывности давления, должно выполняться второе условие

$$\left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| = q. \quad (1.5)$$

Отметим, что при (1.5) автоматически также выполняется условие, следующее из закона сохранения масс.

2. Установившаяся фильтрация

В этом случае ($\partial p/\partial t = 0$) из (1.4) следует

$$\frac{dp}{dx} \left(1 - \left(q / \left| \frac{dp}{dx} \right| \right)^\gamma \right) = c, \quad (2.1)$$

где c — произвольная постоянная (причем она может быть функцией времени, если распределение давления постоянное, $\partial p/\partial x = const$).

Пусть фильтрация происходит через пористую среду толщиной l при постоянном перепаде давления. Тогда для давления можем записать следующие граничные условия:

$$p = p_e \text{ при } x = 0, p = p_0 \text{ при } x = l. \quad (2.2)$$

Решение уравнения (2.1) с учетом (2.2) имеет вид:

$$p = (p_0 - p_e) \frac{x}{l} + p_e. \quad (2.3)$$

Видно, что для установившегося режима распределение давления точно такое же, как и в случае линейного закона Дарси. Что касается величины скорости фильтрации (или расхода жидкости через единичную площадь), то для нее, в соответствии с (1.1), будем иметь:

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{l} \left(1 - \left| \frac{ql}{\Delta p} \right|^\gamma \right) (\Delta p = p_0 - p_e) \text{ при } |\Delta p| \geq ql, \\ u = 0 \text{ при } |\Delta p| < ql. \quad (2.4)$$

3. Решение методом последовательной смены стационарных состояний

Решение задачи для неустановившегося режима фильтрации будем строить методом последовательной смены стационарных состояний (ПССС). Отметим, что метод ПССС является частным случаем метода интегральных соотношений [9; 10], в котором при построении приближенного решения ограничиваются лишь моментом нулевого порядка.

Пусть в исходном состоянии $t < 0$ в полубесконечной пористой среде ($x > 0$), насыщенной жидкостью, имеет место однородное распределение давления $p = p_0$, и в момент времени $t = 0$ начинается отбор жидкости через границу $x = 0$. Полагаем, что распределение давления в зоне, где происходит фильтрационное течение, описывается решением вида (2.3), причем координата границы возмущенной области $x = l(t)$ является функцией времени. Полагая, что скорость снижения упругого запаса жидкости в возмущенной области пласта равна массовому расходу через границу $x = 0$, можем записать следующее уравнение баланса массы:

$$m\alpha \frac{d}{dt} \int_0^l (p_0 - p) dx = u_e, \quad (3.1)$$

где u_e — скорость фильтрации на границе.

Рассмотрим режим фильтрации, когда на границе $x = 0$ поддерживается постоянное значение давления p_e . Принимая выражение (2.3) для распределения

давления в пористой среде на основе (3.1) с учетом (1.1) при $x = 0$, можем получить:

$$\frac{dl^2}{dt} = 4\chi \left(1 - \left| \frac{ql}{\Delta p} \right|^\gamma \right). \quad (3.2)$$

Отсюда получим закон движения границы возмущенной области в неявном виде:

$$2\chi t = \int_0^l \frac{l dl}{1 - (ql/|\Delta p|)^\gamma}. \quad (3.3)$$

Закон движения границы $l(t)$ имеет следующий неявный вид:

$$2\chi t = -\frac{2}{3} \left(\frac{\Delta p}{q} \right)^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} - \frac{\Delta p}{q} l - 2 \left(\frac{\Delta p}{q} \right)^{\frac{3}{2}} l^{\frac{1}{2}} - 2 \left(\frac{\Delta p}{q} \right)^2 \ln \left(1 - \left(\frac{ql}{\Delta p} \right)^{\frac{1}{2}} \right), \gamma = 1/2, \quad (3.4)$$

$$2\chi t = -\frac{\Delta p l}{q} - \left(\frac{\Delta p}{q} \right)^2 \ln \left(1 - \left(\frac{ql}{\Delta p} \right) \right), \gamma = 1, \quad (3.5)$$

$$l = \frac{\Delta p}{q} \left(1 - \exp \left(-\frac{4\chi q^2 t}{\Delta p^2} \right) \right)^{1/2}, \gamma = 2. \quad (3.6)$$

Из (3.3) видно, что существует верхняя граница возмущенной области, определяемая как $l_* = \Delta p/q$, при достижении которой процесс фильтрации прекращается. В дальнейшем эту величину будем называть предельным расстоянием зоны влияния скважины. Характерное время фильтрации до остановки границы возмущенной области составляет величину порядка $\tilde{t} = \Delta p^2/4\chi q^2$.

