

А.Ю. Переварюха¹

ГРАФОВАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АНТРОПОГЕННЫХ И БИОТИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ В ПРОДУКТИВНОСТИ КАСПИЙСКОГО МОРЯ²

В статье представлено построение графовой модели, структурирующей многовариантные аналитические заключения о взаимодействии природных и антропогенных факторов в экосистеме, представленных в виде множества связанных концептов. Выполненные исследования являются частью плана междисциплинарного проекта по анализу эффективности мер искусственного восстановления подвергавшихся чрезмерному промысловому изъятию популяций. В знаковом орграфе проводится анализ распространения импульсов в вычислительной среде из вершин в контексте исследуемой ситуации деградации осетровых Каспийского моря, которые с 2010 г. включены в "Красную книгу", несмотря на усилия по организации искусственных рыбоводных мероприятий. Метод когнитивной структуризации позволил на основе орграфа выявить скрытый контур обратной связи, ослабляющий эффективность воспроизводства рыбных популяций и, возможно, ставший причиной завышенной оценки допустимой эксплуатации биоресурсов. Обсуждается обоснованность аппарата функциональных итераций для описания динамики развития популяционного процесса с нелинейной функцией эффективности воспроизводства. Показано, что дискретные итерации обладают противоречивым качественным поведением траектории с точки зрения биологической интерпретации бифуркаций. Предлагается использовать модели на основе предикативного описания цепи изменений режимов развития моделируемого процесса, среди которых выделим существенные колебания скорости роста в раннем онтогенезе рыб.

Ключевые слова: графовые модели в экологии, скрытые контуры влияния, когнитивная структуризация факторов, нестабильные популяционные процессы, интерпретация нелинейных эффектов.

Введение

В экологии взаимовлияния факторов могут обрести обратными связями, иногда превращаясь в противоположно направленный процесс. Один фактор может оказывать прямое положительное и опосредованное отрицательное влияние на благополучие репродуктивного процесса. Например, при затоплении территории во-

¹© Переварюха А.Ю., 2015

Переварюха Андрей Юрьевич (madelf@pisem.net), лаборатория "Прикладная информатика", Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, 199178, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, 14 линия, 39.

²Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-07-01230.

дохранилищ увеличится площадь нерестилищ, но покрытие без течения грунта илом со временем ухудшит условия нереста большинства рыб.

Для этапа анализа сведений о противоречивом влиянии различных факторов развиваются когнитивные методы системного анализа, работающие с качественной информацией. Группа подобных формальных методов получила образное название "мягкие вычисления". На практическом примере длительного исследования опишем возможности метода когнитивной структуризации, способного играть роль коллиматорного прицела в формировании динамических моделей экологических процессов. В статье обсуждается на примере актуальной ситуации подход к структуризации противоречивых экспертных и мониторинговых сведений в форме когнитивного взвешенного графа, который призван составлять некоторую контурную карту для разработки и обоснования имитационных моделей. Сопоставление конкурирующих цепочек влияния применимо и на заключительном этапе экологического осмысления результатов вычислительных экспериментов, но организация передачи импульсов между вершинами по дугам орграфа не выдвигается нами как самодостаточный аппарат моделирования природных процессов.

1. Поиск и оценка взаимосвязей в экологии осетровых

Наиболее существенно последствия зарегулирования стока рек отражаются на возможностях размножения анадромных видов, лососевых и осетровых. Для набирающих массу в море рыб становятся недоступными ранее пригодные для нереста участки в верховьях рек. Восполнить потери в воспроизводстве популяций ценных промысловых рыб бассейна Волги предполагалось за счет технологии искусственного оплодотворения икры, выращивания молоди в прудах до некоторого возраста и последующего ее выпуска.

В 1975 г. была принята стратегия максимизации ежегодного вылова (до 30 тыс. т) за счет выпуска (порядка 90 млн. шт.) молоди осетровых как основного источника формирования запасов, способного не только компенсировать, но и превзойти потери в естественном воспроизводстве при гидростроительстве. В результате строительства рыбоводных предприятий для искусственного выращивания молоди к поставленной цели резкого увеличения масштабов выпуска удалось приблизиться. В 1977 г. уловы осетровых достигли своего максимума в размере 27,3 тыс. т, однако затем начали неуклонно уменьшаться [1].

Ситуация с промыслом осетровых рыб Каспия развивалась в точном соответствии с предупреждением, высказанным в 1950 г. основоположником метода гормональных инъекций профессором Н.Л. Гербильским: "Поддержать относительно благополучное в численном отношении стадо неизмеримо легче, чем восстанавливать его из жалких остатков". На настоящий момент эксперты Международного союза охраны природы IUCN констатируют деградацию трех популяций осетровых Каспия, имеющих с 2010 г. в "Красной книге" статус Critically Endangered. Сейчас промышленный лов осетровых запрещен, что, по мнению IUCN, является крайне запоздалым решением. Отдельные заявления о нелегальном промысле, многократно превышавшем официальный, выглядят сомнительно. Когда в легальном кошелевском неводе отсутствует улов, то почему рыбы должно быть больше на браконьерских крючках, если эффективность облова створа реки неводом безусловно выше.

Неоднократно проводилась переоценка реальной величины промыслового возврата от искусственного воспроизводства, и получение достоверной оценки представляет непреодолимую сложность. Подтверждено, что изначально заложенный в планах 1970-х гг. коэффициент промыслового возврата заводской молоди в размере 3 % оказался завышенным ожиданием. В 1989 г. определялись для осетра 1,2 %, севрюги 1 %, белуги 0,1 %. В 1998 г. для осетра 0,7 % , севрюги 0,83 %, белуги 0,07 % [2]. Оценка динамики снижения реальной выживаемости на ранних этапах жизненного цикла рыб необходима при планировании мер по сохранению генофонда деградировавших популяций. Отдельную задачу представляет анализ причин невыполнения прогнозов 70-х гг. в сопоставлении с динамикой экосистемных изменений, на фоне которых определялась величина допустимого вылова.

Гидростроительство повлекло перемены в трофической цепи Нижней Волги, изменив соотношение относительного обилия автохтонных рыб в сообществе. По естественным причинам менялась гидрологическая обстановка региона. Влияние водности половодья противоречиво оценивается специалистами. Пресный сток воды оказывает стимулирующее действие на интенсивность нерестовой миграции, но в многоводные годы большой сброс холодной воды ГЭС задерживает начало миграции половозрелых рыб из моря в русло Волги [3]. При отмеченных противоречиях водность считалась ихтиологами ведущим фактором в формировании промысловых запасов и закладывалась при расчетах промысловых прогнозов. В маловодные годы коэффициент промысловой смертности севрюги достигал 0,89 [4], что связано с техникой ловли в русле закидным неводом, и нам представляется логичным, что отмечаемая "малоурожайность" поколений за маловодные годы объясняется чрезмерной эффективностью промысла идущих на нерест рыб. Подобные коллизии факторов часто встречаются в естествознании: в многоводные годы площадь пригодных нерестилищ больше, но и скорость течения воды увеличивается, унося в потоке недостаточно сформированную молодь. Выход из коллизий возможен при сравнительном сопоставлении схожих по условиям ситуаций, чем редко пользуются ихтиологи. Маловодный период Волги 1930-х гг. не привел к критическим последствиям для запасов осетровых, в 1950–1960 гг. наблюдался умеренный рост уловов, что говорит о преобладающем факторе промысловой смертности нерестовой части запаса, но не объясняет переоценку возможностей искусственного воспроизводства.