Для скорости фильтрации u_e на границе $x = 0$ при $\gamma = 2$ согласно (2.4) следует:

$$u_e = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{l} \exp(-4\chi q^2 t/\Delta p^2). \quad (3.7)$$

4. Сравнение аналитических решений с численными

Для обоснования применимости метода ПССС был проведен сравнительный анализ приближенных решений (3.4)–(3.6) и (3.7) с численным решением уравнений (1.4). Чтобы получить численное решение по модели с предельным градиентом, проведена следующая регуляризация постановки задачи. Принято, что при низких градиентах давления закон фильтрации имеет линейный вид

$$u = -\frac{\varepsilon k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (4.1)$$

где ε — малый безразмерный параметр ($\varepsilon \ll 1$). При некотором значении градиента давления $(\partial p/\partial x)_*$ величина скорости фильтрации согласно нелинейному закону (1.1) (с учетом (1.2)) и линейному (4.1) равны. Из условия такого "сравнения" при $\gamma = 2$ получим уравнение

$$\frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_* \left(1 - \left(q / \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|_* \right)^2 \right) = \frac{\varepsilon k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_*. \quad (4.2)$$

Отсюда будем иметь

$$\left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|_* = \frac{q}{\sqrt{1 - \varepsilon}}. \quad (4.3)$$

В области фильтрации, где $|\partial p/\partial x| < q/\sqrt{1-\varepsilon}$, уравнение фильтрации примем как

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \varepsilon \chi \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \quad (4.4)$$

При высоких градиентах давления ($|\partial p/\partial x| \geq q/\sqrt{1-\varepsilon}$) уравнение фильтрации примем в виде (1.4). Решение такой регуляризированной задачи при $\varepsilon \rightarrow 0$ соответствует решению по модели с предельным градиентом.

Рассмотрим нестационарную задачу о фильтрации жидкости через пористый образец длины x_0 . Пусть в исходном состоянии давление в пористой среде $p = p_0$ ($t \leq 0$, $0 < x \leq x_0$). Далее, в момент времени $t = 0$, давление на левой границе ($x = 0$) мгновенно изменяется до величины p_e и поддерживается постоянным, а на правой границе ($x = x_0$) поддерживается начальное значение $p = p_0$.

Для удобства сравнения результатов расчетов введем безразмерные переменные и параметры:

$X = x/x_0$, $\tau = \chi t/x_0^2$, $P = (p_0 - p)/\Delta p$, $U_e = u_e \mu x_0/(k \Delta p)$, $Q = q x_0/\Delta p$, где u_e — величина скорости фильтрации на границе $x = 0$.

Для численных значений параметров, отвечающих за предельный градиент и регуляризацию, приняты следующие величины: $\varepsilon = 10^{-2}$, $Q = 1$.

На рис. 4.1, а представлена эволюция по времени распределений давления для $\gamma = 2$. Сплошные линии соответствуют решениям полученным методом ПССС. Пунктирные линии соответствуют численным решениям регуляризированной задачи. Числа на линиях соответствуют безразмерным моментам времени τ . На рис. 4.1, б представлены безразмерные расходы от времени τ для $\gamma = 2$. Видно, что в плане определения расходов жидкости расхождение между кривыми, полученными методом ПССС и численным решением по общему уравнению фильтрации с предельным градиентом, не превосходит десяти процентов. Причем это различие с приближением характерной протяженности l возмущенной области к предельному значению l_* несколько повышается. Аналогичное сходство для распределений давлений и расходов имеет место также при $\gamma = 1/2$ и $\gamma = 1$.