Период регрессии сменился в 1978 г. быстрым и неожиданным для климатологов повышением уровня Каспийского моря. Для бессточного озера площадью более 370 тыс. км² исторически характерны колебания уровня, которые сложно предсказывать. Амплитуда за период наблюдений составляет 3,8 м. Подъем моря рассматривался экспертами как благоприятный фактор, так как прогнозировалось увеличение площади акваторий Северного Каспия, пригодных для нагула молоди рыб и улучшения трофической обстановки [5]. В прогнозах не брался в расчет ряд значимых факторов, снижавших процент особей популяции достигающей нерестовой стадии зрелости, так как осетровые нерестятся не ежегодно, а только при успешном формировании гонад. Обратим внимание, что на фоне деградации осетровых уловы их пищевых конкурентов аналогично уменьшались, что не укладывается в выводы из системы уравнений, описывающих динамику конкурирующих за один ресурс двух ограниченных популяций [6], в которой непременно побеждает популяция, сумевшая сохранить репродуктивный потенциал в новых условиях.

Из исторических сведений о промысле известно, что XIX веке 4 популяции осетровых были более многочисленны, чем в начале регулярного тралового учета в 1968 г. Особенность ареала обитания моделируемых популяций заключается в том, что в условиях солоновато-водного мелководья сформировалась автохтонная донная фауна, где барьер солености ограничил распространение пресноводных организмов. В период регрессии эндемичные виды моллюсков вытеснялись вселенцами. Повышение уровня сопровождалось опреснением акватории. Изменения условий сказались на ареале распространения искусственно вселенных в 60-х гг. видов моллюсков средиземноморского фаунистического комплекса, ставших важным кормовым ресурсом рыб. В Каспии исторически именно кормовая база и соответственно высокая пищевая конкуренция служили ограничителем развития рыбных ресурсов [7]. Исследования в 50-х гг. показали, что на единицу биомассы донной фауны Северного Каспия приходилось в несколько раз больше его потребителей, чем в Азовском море.

Эволюционно сложившаяся репродуктивная стратегия осетровых рыб, выразившаяся в существовании сезонных рас и длинных миграционных путей, позволяла поддерживать высокую биомассу рыб при относительно небольшой кормовой биомассе. Соответственно, актуально создание имитационной модели формирования пополнения популяций для анализа сценария нарастающего несоответствия развития рыбного хозяйства с эволюционным трендом анадромных популяций Каспия.

2. Реализация взаимодействия факторов в графовой модели

Вмешательство в естественный репродуктивный процесс запустило подобно падающим костяшкам домино, комплекс обратных связей в механизмах экологической регуляции, неизвестных ранее экспертам. Вселение видов различных фаунистических комплексов, нестабильность речного стока, смена периодов регрессии и трансгрессии моря во взаимосвязи с целями оптимизации рыбного промысла привели к развитию ситуации вне рамок всех прогнозов. Установление причин несоответствия планировавшейся эффективности искусственного воспроизводства и прогнозируемой величины промыслового возврата осетровых рыб является актуальной задачей для совершенствования методов имитационного моделирования сценариев развития ситуации, противоречиво оцениваемой специалистами предметной области.

Описание принципов функционирования процессов в экосистемах относится к области системного анализа слабоформализованных проблем. Взаимовлияние между конечным множеством факторов приходится исследовать на уровне описания качественных изменений, так как они отражаются в литературе авторами в сравнительно-оценочных формулировках. Например "благоприятность условий нагула рыб" или "напряженность трофической обстановки" совсем неестественны для формализации в системах уравнений. Для адаптивного трансформирования оценок и рассуждений в структуры данных в слабоформализованных областях развиваются методы построения и анализа когнитивных оргграфов в специализированных информационных средах [8].

Когнитивный оргграф будем рассматривать как инструмент для формирования наиболее полноценных гипотез о функционировании популяционного процесса

при включении определенных внешних воздействий. Применение концептуальной структуризации может изменить сложившиеся стереотипы, которыми оперируют в предметной области, и способствовать развитию гибких логико-вероятностных подходов к прогнозированию риска истощения эксплуатируемых биоресурсов.

Структуризация предполагает вариативную формализацию рассматриваемой гипотезы о функционировании системы в виде знакового орграфа [9], вершинам которого сопоставляются выделенное множество факторов, а ребрам знаки "–" и "+".

Ребрам можно сопоставить веса, если определить универсальную шкалу взаимодействий для всей рассматриваемой ситуации $\langle -u_{max}, \dots, u_0, \dots, +u_{max} \rangle$. При построении экологической графовой модели необходимо чрезвычайно подробно изучить и "расследовать" причинно-следственный комплекс связей. В отличие от моделей в виде уравнений, вычисляющих по фиксированным правилам соотношения величин, орграф есть наглядный результат субъективного аналитического сопоставления и обсуждения.

Для экологических задач перспективны модификации методологии применения когнитивных графов, позволяющих на качественном уровне формализовать ситуацию в виде множества концептов и направлений передачи воздействия по различным путям. Формализм взвешенных знаковых графов является расширением представления орграфа $G(Y, E)$, которое дополняется множеством параметров вершин V , где каждой вершине y_i ставится в соответствие безразмерный параметр-концепт $v_i \in V$, и функционалом преобразования дуг $F(V \times V, E)$, который определяет в соответствие дуге орграфа знак (или вес).

Функционал преобразования в общем виде определим следующим образом:

$$F(v_i, v_j, e_{ij}) = \begin{cases} +u_{ij}, & \text{если при увеличении } v_i \text{ следует возрастание } v_j, \\ -u_{ij}, & \text{если при увеличении } v_i \text{ следует уменьшение } v_j, \end{cases} \quad (1)$$

где u_{ij} может принимать значения из конечного множества B , при рассмотрении только знака влияния между вершинами $B = \{-1, 1\}$.

Ф. Робертс предложил рассматривать последовательные изменения заданных изначально значений параметров, соответствующих вершинам как импульсные процессы в дискретном времени [10]. Импульс $p_j(n)$ определим через изменение значения параметра вершины v_j в момент $n > 0$:

$$p_j(n) = v_j(n) - v_j(n-1).$$

После запуска импульсного процесса значение параметра вершины будет изменяться:

$$v_i(n+1) = v_i(n) + \sum_{j=1, j \neq i}^N F(v_i, v_j, e_{ij}) p_j(n). \quad (2)$$

Очевидно, что какие-то актуальные выводы и значимые гипотезы можно строить, рассматривая импульсные процессы вида (4.2) в орграфах с замкнутыми путями. Интерес представляет не абсолютное условное значение в вершинах, а сравнение их изменений $\Delta_n v_i$ относительно начального $v_i(0)$ за фиксированное число шагов.

3. Орграф взаимодействия факторов

Оформим структуризацию обобщенных из различных и часто противоречивых источников сведений о характере и степени выраженности взаимодействия фак-

торов, влияющих на благополучие волжских популяций осетровых рыб в форме когнитивного орграфа. Ретроспективный анализ промысловой статистики и разнообразных экспертных мнений позволил составить множество основных концептов, в том числе пригодных для запуска импульсов из вершин. Суждения специалистов нередко противоречивы, например, в книге [11] авторы заявляют, что нелегальный вылов является своеобразным "козлом отпущения", на которого возложены грехи по неудачной попытке организации рационального промысла. Продолжается дискуссия о наследуемости у осетровых сезонных рас [12]. Если наследования нет, то многие работы [13] по их внутривидовой дифференциации не имеют практической ценности, аналогично рекомендации на их основе по установлению сроков промысла в действительности снижали репродуктивный потенциал.

Эмпирическая рекомендация для размеров графа не менее десяти, но не более пятнадцати вершин. В качестве концептов, определяющих процессы в экосистеме Каспия и влияющих на динамику запасов осетровых рыб, определим следующие 12 обсуждавшихся специалистами природных и антропогенных факторов и поставим их в соответствие вершинам когнитивного орграфа $G(Y, E, V)$:

v_1 – состояние нерестовой части стада осетровых рыб; v_2 – годовое пополнение молоди; v_3 – естественная (компенсационная) убыль поколения; v_4 – благоприятность условий полового созревания; v_5 – удельная эффективность естественного воспроизводства; v_6 – масштабы искусственного выпуска; v_7 – уровень промысловой эксплуатации рыбных биоресурсов; v_8 – биомасса доминирующего вида кормового бентоса; v_9 – обеспеченность кислородом кладок икры на нерестилище; v_{10} – трансгрессия уровня Каспийского моря; v_{11} – численность основных естественных врагов молоди; v_{12} – доступная протяженность путей нерестовой миграции.

Основной массив изучаемой ретроспективной информации за 1970–1980 гг. содержался в ежегодниках материалов отчетных сессий Центрального научно-исследовательского института осетрового хозяйства (ЦНИОРХ) и сборниках тематических статей о перспективах осетрового хозяйства [14]. Прежде всего, обращалось внимание на вариативность прогнозов хозяйственного использования популяций [15] и изменение учитываемых их составителями факторов. Сопоставлялись доступные данные по уловам двух видов осетровых; пропуску производителей на нерестилища и скату молоди волжской севрюги *Acipenser stellatus* [16], для которой сохранились основные естественные нерестилища; подсчетам численности по результатам морских траловых съемок. Оценки общей численности осетровых воспринимались только как косвенная информация из-за известных сомнений в достоверности расчетов, полученных путем экстраполяции данных с квадратов лова и во многом зависящих от определения коэффициента уловистости применявшегося трала [17].

В результате сопоставления данных наблюдений, анализа литературы об историческом развитии экосистемы и формализации ряда экспертных мнений удалось сформировать когнитивный орграф, включающий соответствующих концептам 12 вершин и множество направленных дуг, отражающих знак и условную *выраженность* силы влияния (рис. 1). В функционале преобразования будет задано четыре вида передачи влияния $B = \{-1, -0.5, 0.5, 1\}$ по два для дуги "+" (на рис. 1 пунктирная дуга) и "-" показана сплошной дугой.

Разумно предположить, что представленное дугами качественное влияние разнится не только по своей природе как "антропогенное" или "естественное", но и по выраженности. Имеет смысл подобно физикам охарактеризовать в экологии условно "сильное" и "слабое" взаимодействие. Негативное действие промысла

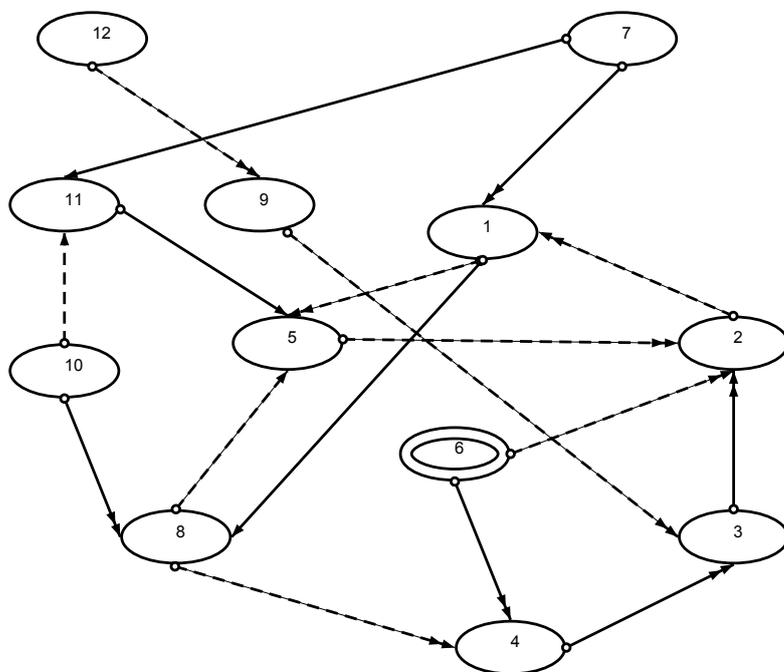


Рис. 1. Когнитивный оргграф влияния факторов

и естественных сдвигов уровня моря на биоресурсы различно, потому влияние $F(v_{10}, v_{11})$ определено как "слабое" с $u = -0.5$, на рис. 1 с одним наконечником стрелки у дуги, сильное с двумя наконечниками. Матрица весов когнитивного оргграфа 12×12 имеет вид:

$$\begin{bmatrix} 0 & \infty & \infty & \infty & +1 & \infty & \infty & \infty & -0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ +1 & 0 & \infty \\ \infty & -1 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & -1 & 0 & \infty \\ \infty & +1 & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & +1 & \infty & -1 & \infty & 0 & \infty \\ -1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & -1 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & +1 & +0.5 & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & +1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & -1 & \infty & 0 & +0.5 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & -0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty \\ \infty & +1 & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

Вершины в такой графовой модели разделяются на зависимые и свободные от влияния других концептов, как величина промыслового изъятия и колебания уровня моря. Объем искусственного воспроизводства мы должны определить свободным концептом, т. к. дуга $\{v_1, v_6\}$ сделала бы импульсный процесс банальным, но масштаб выпуска неминуемо будет сокращаться из-за нехватки пригодных для рыболовных целей производителей при малочисленности нерестовой части популяции, т. е. уже после деградации. Импульсные процессы для графа целесообразно запускать из антропогенно обусловленных свободных концептов v_6 (на рисунке выделена как стартовая двоекратным очертанием) или v_7 . В сценарии рис. 1 мы

считаем, что интенсификация промысла v_7 влияет и на осетровых, и на популяции их антагонистов v_{11} . Два контура орграфа имеющие общую вершину будем называть конкурирующими. Преимущества компьютерной среды позволяют реализовать сравнительный перебор сценариев расположения дуг и отбросить заведомо не согласующиеся. Программная реализация орграфа не представляет научной новизны и не потребует разработки особых алгоритмов, может строиться на основе стандартных средств объектно-ориентированного программирования. Удобна техническая реализация с использованием любой инструментальной среды, поддерживающей дискретно-событийное моделирование, например наглядных диаграмм statechart в *AnyLogic*.