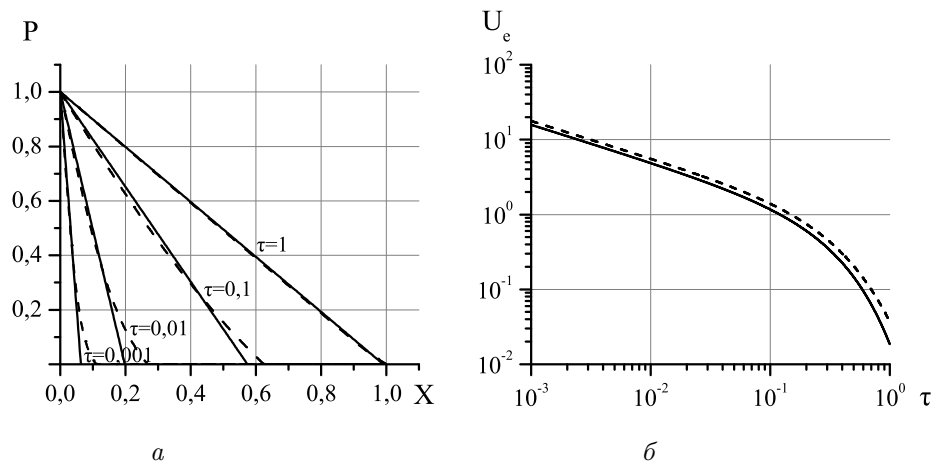


Рис. 4.1. Сравнение приближенных решений, полученных методом ПССС с численным решением нелинейного уравнения фильтрации

Таким образом, приближенные решения, полученные методом ПССС в плане описания поля течения, а также расхода жидкости через границу пористой фа-

зы, неплохо согласуются с численным решением уравнения фильтрации. Все это, в свою очередь, дает основание на возможность использования метода ПССС для построения приближенных решений.

5. Влияние нелинейности

В случае линейного закона фильтрации Дарси ($q \rightarrow 0$) формулы (3.6) и (3.7) переходят в известные [10] законы движения границы возмущенной области и расхода жидкости через единичную площадь:

$$\tilde{l} = 2\sqrt{\chi t} \text{ и } \tilde{u}_e = -\frac{k \Delta p}{\mu \tilde{l}}. \quad (5.1)$$

Введем коэффициент $\eta^{(1)} = u_e/\tilde{u}_e$, определяющий безразмерный расход жидкости для принятого нелинейного закона фильтрации, как отношение к расходу жидкости, когда справедлив закон Дарси. На основе (3.7) и (5.1) с учетом (3.6) для $\eta^{(1)}$ в случае $\gamma = 2$ можем получить

$$\eta^{(1)} = \frac{2q}{\Delta p} \frac{\exp(-4\chi q^2 t/\Delta p^2) \sqrt{\chi t}}{(1 - \exp(-4\chi q^2 t/\Delta p^2))^{1/2}}. \quad (5.2)$$

На рис. 5.1 приведена зависимость безразмерного расхода $\eta^{(1)}$ от времени при $q = 0,1$ МПа/м. Для параметров, определяющих физические свойства пористой среды и жидкости, приняты следующие величины: $m = 0,1$; $k = 10^{-15}$ м²; $\rho = 860$ кг/м³; $\mu = 1,6 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Числа на кривых соответствуют величине перепада давления в МПа. Из численных расчетов следует, что с увеличением перепада давления увеличивается расход жидкости. Из графиков также видно, что для любого значения перепада давления Δp существует некоторое значение времени $t^{(m)}$, при котором расход жидкости для разных значений γ имеет различие не более чем на четыре процента. Причем при $t < t^{(m)}$ с увеличением значения γ расход увеличивается, а при $t > t^{(m)}$ с увеличением значения γ расход уменьшается.

Можно рассмотреть эту задачу, когда фильтрация происходит в режиме постоянного объемного расхода жидкости через границу пористой среды $x = 0$. Тогда скорость фильтрации на этой границе постоянна и пусть равна u_e . Тогда, согласно (2.4), полагая, что для распределения давления имеет место (2.3) при $\gamma = 2$, можем записать уравнение:

$$\frac{k \Delta p}{\mu l} \left(1 - \frac{q^2 l^2}{\Delta p^2}\right) = -u_e. \quad (5.3)$$

С другой стороны, из уравнения баланса массы (3.1) с учетом (2.3) можем записать:

$$m\alpha \frac{d}{dt} \int_0^l \Delta p \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx = u_e. \quad (5.4)$$

Отсюда будем иметь

$$\Delta p l = -\frac{2u_e t}{\alpha m}. \quad (5.5)$$

Исключая Δp из (5.3) и (5.5), получим уравнение для определения закона движения границы возмущенной зоны. Разрешая такое уравнение, можем получить:

$$l = \sqrt{\chi V s t} \left(\sqrt{1 + 4/V s} - 1\right)^{1/2}, \quad V s = (\mu u_e/kq)^2. \quad (5.6)$$