На основе оценки несинхронности пульсаций значений v_4, v_2 , входящих в конкурирующие контуры орграфа, сформирована гипотеза, что присутствует еще один фактор, влияющий на скорость убыли численности поколения — темп роста молодежи. Должно существовать некоторое естественное ограничение, пороговое значение веса, после которого действие неблагоприятных факторов, увеличивающих смертность молодежи, должно резко уменьшаться. Характер регулярного колебания значения v_3 , синхронизированного с v_6 , предсказывает, что темп роста в свою очередь должен обратно зависеть от пищевых потребностей при увеличении плотности партий молодежи.

Второе значимое предположение, что существует предел процентного приращения численности нерестового запаса, который можно получить в предположении о неограниченном возрастании объемов выпуска. Достаточно долго обсуждался выбор оптимального веса для искусственно выпускаемой молодежи [18], который при минимизации затрат на выращивание обеспечивал бы желаемый промысловый возврат. Был установлен средний вес 3 г, но выдвигаются аргументы по его наращиванию [19], т. к. результаты оказались скромнее ожидаемых. Навеска выпускаемой молодежи является параметром, которым можно адаптировать технологию искусственного воспроизводства. Одна из задач наших дальнейших работ состоит в обосновании отказа от единой стандартной навески и выпуске разновозрастных партий при смешанном искусственно/естественном воспроизводстве. Моделируемый сценарий должен соответствовать прежнему естественному состоянию, когда в море мигрировала уже подростковая молодежь с верховий от "озимых" и мелкая молодежь от "яровых" рыб.

Взаимосвязь скорости роста и убыли численности можно отразить системой уравнений, но только если формализовать некоторые особенности развития, связанные с метаморфозами в раннем онтогенезе рыб. Для осетровых рыб значительное время занимает период эндогенного и смешанного питания за счет относительно крупного желточного мешка [20]. Динамику скорости роста рыб в раннем онтогенезе трудно описать каким-либо известным балансовым соотношением анаболизма и катаболизма, например уравнением Л. фон Бергаланфи.

4. Нетривиальные режимы в динамике моделей

После этапа структуризации информации и формирования гипотез можно непосредственно перейти к разработке динамической модели воспроизводства популяций рыб в виде дискретных функциональных итераций и проведению настоящих вычислительных экспериментов. Мы покажем, как модели без интерпретации в рамках набора гипотез влекут к цепочке противоречивых выводов и почему

необходимо для полученных на основе орграфа предположений провести расширение существующих методов математического описания.

Для прогнозирования эффективности регенерации промысловых запасов рыб используются несколько известных функциональных зависимостей, называемых "кривые воспроизводства" [21] (reproduction curve). Задача ихтиологов заключалась в подборе и аппроксимации наиболее близкой к наблюдаемому по данным виду зависимости, однако для волжских популяций до остановки промысла такие методы не применялись. Математические методы теории формирования пополнения популяций основаны биологами Ф. Нивом и У. Рикером на основе обобщения фактического материала наблюдений [22], но не были согласованы с полученными позднее фундаментальными результатами нелинейной динамики дискретных отображений. Теория "запаса и пополнения" позволяет объяснять явления, когда повышенная плотность популяции становится негативным фактором, увеличивающим смертность из предположения, что выживаемость ухудшит скудность икры. Самая известная нелинейная кривая $R = f(S)$ воспроизводства функция Морана-Рикера $f(S) = aSe^{-bS}$ связывает величину нерестового запаса S с продуцируемым пополнением R , где $b < 1$ — коэффициент вертикального масштабирования кривой, т. е. величина, обратная S_m , при котором $f'(S_m) = 0$; $a > 1$ — безразмерный параметр, характеризующий репродуктивный потенциал.

Дж. Шепорд предложил зависимость $R = f(S)$, где определил влияние критической численности K :

$$f(S) = \frac{aS}{1 + (S/K)^\beta}, \quad (3)$$

где $a > 1$ — репродуктивный параметр с размерностью пополнения на единицу биомассы; K — интерпретируется как биомасса, при превышении которой начинают действовать зависящие от плотности факторы смертности; $\beta > 1$ — интенсивность действия смертности, увеличивающейся при возрастании S . Представленные в виде $x_n = \psi_a(x_{n-1})$ итераций нелинейной функции кривой воспроизводства с управляющим параметром:

$$x_{n+1} = ax_n e^{-bx_n} \quad (4)$$

обладают рядом нетривиальных свойств. Траектория итерации, множество $\{\psi^{(n)}\}_{n \geq 0}$, где $x_0, x_1, x_2 \dots$ — последовательность точек, определённых условием $x_{n+1} = \psi(x_n)$ стремится к предельному замкнутому инвариантному множеству \mathcal{A} аттрактору $\forall x_0 \lim_{n \rightarrow \infty} \{\psi^{(n)}\} = \mathcal{A}$. Открытое множество точек фазового пространства $\Omega_{\mathcal{A}}$, которые под действием оператора эволюции ψ достигают \mathcal{A} , есть область притяжения \mathcal{A} .

Равновесие (4) $x^* = \psi(x^*)$ достигается при $x^* = (\ln a)/b$, оценим, насколько это равновесие устойчиво: система будет сохраняться в его окрестности при внешних возмущениях.

Определение 1. Траекторию динамической системы $\{\psi^{(n)}(x_0)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ будем называть устойчивой, если для любого числа $\epsilon > 0$ существует число $\delta(\epsilon)$ такое, что при всех y_0 , удовлетворяющих условию $|x_0 - y_0| < \delta(\epsilon)$ для $\forall n \in \mathbb{Z}$, выполняется соотношение:

$$|\psi^n(x_0) - \psi^n(y_0)| < \epsilon.$$

Пусть присутствует малое возмущение ς_n , изменяющееся так, что $x_n = x^* + \varsigma_n$. Тогда в окрестности равновесия $f(x^*) = x^*$ при разложении мы можем (это позволяет теорема Зигеля о голоморфной локальной эквивалентности дискретного отображения и его линейной части в неподвижной точке, доказательство которой приведено в книге В.И. Арнольда [23, § 28] отбросить члены ряда Тейлора выше

первого порядка:

$$x_{n+1} = f(x^* + \zeta_n) = f(x^*) + \frac{df(x^*)}{dx} \zeta_n.$$

Очевидно, что условия определения 1 не выполняются при $|f'(x^*)| > 1$, начальное возмущение будет нарастать, так как соотношение между величинами отклонения ζ_n и ζ_{n+1} составляет геометрическую прогрессию и $f'(x^*)$ ее знаменатель. В критическом случае $f'(x^*) = -1$ по поведению линеаризованной зависимости мы не можем судить об устойчивости неподвижной точки. Для (4) получаем:

$$\frac{d\psi(x^*)}{dx} = ae^{-b\frac{\ln a}{b}} - b\frac{\ln a}{b}ae^{-b\frac{\ln a}{b}} = \frac{a(1 - \ln a)}{e^{\ln a}} = 1 - \ln a.$$

Отсюда находим, что равновесное состояние станет критическим при $\bar{a} = e^2$, но сохранит устойчивость. При $a = \bar{a}$ неподвижная точка $x^* = 2/b$ совпадает с точкой перегиба $\psi'''(x^*) = 0$, и можно показать, что для случая при $d^3\psi^2(x)/dx^3 < 0$ в критическом состоянии x^* соблюдаются условия определения 1.

Превышая $a > e^2$, наблюдаем бифуркацию удвоения периода, следующую из свойств второй итерации $\psi(\psi(x))$ любой унимодальной функции. При $a = \bar{a}$ соотношения производных второй итерации функции $\psi^2(x)$

$$\frac{d\psi^2(x^*)}{dx} = 1, \quad \frac{d^2\psi^2(x^*)}{dx^2} = 0.$$

Так, производная $d\psi^2(x)/dx$ при x^* имеет локальный экстремум, и для возникновения стационарных точек $x_1^* < x^* < x_2^*$ у $\psi^2(x)$, являющихся циклом периода $p = 2$, для $\psi(x)$ необходимо наличие максимума, т. е. $d^3\psi^2(x)/dx^3 < 0$. Будет ли всегда выполняться это условие, позволяет оценить дифференциальный инвариант, который сохраняет свой знак для старших итераций функции:

$$H_\psi = \frac{\psi'''(x)}{\psi'(x)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\psi''(x)}{\psi'(x)} \right)^2, \quad \text{соответственно } H_{\psi^2(x^*)} = \frac{d^3\psi^2(x)}{dx^3}.$$

Для исследуемой функции

$$H_\psi = b^2 \frac{-b^2x^2 + 4bx - 6}{2(1 - bx)^2} \text{ и, очевидно, } H_\psi < 0, x \in \mathbb{R}.$$

Теорема Д. Синджера [24] говорит, что итерации унимодальных функций с всюду отрицательным дифференциальным инвариантом $H_\psi < 0$ обладают общими свойствами: имеют не более одной устойчивой периодической траектории; данная траектория является ω -пределным множеством для точки $c : \psi'(c) = 0$, и данные свойства позволяют бифуркациям удвоения периода цикла $p = 2^i, i = 1 \dots \infty$ происходить неограниченное число раз.

После $a = e^2 + \kappa$ образуются две точки устойчивого цикла $\psi^n(x^*) = \psi^{n+2}(x^*)$, являющиеся неподвижными точками второй итерации $\psi^2(x)$. Амплитуда цикла $|x_1^* - x_2^*| \sim \sqrt{\kappa}$. При дальнейшем увеличении $a \rightarrow a^\infty$ неподвижные точки $\psi^2(x)$ потеряют устойчивость, $a = 12,49$, появится цикл $p = 2^2$ из точек $\psi^4(x)$, и далее аналогично для четных итераций при $\psi^{n/2}(x_i^*) = -1$ вплоть до особого состояния $p \rightarrow \infty$. Состояние без замкнутого цикла отмечается в вычислительных экспериментах по экспоненциальному разбеганию близких траекторий $|\psi^n(x_0 + \epsilon) - \psi^n(x_0)| \propto e^{n\lambda}$ и $\lambda > 0$, тогда говорят, что поведение модели при росте репродуктивного потенциала соответствует хаотическим флуктуациям. Появление автоколебаний может быть оценено как положительное для популяционной модели, но возникает проблема *биологической интерпретации* увеличения репродуктивного

параметра в связи с дальнейшим усложнением поведения траектории и ростом амплитуды ациклических флуктуаций $a > a^\infty \approx 14,77$, сменяемых промежутками с нечетными устойчивыми циклами. В контексте проблем интерпретации интересна структура образующегося при $a = a^\infty + \kappa$ аттрактора. Теряющие устойчивость две циклические точки x_1^*, x_2^* делят интервал \mathbf{I}_ψ на непересекающиеся субинтервалы $\Upsilon_0, \Upsilon_1, \Upsilon_2$. К вновь образовавшемуся аттрактору $2p$ притягиваются почти все точки, кроме циклических точек-репеллеров $x_1^*, x_2^*, \dots, x_j^*$, а также всех их образов: множества $\mathcal{F} = \bigcup_j^{2^n} \psi^{-n}(x_j^*)$.

Замечание 1. Формула (4) отличается от отображения $f_\eta : \mathbf{I} \rightarrow \mathbf{I}$ симметричной квадратичной функции $x_{n+1} = 4\eta x_n(1 - x_n)$, поведение которого на отрезке $\mathbf{I} = [0, 1]$ рассмотрено в работе [27]. Для (4) рассмотрим отрезок $\mathbf{I} = [0, a(b \exp(a/e + 1))^{-1}]$, т. е. отрезок с границей $f_a(f(x_{max}))$. Начальная точка x_0 под действием (4) не покинет \mathbf{I} ни при каких значениях a , тогда как для квадратичного отображения достигается $f_\eta(1/2) > 1$, и аттрактор заменяется канторовским репеллером.

После неограниченного числа бифуркаций образуется множество, являющееся объединением ω -предельных точек для всех точек, не являющихся прообразами периодических траекторий. В любой окрестности имеются точки, принадлежащие неустойчивым периодическим траекториям из \mathcal{F} .

Интервалы $\cup \Upsilon_i \subset \mathbf{I}$ образуют в бифуркационном процессе упорядоченную структуру $\bigcup_{i=1}^{2^n-1} \Upsilon_i^{(n)}$ с линейным индексом и рангом, соответствующим появлению цикла 2^n , так что $\Upsilon_i^{(n)} \subset \Upsilon_i^{(n+1)} \cup \Upsilon_{i+2^n}^{(n+1)}$. Множество

$$\Lambda = \bigcap_n \bigcup_{i=0}^{2^n-1} \Upsilon_i^{(n)}$$

является аттрактором траектории с областью притяжения $\Omega = \{x | x \in \mathbf{I} \setminus \bigcup_n \mathcal{F}\}$ и имеет структуру канторовского множества [25], замкнутого множества, не содержащего как внутренних, так и изолированных точек. Из-за сокращения $\max |\Upsilon_i^{(n)}| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ в любой ϵ -окрестности $R_0 \in \Upsilon_i^{(n)}$ существует $\hat{R}_0 \in \Upsilon_{i+1}^{(n)}$, что и определяет для итераций функции $\psi^n : \mathbf{I} \mapsto \mathbf{I}$ эффект чувствительной зависимости от точности задания начальной точки.