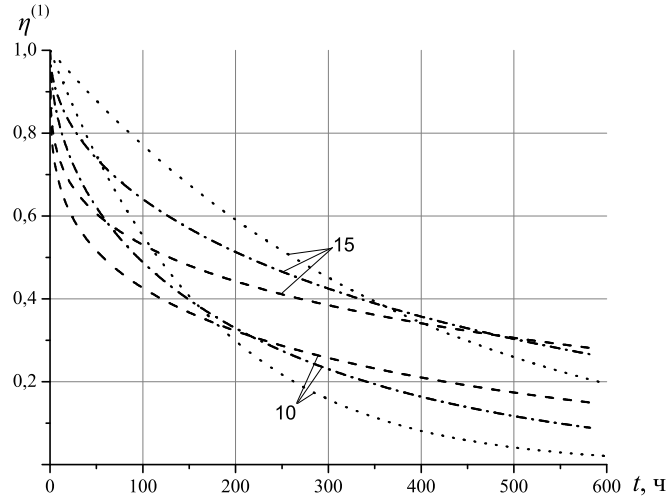


Рис. 5.1. Динамика безразмерного коэффициента расхода $\eta^{(1)}$ от времени. Числа на кривых соответствуют величине перепада давления в МПа

Подставляя это выражение в (5.4), получим решение для закона роста перепада давления:

$$\Delta p = 2q\sqrt{\chi t} / \left(\sqrt{1 + 4/Vs} - 1 \right)^{1/2}. \quad (5.7)$$

Для случая $q \rightarrow 0$ из (5.6) и (5.7) следует

$$\tilde{l} = \sqrt{2\chi t}, \quad \tilde{\Delta p} = -\frac{\mu u_e}{k} \sqrt{2\chi t}. \quad (5.8)$$

Введем безразмерные протяженность возмущенной области и перепад давления как

$$L = \frac{l}{\tilde{l}}, \quad \Delta P = \frac{\Delta p}{\tilde{\Delta p}}. \quad (5.9)$$

Используя решения (5.5)–(5.8), для этих введенных безразмерных величин получим

$$L = \left(\left(\sqrt{1 + 4/Vs} - 1 \right) Vs / 2 \right)^{1/2}, \quad \Delta P = 1/L. \quad (5.10)$$

Заключение

Предложена теоретическая модель, описывающая процессы фильтрации в низкопроницаемых пластах с проявлением предельного градиента давления и степенного закона выхода к закону Дарси при повышении величины градиента давления, в плоскоодномерной постановке. Методом последовательной смены стационарных состояний и численно решена задача о притоке жидкости к скважине. Выявлено, что приближенные решения, полученные методом ПССС, в плане описания полей давления и дебита хорошо согласуются с численным решением уравнения фильтрации в полной постановке. Установлено, что картина гидродинамических

полей, а также дебит скважины характеризуются не только величиной предельного градиента давления, но и показателем степени, определяющим темп выхода нелинейного закона фильтрации к линейному закону Дарси с ростом градиента давления.

Литература

- [1] Behavior of Flow through Low-Permeability Reservoirs / Qun Lei [et al.] // SPE 113144. 2008. P. 1–7.
- [2] Отклонения от закона Дарси при фильтрации в низкопроницаемых пористых средах / В.А. Байков [и др.] // Нефтепромысловая химия: тез. докл. VI Всероссийской научно-практ. конф. (г. Москва, 23–24 июня. 2011 г.). М.: Изд-во РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2011. С. 37–40.
- [3] Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Анализ и интерпретация результатов лабораторных исследований ядра Приобского месторождения / В.А. Байков [и др.] // Вестник ОАО НК "Роснефть". 2013. Т. 31. № 2. С. 8–12.
- [4] Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Лабораторные фильтрационные исследования ядра Приобского месторождения / В.А. Байков [и др.] // Вестник ОАО НК "Роснефть". 2013. Т. 31. № 2. С. 4–7.
- [5] Коробов К.Я., Антилин Ю.В. О нарушениях линейного закона фильтрации при низких градиентах давления // Нефтяное хозяйство. 1968. № 8. С. 26–28.
- [6] Мирзаджанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязкопластичных и вязких жидкостей в применении к нефтедобыче. Баку: Азербайджанский нефтяной институт, 1959. 409 с.
- [7] Алишаев М.Г., Розенберг М.Д., Теслюк Е.В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений. М.: Недра, 1985. 271 с.
- [8] Мирзаджанзаде А.Х., Аметов И.М. Технология и техника добычи нефти. М.: Недра, 1986. 409 с.
- [9] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в пористых пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
- [10] Подземная гидравлика: учебник для вузов / К.С. Басниев [и др.]. М.: Недра, 1986. 303 с.