5. Противоречия свойств моделей

Модель в виде (4) относится к итерациям с единственным бифуркационным параметром. В реальных задачах используют ее расширенные трактовки для учета разнообразных поправок. Итерации менее популярной модели Шепарда $x_{n+1} = ax_n / (1 + (x_n/K)^\beta)$ сложнее. Находим $x^* = K \sqrt[\beta]{a-1}$, и при $\beta < 2$ функция не имеет экстремумов. При $\beta = 2, \max \psi(x) = K$ (3) — унимодальная функция с единственным нетривиальным пересечением с биссектрисой координатного угла (рис. 2), и собственное значение $|\psi_{a,\beta}'(x^*)|$ зависит от двух параметров. При увеличении $\beta > 2$ возникает аналогичный сценарий каскада бифуркаций, реализующийся для класса унимодальных функций с $H_\psi < 0$.

Для итераций (3) появление циклов 2^i и аттрактора Λ происходит при увеличении параметра, трактуемого как степень действия лимитирующих рост популяции факторов. Таким образом, качественное поведение двух дискретных популяционных моделей в рамках теории формирования запасов рыб оказывается взаимоисключающим с точки зрения экологической интерпретации.

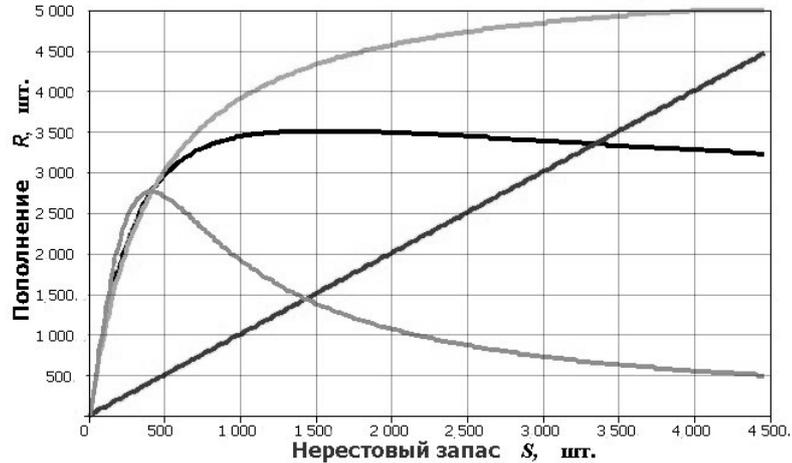


Рис. 2. Параметрическая зависимость свойств по формуле (3)

Противоречия возникают аналогично при попытке расширения базовых дискретных функциональных итераций. Наиболее актуальна в современных условиях задача оценки эффективности искусственного выпуска молоди, для чего дополняются итерации (4). Будем считать, что масштаб выпуска пропорционален доле взятого для рыбоводных нужд нерестового запаса q со средней плодовитостью γ :

$$x_{n+1} = ax_n e^{-bx_n} + Qx_n. \quad (5)$$

Допуская $\gamma = \text{const}$, получаем в итерационной конструкции дополнительный бифуркационный параметр $Q = q\gamma$:

$$x^* = \frac{\ln a / (1 - Q)}{b}, \quad \frac{d\psi(x^*)}{dx} = \left(1 - \ln \frac{a}{(1 - Q)}\right) (1 - Q).$$

В вычислительном эксперименте увеличение выпуска рыб для компенсации изъятия переведет траекторию $\psi_Q^{(n)}(x_0)$ дискретной системы (5) в хаотический режим (рис. 3).

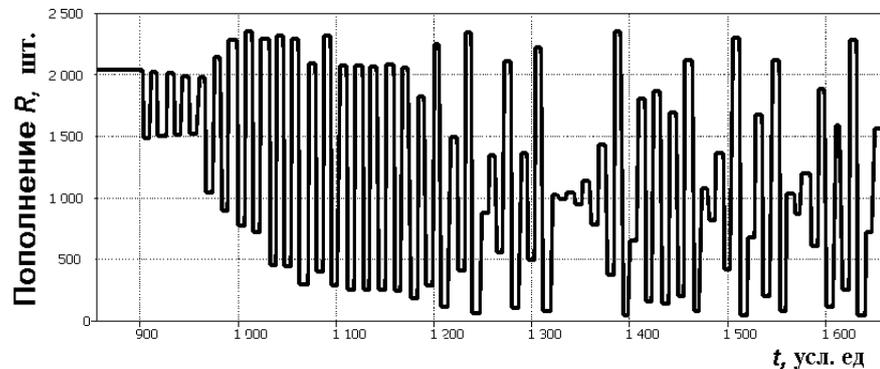


Рис. 3. Хаотизация из-за интродукции рыб по формуле (5)

На временной диаграмме рис. 3 при фиксированном изъятии имитируем ($a = 6,8$) согласно (5) приращение масштабов выпуска молоди севрюги в

1975-1986-х гг., определяющего пополнение R . Рассматривая эффективность влияния искусственного воспроизводства на состояние осетровых Каспийского моря с использованием дополненной итерационной схемы, получим вывод, что искусственный выпуск молоди рыб увеличивает амплитуду нерегулярных колебаний численности всех возрастных групп. Предложить адекватное экологическое объяснение смене режима поведения траектории, как в эксперименте рис. 3, проблематично. Имеющиеся наблюдения за аналогичными случаями не подтверждают стремительного увеличения амплитуды [26].

Трудно интерпретировать и другие нелинейные эффекты дискретных моделей после момента образования канторовского аттрактора Λ . Хаотическое поведение прерывается "окнами периодичности", появляющимися после касательных бифуркаций. Окно захлопывается резко при \bar{a}_{cr} . Для появляющихся неподвижных точек $\psi^n(x^*) = 1$. Тогда наблюдаются циклы $p \neq 2^n$. Самое широкое в диапазоне значений бифуркационного параметра "окно" начинается с периода $p = 3$.

М. Мюсюревичем [28] установлено, что если экстремум x_m функции $f_a(x)$, $H_f < 0$ за конечное число итераций отображается в циклическую точку любого периода, то итерация $x_{n+1} = f_a(x_n)$ имеет хаотический аттрактор, множество значений бифуркационного параметра $\Psi_{\bar{a}} = \cup_p [\bar{a}_{cr}, \hat{a}]_p$, при которых реализуется хаотическое движение, обладает структурой канторовского множества. Интерпретировать нужно не переход к аperiodическому режиму [27] при вариации параметров, а появление нерегулярных всплесков хаотического движения при наличии несчетного числа периодических окон.

Выводы

Разработка математической модели реальной экологической ситуации с оценкой антропогенного влияния начинается с этапа системного анализа, который должен позволить формировать схему функционирования с учетом обратных связей. Структурирование информации в виде знакового орграфа с набором вершин, соответствующих перечню влияющих на продуктивность Каспийского моря и часто упоминаемых специалистами факторов, можно считать опытом применения метода, занимающего промежуточное положение между вербальным и математическим описанием развития процесса. Установленные дугами связи по принципу возрастания/понижения передаваемого сильного/слабого влияния смежных вершин позволяют рассматривать контуры опосредованного действия в тактах запускаемого импульсного процесса.

На этапе построения графа нет необходимости дополнять интуитивно сложившуюся картину принципиально новыми концепциями. Включенные в когнитивный граф факторы и возможные связи между ними должны быть из числа тех, что многократно обсуждались в литературе. Цель анализа графа не оценивать динамику по очевидным взаимосвязям, но выявить те дополнительные факторы, которые ранее были упущены. Желательно, чтобы гипотетические факторы могли быть формализованы далее в вычислительной модели. Для анализируемой ситуации неявным выявленным фактором представляется скорость роста молоди в зависимости от плотности, которая не учитывалась отдельно в известных дискретных моделях формирования популяций рыб.

Формализм когнитивного орграфа можно усовершенствовать из потребностей предметной области с учетом роли пороговых эффектов, например, установлен эффект резкого снижения эффективности воспроизводства волжского осетра [29].

Вероятным усовершенствованием представляется допустимость для модели подсистемы выделения подграфов G_i с функционалом преобразования дуг другой формы. С применением модификаций известных функциональных зависимостей "кривых воспроизводства" оказалось невозможно построить итерационную модель деградации популяций осетровых из-за возникающих качественных метаморфозов поведения траектории при внесении дополнительных параметров. В дискретных динамических системах новый параметр, как например объем искусственного выпуска молоди заданной навески, может включаться в выражение критерия устойчивости аттрактора и вызывать одну из разновидностей бифуркаций.

Литература

- [1] Ходоревская Р.П., Рубан Г.И., Павлов Д.С. Поведение, миграции, распределение и запасы осетровых рыб Волго-Каспийского бассейна. М: Тов-во науч. изд. КМК, 2007. 242 с.
- [2] Магзанова Д.К. Анализ данных по искусственному воспроизводству осетровых рыб // Экологические системы и приборы. 2011. № 12. С. 3–5.
- [3] Пироговский М.И. Влияние уровня моря на динамику численности осетровых в Северном Каспии // Рациональные основы ведения осетрового хозяйства. Волгоград: Волгоградская правда, 1981. С. 197–198.
- [4] Лепилина И.Н., Довгопол Г.Ф., Коноплева И.В. Оценка влияния водности на миграцию осетровых рыб в Каспийском бассейне // Научный потенциал регионов на службу модернизации: межвуз. сб. науч. ст. Астрахань: АИСИ, 2013. № 2. С. 32–39.
- [5] Сапожников В.В. Изменение экосистемы Каспийского моря за последние 70 лет // Рыбное хозяйство. 2007. № 6. С. 39–43.
- [6] Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии. Ижевск, 2003. 183 с.
- [7] Карпинский М.Г. Экология бентоса Среднего и Южного Каспия. М.: Изд. ВНИРО, 2002. 283 с.
- [8] Авдеева З.К., Коврига С.В., Макаренко Д.И., Максимов В.И. Когнитивный подход в управлении // Проблемы управления. 2007. № 3. С. 2–8.
- [9] Кульба В.В., Миронов П.Б., Назаретов В.М. Анализ устойчивости социально-экономических систем с использованием знаковых графов // Автоматика и телемеханика. 1993. № 7. С. 130–137.
- [10] Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука, 1986. 496 с.
- [11] Панин Г.Н., Мамедов Р.М., Митрофанов И.В. Современное состояние Каспийского моря. М.: Наука, 2005. 355 с.
- [12] Perevaryukha Yu.N., Geraskin P.P., Perevaryukha T.Yu. Comparative immunochemical analysis of intraspecies distinctions of serum proteins of starred sturgeon *Acipenser stellatus* (*Acipenseriformes*, *Acipenseridae*) from the Caspian basin // Journal of Ichthyology. 2011. № 5. P. 392–397.
- [13] Лукьяненко В.И., Переварюха Ю.Н. Анализ захода волжской севрюги *Acipenser stellatus* Pallas в реку Урал иммунохимическим методом // Журнал эволюционной биохимии и физиологии. 1985. Т. 21. № 3. С. 308–311.
- [14] Мильштейн В.В. Пути интенсификации осетроводного производства // Материалы к объединенной научной сессии ЦНИОРх и АЗНИИРх. Астрахань, 1971. С. 79–80.
- [15] Мильштейн В.В. Современное состояние и перспективы развития осетрового хозяйства в водоемах СССР: сб. науч. тр. Астрахань, ЦНИОРХ, 1967. Т. 1. С. 1–5.

- [16] Вещев П.В., Новикова А.С. Воспроизводство севрюги *Asipenser stellatus* в нижнем течении Волги // Вопросы ихтиологии. 1987. Т. 27. № 5. С. 801–806.
- [17] Носков А.С. О методике оценки абсолютного запаса рыб по данным траловой съемки: тез. докл. Всесоюзной научной конференции по проблемам промыслового прогнозирования. Мурманск, 1986. С. 76–77.
- [18] Мильштейн В.В. Осетроводство. М.: Пищ. пром-сть, 1982. 150 с.
- [19] Кокоза А.А., Дубов В.Е. О стандарте заводской молоди и путях повышения эффективности искусственного воспроизводства осетровых рыб // Вопросы рыболовства. 2011. Т. 12. № 1. С. 121–126.
- [20] Детлаф Т.А., Гинзбург А.С. Зародышевое развитие осетровых рыб в связи с вопросами их разведения. М.: АН СССР, 1954. 216 с.
- [21] Takahashi F. Reproduction curve with two equilibrium points: A consideration on the fluctuation of insect population // Researches on Population Ecology. 1964. Vol. 6. Iss. 1. P. 28–36.
- [22] Ricker W.E. Stock and Recruitment // Journal of the Fisheries Research Board of Canada. 1954. Vol. 11. № 5. P. 559–623.
- [23] Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Ижевск, 2000. 400 с.
- [24] Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval // SIAM journal of applied math. 1978. Vol. 35. P. 260–268.
- [25] Farmer J., Ott E., Yorke J. The dimension of chaotic attractors // Physica D. 1983. Vol. 7. P. 153–170.
- [26] Михайлов В.В., Тубольцева В.В. К вопросу об идентификации имитационных моделей экологических объектов // Известия вузов. Сер.: Приборостроение. 2006. № 11. С. 20–24.
- [27] Feigenbaum M.J. Universal behavior in nonlinear systems // Physica D. 1983. Vol. 7. № 1–3. P. 16–39.
- [28] Misiurewicz M. Absolutely continuous measures for certain maps of an interval // Publications Mathematiques de I.H.E.S. 1981. Vol. 53. P. 17–51.
- [29] Perevaryukha A.Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish // Numerical Analysis and Applications. 2012. Vol. 5. № 3. P. 254–264.

References

- [1] Khodorevskaya R.P., Ruban G.I., Pavlov D.S. Behavior, migration, distribution and stocks of sturgeons of the Volga-Caspian Basin. M., Tov-vo nauch. izd. KMK, 2007, 242 p. [in Russian]
- [2] Magzanova D.K. Analysis of data on artificial reproduction of sturgeon. *Ekologicheskie sistemy i pribory* [Ecological systems and devices], 2011, no. 12, pp. 3–5 [in Russian].
- [3] Pirogovsky M.I. The impact of sea level rise on the dynamics of sturgeon in the Northern Caspian. *Rational bases of conducting sturgeon farm*. Volgograd, Volgogradskaya pravda, 1981, pp. 197–198 [in Russian].
- [4] Lepilina I.N., Dovgopol G.F., Konopleva I.V. Evaluation of the effect of water availability on the migration of sturgeons in the Caspian basin. *Nauchnyi potentsial regionov na sluzhbu modernizatsii* [Scientific potential of the regions in the service of modernization]. Astrakhan, GAOU AO VPO "AISI", 2013, no. 2, pp. 32–39 [in Russian].
- [5] Sapozhnikov V.V. Changing of ecosystem in the Caspian Sea over the past 70 years. *Rybnoe khoziaistvo* [Fisheries], 2007, no. 6, pp. 39–43 [in Russian].