References

- [1] Behavior of Flow through Low-Permeability Reservoirs. Q. Lei [et al.]. *SPE 113144*, 2008, pp. 1–7.
- [2] Deviation from Darcy law at filtering in low permeability porous media. V.A. Bikov [et al.]. *Neftpromyslovaia khimiia: tez. dokl. VI Vserossiiskoi nauchno-prakt. konf. g. Moskva, 23–24 iunია*. M., Izd-vo RGU nefti i gaza im. I.M. Gubkina, 2011, pp. 37–40 (in Russian)
- [3] Nonlinear filtering in low permeability reservoirs. Analysis and interpretation of results of laboratory researches of a core of Priobsky field. V.A. Bikov [et al.]. *Vestnik OAO NK "Rosneft"* [Vestnik of OJSC Oil Company "Rosneft"], 2013, no. 2, pp. 8–12 (in Russian)
- [4] Nonlinear filtering in low permeability reservoirs. Laboratory filtration researches of a core of Priobsky field. V.A. Bikov [et al.]. *Vestnik OAO NK "Rosneft"* [Vestnik of OJSC Oil Company "Rosneft"], 2013, no. 2, pp. 4–7 (in Russian)
- [5] Korobov K.J., Antilin Yu.V. On violations of linear filtration law at low pressure gradients. *Neftianoe hoziaistvo [Oil Industry]*, 1968, no. 8, pp. 26–28 (in Russian)

- [6] Mirzadzhanzade A.Kh. Viscoplastic and viscous fluids problems in hydrodynamics applied to oil production. Baku: Azerneftnesh, 1959, 409 p. (in Russian)
- [7] Alishaev M.G., Rosenberg M.D., Teslyuk E.V. Nonisothermal Filtration in the development of oil fields. M., Nedra, 1985, 271 p. (in Russian)
- [8] Mirzadzhanzade A.Kh., Ametov I.M. Technics and technology of oil production. M., Nedra, 1986, 386 p. (in Russian)
- [9] Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Movement of liquids and gases in porous formations. M., Nedra, 1984, 211 p. (in Russian)
- [10] Underground hydraulics: college textbook. K.S. Basniev [et al.]. M., Nedra, 1986, 303 p. (in Russian)

Поступила в редакцию 11/IV/2014;
в окончательном варианте — 11/IV/2014.

METHOD OF SEQUENTIAL CHANGING OF STATIONARY STATES FOR ONE-DIMENSIONAL FILTRATION PROBLEM WITH LIMITING GRADIENT OF PRESSURE

© 2014 O.V. Belova³ V.Sh. Shagapov⁴

Taking into account nonlinear effects observed in experiments with low-permeability layers, at low pressure gradients (e.g., about 10^5 Pa/m), refinement of Darcy law is proposed. On the basis of this model, by means of method of sequential change of stationary states and the problem of one-dimensional filtering is numerically solved. It is established that approximate solutions received by the method of sequential change of stationary states, for the description of distribution of pressure in layer and a well production, will be agreed with the numerical solution of the equation of a filtration in full statement. The analysis of influence of pressure gradient q and limiting exponent defining the rate of yield of the nonlinear filtration law to the linear Darcy's law with increasing pressure gradient γ , on the features of hydrodynamic fields and well production is carried out.

Key words: filtration, ultra-low permeability, limiting pressure gradient, method of sequential change of stationary states.

Paper received 11/IV/2014.
Paper accepted 11/IV/2014.

³Belova Olga Vladimirovna (BelovaOlgaV@mail.ru), the Dept. of Higher and Applied Mathematics, Birsk branch of Bashkir State University, Birsk, 452453, Russian Federation.

⁴Shagapov Vladislav Shayhulagzamovich (shagapov@rambler.ru), laboratory "modeling of technological processes", Institute of Mechanics, Ufa Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Ufa, 450025, Russian Federation.