- [6] Riznichenko G.Yu. Mathematical models in biophysics and ecology. Izhevsk, 2003, 183 p. [in Russian].
- [7] Karpinski M.G. The benthos ecology of the Middle and South Caspian. M., Izd. VNIRO, 2002, 283 p. [in Russian].
- [8] Avdeeva Z.K., Kovriga S.V. Makarenko D.I., Maksimov V.I. Cognitive approach in the control science. *Problemy upravleniia* [Problems of management], 2007, no. 3, pp. 2–8 [in Russian].
- [9] Kulba V.V., Mironov P.B., Nazarethov V.M. Stability analysis of socioeconomic systems with the use of symbolic graphs. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1993, no. 7, pp. 130–137 [in Russian].
- [10] Roberts F.S. Discrete mathematical models with applications to social, biological and environmental problems. M., Nauka, 1986, 496 p. [in Russian].
- [11] Panin G.N., Mamedov R.M., Mitrofanov I.V. The current state of the Caspian Sea. M., Nauka, 2005, 355 p. [in Russian].
- [12] Perevaryukha Yu.N., Geraskin P.P., Perevaryukha T.Yu. Comparative immunochemical analysis of intraspecies distinctions of serum proteins of starred sturgeon *Acipenser stellatus* (*Acipenseriformes*, *Acipenseridae*) from the Caspian basin. *Journal of Ichthyology*, 2011, no. 5, pp. 392–397 [in English].
- [13] Lukyanenko V.I., Perevarukha Yu.N. Analysis of entering of the Volga stellate sturgeon *Acipenser stellatus* Pallas in the Ural River by the immunochemical method. *Zhurnal evoliutsionnoi biokhimii i fiziologii* [Journal of Evolutionary Biochemistry and Physiology], 1985, Vol. 21, no. 3, pp. 308–311 [in Russian].
- [14] Milstein V.V. Ways of intensification of cultivation of sturgeon. *Materials for joint scientific session of TsNIORKh and AZNIORKh*. Astrakhan, 1971, pp. 79–80 [in Russian].
- [15] Milstein V.V. Current state and prospects of development of sturgeon fishery in the waters of the USSR. *Proceedings of TSNIORKh*, 1967, Vol. 1, pp. 5–1 [in Russian].
- [16] Veshchev P.V. Novikova A.P. Reproduction of stellate sturgeon *Acipenser stellatus* in the lower reaches of the Volga. *Voprosy ikhtiologii* [Journal of Ichthyology], 1987, Vol. 27, no. 5, pp. 801–806 [in Russian].
- [17] Noskov A.S. On the method of evaluation of the absolute stock of fish according to the trawl survey. *Tezisy dokladov Vsesoiuznoi nauchnoi konferentsii po problemam promyslovogo prognozirovaniia* [Abstracts of All-Union scientific conference on fishery forecasting]. Murmansk, 1986, pp. 76–77 [in Russian].
- [18] Milstein V.V. Sturgeon culture. M., Pishch. prom-st', 1982, 150 p. [in Russian].
- [19] Kokoza A.A., Ryabov V.E. On the standard of hatchery fish and ways to improve the efficiency of artificial reproduction of sturgeons. *Voprosy rybolovstva* [Problems of fisheries], 2011, Vol. 12, no. 1, pp. 121–126 [in Russian].
- [20] Detlaf T.A., Ginzburg A.S. Embryonic development of sturgeons in relation with questions of their breeding. M., AN SSSR, 1954, 216 p. [in Russian].
- [21] Takahashi F. Reproduction curve with two equilibrium points: A consideration on the fluctuation of insect population. *Researches on Population Ecology*, 1964, Vol. 6, Issue 1, pp. 28–36 [in English].
- [22] Ricker W.E. Stock and Recruitment. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, 1954, Vol. 11, no. 5, pp. 559–623 [in English].
- [23] Arnold V.I. Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations. Izhevsk, 2000, 400 p. [in Russian].
- [24] Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval. *SIAM journal of applied math*, 1978, Vol. 35, pp. 260–268 [in English].

- [25] Farmer J., Ott E., Yorke J. The dimension of chaotic attractors. *Physica D.*, 1983, Vol. 7, pp. 153–170 [in English].
- [26] Mikhailov V.V., Tuboltseva V.V. On the question of identification of simulation models for environmental objects. *Izvestiia vuzov Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering], 2006, no. 11, pp. 20–24 [in Russian].
- [27] Feigenbaum M.J. Universal behavior in nonlinear systems. *Physica D.*, 1983, Vol. 7, no. 1–3, pp. 16–39 [in English].
- [28] Misiurewicz M. Absolutely continuous measures for certain maps of an interval. *Publications Mathematiques de I.H.E.S.*, 1981, Vol. 53, pp. 17–51 [in English].
- [29] Perevaryukha A.Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish. *Numerical Analysis and Applications*, 2012, Vol. 5, no. 3, pp. 254–264 [in English].

*A.Yu. Perevaryukha*³

GRAPH MODEL OF INTERACTION OF ANTHROPOGENIC AND BIOTIC FACTORS FOR THE PRODUCTIVITY OF THE CASPIAN SEA

In this paper the construction of the graph model, structuring multivariate analytical reports on the interaction of natural and anthropogenic factors in the ecosystem, which were presented in the form of a set of related concepts is presented. In the signed directed graph in the computing environment a propagation of pulses from the vertices within the context the study the situation of degradation of sturgeon stocks of the Caspian Sea was analyzed. These species are included in the Red Book since 2010 despite efforts in organizing an artificial breeding of fish. Method of cognitive structurization allowed to reveal hidden feedback loop on the basis of the graph, weakens the reproduction of fish populations and become the cause of overestimation acceptable exploitation of bioresources. An approach of functional iteration for describing the dynamics of population processes with nonlinear function of the efficiency of reproduction was discussed. It is shown that the discrete iteration have contradictory qualitative behavior of the trajectory in terms of biological interpretation of bifurcations. It is proposed to use the predicative redefined computing structure based on the chart of behaviors for the description chain of regime changes of the simulated process. For this type of structural changes is promising to allocate substantial fluctuations of growth rate in the early ontogenesis of fish.

Key words: graph models in ecology, contours of influence, cognitive structuring of factors, unstable population processes, interpretation of nonlinear effects.

Статья поступила в редакцию 13/IV/2015;
The article received 13/IV/2015.

³*Perevaryukha Andrey Yurevich* (madelf@pisem.net), Laboratory of Applied Computer Science, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, 39, 14 liniya, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation.