

УДК 519.171, 573.22

А.Ю. Переварюха¹

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕЛОВА ВОЛЖСКИХ ПОПУЛЯЦИЙ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНОГО ГРАФА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ²

Обсуждается разработка модели динамики формирования запасов смолтифицированной молодь от естественного нереста волжского осетра по ретроспективным данным на основе графовой концептуальной схемы направленной цепи связей. Структуризация многовариантных аналитических заключений о качестве взаимодействия 12 природных и антропогенных факторов в экосистеме Каспийского моря позволили нам от общих идей теории пополнения перейти к описанию специфической ситуации последствий перелова анадромных рыб с продолжительным жизненным циклом. Сокращение вылова произошло достаточно стремительно и не согласовывалось с ожиданиями от восполнения запасов путем искусственного воспроизводства. Выделенный контур распространения импульса когнитивного орграфа, где дугам указывался знак влияния, говорил об опосредованном усилении действия зависящей от плотности смертности. Интересно, зависимость не имела постоянного независимого знака «+» или «-», проявлялась резко на обеих границах диапазона оптимальной численности нерестующих производителей. Вероятно, спад эффективности воспроизводства справа от равновесия ассоциируется с перекрытием миграционных путей и интенсивным изъятием рыб более плодовитой озимой расы. Модель учитывает дополнительное влияние нарастающего отклонения в темпах размерного развития на выживаемость мигрирующей заводской молоди. Система дифференциальных уравнений исследована в итерационной гибридной форме с альтернативными положениями равновесиями траектории, одно из которых служит точкой отсчета для деградации репродуктивной активности. Предложенная дискретно-непрерывная модель воспроизводства при закритическом уровне изъятия показывает тонкий переход грани от затухающих флуктуаций к безвозвратному в исторической перспективе истощению запасов — "путь в Красную книгу".

Ключевые слова: графовые модели в экологии, динамика выживаемости в раннем онтогенезе, влияние скорости роста рыб, нестабильные равновесия и циклы, математическая интерпретация перелова запасов, гибридные системы.

¹© Переварюха А.Ю., 2016

Переварюха Андрей Юрьевич (madelf@pisem.net), лаборатория "Прикладной информатики", Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, 199178, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, 14-линия Васильевского остр., 39.

²Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 15-07-01230 рук. проф. В. Михайлов.

1. Предварительные сведения

В рамках плана междисциплинарного проекта нами проводятся исследования по анализу эффективности мер искусственного восстановления подвергавшихся чрезмерному промысловому изъятию популяций. Далеко не всегда организация интродукции позволяет качественно улучшить благополучие запасов и часто сопровождается завышенными ожиданиями по промысловому возврату при определении уровня эксплуатации. Ситуации, когда повышение смертности на незначительные доли приводит к стремительным последствиям, оказываются сейчас не редкими. На этапе системного анализа был сформирован методом когнитивной структуризации оргграф $G(Y, E, V)$ с множеством параметров вершин V . Каждой вершине y_i ставился в соответствие безразмерный параметр-концепт $v_i \in V$ и функционал преобразования дуг $F(V \times V, E)$ для определения соответствующего дуге знакового веса [1]. Проведен анализ распространения импульсов в вычислительной среде из управляющих вершин (в сценарии рис. 1 из свободного концепта v_6 – масштабы искусственного выпуска) в контексте исследуемой ситуации, приведшей к деградации запасов осетровых Каспийского моря.

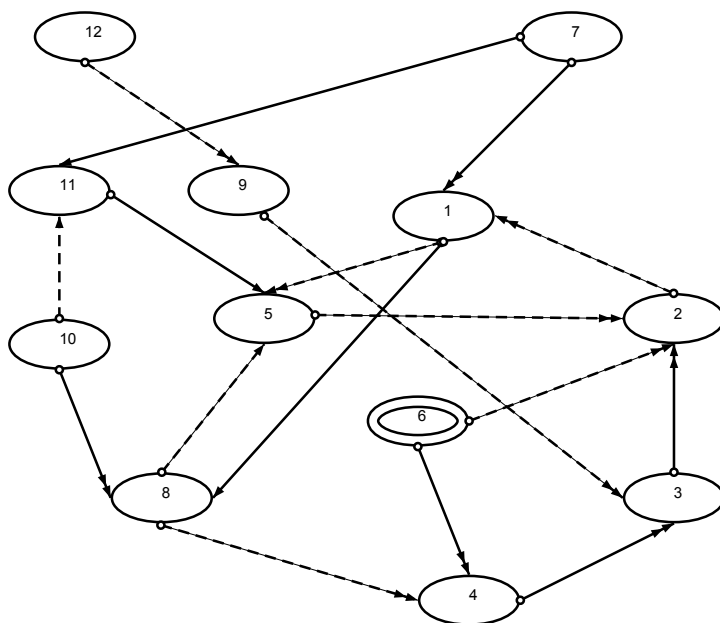


Рис. 1. Оргграф направления влияния «+»/«-» факторов

Интересными для гипотез оказались контуры оргграфа, имеющие общую зависимую вершину, которые мы назвали конкурирующими. Выявлены несинхронности пульсаций значений v_4 (фактор обилия скатывающейся в руслах молоди) и v_2 (состояние половозрелой части), входящих в конкурирующие контуры оргграфа. Ситуация с осетровыми рыбами особенна тем, что их "нерестовый запас"³ S составляет сравнительно небольшую долю от общей численности \bar{N} [2]. Сформирована гипотеза, что присутствует завуалированный фактор, который должен влиять

³Составляют особи с гонадами III, IV стадий зрелости.

на скорость убыли численности поколения — нелинейный характер темпа роста молодежи, обостряющийся при массовом выпуске партий заводской молодежи.

Сопоставление конкурирующих цепочек влияния бывает полезно на заключительном этапе экологического осмысления результатов многих вычислительных экспериментов. Организация передачи импульсов между вершинами по дугам оргграфа $G(Y, E, V)$ не предполагалась нами как исчерпывающе достаточный аппарат моделирования природных процессов. Перейдем к обоснованной разработке модели формирования поколений анадромных рыб с непосредственными популяционными характеристиками в нелинейных дифференциальных уравнениях. Для анализа стратегии эксплуатации рассмотрим динамику полученной дискретно-непрерывной функциональной итерации под антропогенным воздействием на основе формализации эффективности воспроизводства в различных состояниях нерестового запаса осетровых рыб.

2. Анализ ретроспективных колебаний уловов

В первые годы XX века уловы осетровых Каспийского моря достигли своего исторического максимума. Тот этап интенсификации морского промысла можно считать первым переломом, так как к 1915 г. уловы пошли в фазу снижения [3] с 40 тыс. т. до 27 тыс. т. Для восстановления бывшего рыбного обилия, столь восхищавшего Александра Дюма в 1858 г., не хватило того отрезка времени, на который пришлось вынужденное ослабление промыслового изъятия вследствие разрухи двух больших войн. Первой необратимое истощение испытала южная севрюга реки Кура. Далее динамика промышленного вылова всех трех видов развивалась следующим образом до принятия решения о его прекращении прикаспийскими странами (рис. 2.)

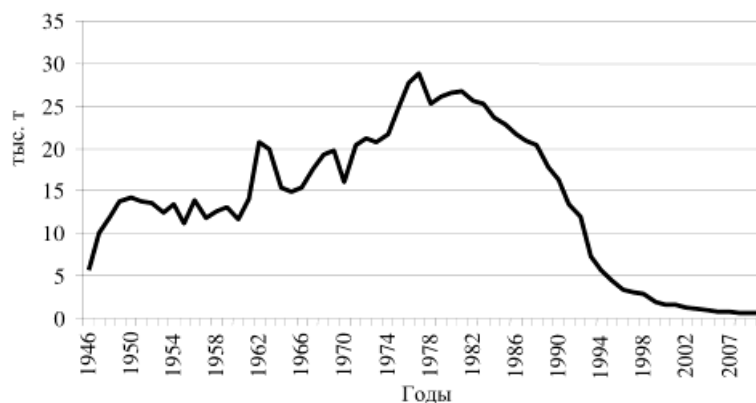


Рис. 2. Динамика суммарных уловов осетровых Каспия

В 1977–1978 гг. (18 лет после сооружения Волжской ГЭС) промыслу удалось достичь локального максимума, когда маловодье облегчало работу невода. Далее объемы уловов медленно снижались, что не вызывало опасений у определяющих уровень изъятия специалистов. Преобладал оптимизм промысловых прогнозов на фоне многоводных лет, трансгрессии уровня моря, и в середине 1980 гг. были достигнуты значительные показатели по выпуску заводской молодежи рыб. Изначально заложенный в планах 1970-х гг. коэффициент промыслового возврата за-

водской молодежи в размере 3 % оказался завышенным ожиданием. В 1989 г. определялись для осетра 1,2 %, севрюги 1 %, белуги 0,1 %. В 1998 г. для осетра 0,7 % , севрюги 0,83 %, белуги 0,07 % [4]. Декады обмеления, засухи и неурожая случались на Волге ранее регулярно, о чем свидетельствуют речные пейзажи Михаила Клодта 1879–1981 гг., но промысел они не подрывали. Некоторые заявления о том, что нелегальный вылов превосходил на порядок официальные уловы и уничтожил запасы, относятся к сценарию "теории заговора". При таких объемах вылова нелегалам необходимо осуществлять рыбоперерабатывающие работы в промышленных масштабах, заготовку и специальную транспортировку многих тонн уловов под боком у всех надзорных ведомств.

С 1989–1990 г. произошел резкий и очевидный спад промысла, что не привело к пересмотру применявшихся методик расчета общей численности и определения допустимого уровня изъятия. В расчетах не заложены представления о минимально необходимом репродуктивном резерве. Допустимые уловы определяются и на 2016 г. даже для критически истощенной белуги⁴, не встречавшейся в 2014 г. в неводных уловах. Общая численность подсчитывалась путем экстраполяции результатов траловых обловов с отдельных квадратов, и на эти данные опираться трудно [5], они не объясняют причины внезапного сокращения захода рыб на нерест. После стремительного падения последовала декада монотонного истощения, что объясняется сложной структурой разнообразия осетровых. У этих архаичных рыб подкласса *Chondrostei* выделяют репродуктивные сезонные расы и локальные обособленные группы, которые не просто быстро выловить, не меняя сроков путины. Фактором репродуктивной изоляции, по-видимому, служит оптимальная температура нереста.

Динамика суммарных уловов отлична в нескольких моментах от данных, разделенных по отдельным видам, наиболее сходна с доминировавшим по объемам запасов волжским осетром. Персидский *Acipenser persicus* статистикой отдельно не выделялся. Уловы белуги *Huso huso* монотонно убывали на всем протяжении имеющихся сведений без резких перепадов, что говорит о близости к дробно-линейному характеру у кривой воспроизводства ее запасов после перелова рубежа XX века. Запасы других видов приближались к деградации осциллирующей траекторией. Явный пороговый характер процесса подразумевает нелинейность в действии факторов, определяющих эффективность воспроизводства осетровых, которые, вероятно, появились вследствие отсечения верхних нерестилищ и не были эволюционно предопределены. Осетр нерестился от Самарской Луки, но белуга поднималась до Камы и Оки. Эволюционно сложившаяся репродуктивная стратегия осетровых рыб позволяла поддерживать высокую биомассу рыб при относительно небольшой кормовой биомассе донной фауны Северного Каспия [6].

3. Трехфакторная модель воспроизводства

Связь состояния группы половозрелых особей с эффективностью размножения — одна из важных составляющих при комплексном исследовании различных биосистем [7]. Смертность в раннем онтогенезе у рыб очень велика. Даже небольшие колебания относительной убыли влияют на темпы восполнения промысловой убыли осетровых, которые в возрасте начала созревания уже не имеют естественных врагов.

⁴Биологически допустимый лимит вылова белуги указан 7 т при оценке запаса 65 т, ОДУ 4,41 т.

В предшествующей работе нами обсуждались особенности аппарата функциональных итераций, часто применяемых для описания динамики развития популяционного процесса с нелинейной функцией эффективности воспроизводства $R = f(S)$. Обосновано, почему желательно избегать перехода к хаотическому режиму через бесконечный каскад бифуркаций периодов 2^i , и какие критерии необходимы для такой функции [8]. Показано, что дискретные итерации с управляющим \mathbf{a} параметром $R_{n+1} = f(R_n; \mathbf{a})$ моделей Шепарда и/или Рикера обладают противоречивым качественным поведением траектории с точки зрения биологической интерпретации происходящих бифуркаций. Предлагается использовать дискретно-непрерывную вычислительную структуру для описания изменений режимов развития моделируемого процесса, к которым перспективно отнести существенные колебания скорости роста в раннем онтогенезе рыб. В дальнейшем возможно в сценарном анализе реализовать предикативно переопределяемую событийную структуру модели на основе карты поведений. Неожидан вывод о том, что расширение популяционной модели по перечню включаемых факторов вовсе не обязательно влечет усложнение в поведении траектории полученной динамической системы.

Согласно полученным из графовой структуры выводам, в новой модели выполнения запасов целесообразно учесть взаимодействие трех факторов:

- I. Регуляцию квадратично зависимой от плотности убыли текущей численности $N(T)$ на ранних стадиях развития рыб как фактора лимитированных ресурсов.
- II. Описание влияния на выживаемость скорости размерного развития как фактора нестабильности действия ювенальной смертности на интервале уязвимости $< 0t < T$, зависящей от квадрата численности.
- III. Резкое усиление действия линейной смертности в ограниченных интервалах состояния нерестового запаса, атрибутированное к нулевой стадии оплодотворения икры.

4. Модель с замедлением размерного развития

Как подчеркивалось в [1], специалистами продолжает дискутироваться вопрос стандартной навески выпускаемой молодежи. В реальности выпускаемая из прудов молодежь характеризовалась значительной вариабельностью. Необходимость учета размерного развития при формировании пополнения диктуется результатами исследований выживаемости опытных партий заводской молодежи, выпускаемой в створ реки [9]. Материалы контрольных тралений на расположенных ниже по течению участках створа показали лучший процент выживания молодежи из большей размерной группы. В нижней части нерестовой трассы всегда преобладают мальки массой больше средней из партии выпуска. Эти аспекты служат аргументом для увеличения стандарта навески до 6 г.

Моделей роста организмов известно несколько, однако они не специфичны для условий раннего онтогенеза рыб. Нам более необходимо, чем непосредственно весовые характеристики, описание в уравнении убыли поколений взаимовлияния: условная скорость прироста $w'(t) \iff \hat{N}(t)$, средняя плотность скопления особей, в локальном случае соотнесенная с численностью. Вопрос о влиянии кучности посадки на прирост молодежи оказался не однозначен по имеющимся литературным

данным. В первом приближении давление оценивалось нами как обратная дробно-степенная связь: $w(t) \sim N^{-k}(t)$, $0.5 < k < 1$. Различные эксперименты говорят о непропорциональной и более того о немонотонной связи распределения навески с плотностью посадки молоди. Результаты Г. Рябовой о сдвиге влево максимума весового распределения молоди при разреженной плотности казались нелогичны, но могут объясняться из коллективных поведенческих реакций. Мы можем математически согласовать их с альтернативными данными, например в [11], показавшими, что при снижении плотности посадки при высоком уровне выживаемости молодь осетровых имеет минимальные коэффициенты вариации массы. Для нарушения симметрии плотностно-размерного взаимодействия воспользуемся сложной зависимостью с двумя экстремумами $v(N)$ для давления численности молоди в водоеме на темпы ее развития (рис. 3), $v(0) = 0$. Минимум будет соответствовать оптимальным значениям скопления молоди.

$$v(N) = \frac{N}{z \exp(-bN(Pe^{-\rho N} + 1))}. \quad (4.1)$$

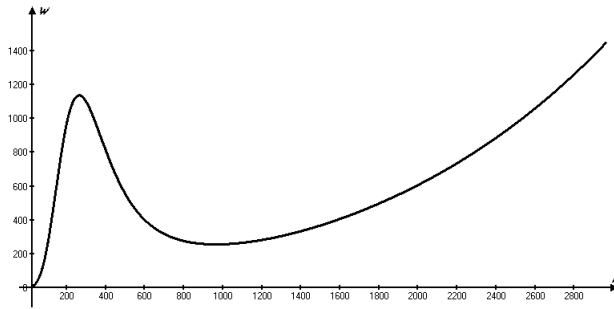


Рис. 3. Функция плотностного давления на скорость роста $v(N)$, $P > z$, $\rho > b$

Упрощенно можно принять $w(t) \sim G/v(N)$, и давление фактора плотности на темпы роста будет усиливаться ограниченно слева и неограниченно справа от пологого минимума $v(N_{min})$, который в реальности будет варьироваться от других условий выращивания. Известно, «прореживания» популяций не приносят желаемого результата увеличения биомассы за счет высвобождения кормовой базы. Увеличение рациона молоди сверх достаточного объема не влияет на скорость роста [15], потому использование константы ресурсов G не является желательным способом, и мы предложим другой подход.

Описание с представлением об оптимуме развития представляется наилучшим решением. Константный оптимум w_o достаточно условен ввиду выше отмеченных споров специалистов о стандарте навески заводской молоди [14] и относительно, так, при совместном выращивании молодь исходно тугорослого сибирского осетра *Acipenser baerii* растет быстрее волжского. Известная зависимость связи роста от времени в форме, которая обычно используется в ихтиологии: $W_t = W_\infty (1 - \exp(-kt - x))^3$, где указывается предельный вес организма W_∞ , не подходит нашим задачам. Исходное феноменологическое уравнение фон Бергаланфи [12], результирующее действие анаболизма и катаболизма:

$$\frac{dW}{dt} = \eta \sqrt[3]{W(t)\zeta} - kW(t)^\sigma, W(0) = W_0. \quad (4.2)$$

Решение (4.2) для частного случая, если вклад катаболизма линеен $\sigma = 1$, а анаболизма для рыб, как считают многие авторы [13], соответствует показателю степени $\zeta = 2$, записывается:

$$W_t = \left(\eta/k \vee (\eta/k - W_0^{1/3}) \exp(-kt/3) \right)^3.$$

Ряд исследователей полагали, что описание роста на протяжении всего жизненного цикла рыб одной зависимостью не всегда возможно [15]. Потому мы можем принять, что для мальковой стадии активного питания показатель σ отличается от единичного уровня до $5/4$ при $\zeta = 2\frac{1}{4}$. Развитие в раннем онтогенезе осетровых носит стадийный характер, и стадии сменяются быстро. Задержка в прохождении формирования организма влечет ухудшение его конкурентоспособности, что могло сказываться при массовом одномоментном выпуске. Положим, действие на жизнестойкость поколения оказывает отклонение, которое получается в результате включения масштабированного давления плотности (4.1) в расширенное уравнение:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\eta}{\xi v(N(t))} \sqrt[3]{w(t)\zeta} - kw(t)^\sigma, w(0) = w_0 \quad (4.3)$$

и расчета из традиционного уравнения фон Бергаланфи (4.2), не включающего внешние факторы. Модель (4.3) при $v(0)$ неопределенна. Опишем убыль численности поколения $N(t)$ от исходной $N(0)$ до итогового промыслового пополнения $R = N(T)$ на интервале модельного времени $t \in [0, T]$ уравнением:

$$\frac{dN}{dt} = -(\alpha \Delta N(t) + \Psi(S)\beta) N(t), \quad (4.4)$$

где α — коэффициент компенсационной смертности, связанный со скученностью; β — коэффициент, не связанный с плотностью смертности; Начальные условия: $N(0) = \lambda S, w(0) = W(0) = w_0$, λ — усредненная плодовитость нерестового запаса S ; $t \in [0, T], R = N(T)$ — интервал уязвимости действия квадратичного типа $\alpha N^2(t)$ типа убыли. В уравнение убыли численности (4.4) включен показатель масштабированного относительного отклонения $\Delta_t = 10^{-2} * W_t/w_t$ размерного развития. Объединенные в систему дифференциальные уравнения (4.2)–(4.4) опишут в вычислительной среде динамику убыли при ограниченном влиянии функционала Ψ . В физике нередко дополняют уравнения подобными членами, когда необходимо подобрать модель под специальные условия, как например, функционал «сомбреро» в модели поля Хиггса, создающий окружность необходимых минимальных ненулевых потенциалов.

5. Эффект минимума репродуктивной активности

После предложенного вычислительного расчета действия факторов в темпах убыли поколения необходимо учесть эффект резкого сжатия масштабов воспроизводства по отношению к запасу. Эффект часто следует для популяций крупных рыб вслед за систематическим их переловом и не поддается заблаговременному прогнозированию. Бывает так, что численность пропущенных на нерест производителей сокращается в два раза, но интенсивность ската молоди падает уже в 2,5–3 раза [16]. Можно было бы переопределить модельную зависимость как кусочно-гладкую функцию на отдельных двух (или трех) интервалах, предикативно указав критические значения устраняемого разрыва. Искусственное квантование репродуктивного потенциала вряд ли получит экологическую интерпретацию, более того, не соответствует нашей концепции развития модели из анализа

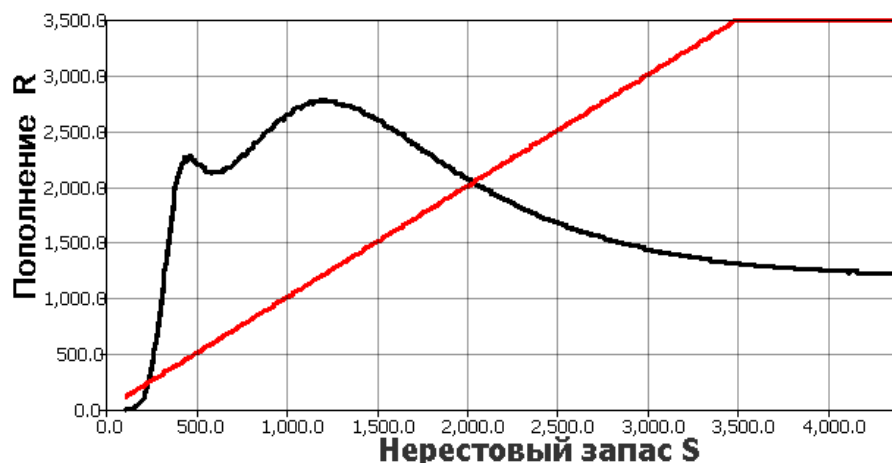


Рис. 4. Модельная зависимость с пороговым эффектом

экологических взаимосвязей. Наше объяснение эффекта лежит в тактике группы мигрирующих особей, когда для успешного размножения поддерживается некоторая необременяющая плотность рыб, не влияющая на пищевую конкуренцию, так как рыбы находятся на эндогенном питании. При недостаточной плотности снижается вероятность своевременного образования нерестовых пар. Происходит элиминация неоплодотворенной икры, которая ухудшает условия на нерестилищах, являясь питательной средой размножения вредных микроорганизмов.

Воспользуемся техникой реализации триггерного функционала в вычислительной модели. В нашей задаче функционал будет регулировать действие линейной составляющей β в скорости убыли поколения от исходного объема накопленной икры. Правую часть уравнения (4.4) дополним функцией $\Psi(S)$, непосредственно зависящей от состояния запаса. В итерационной форме она становится функционалом зависимости текущих расчетов $N(T_{n+1})$ от предшествующего состояния $\Psi[N(T_n)]$. Ограниченная Ψ с областью значений $E(\Psi(S)) = [2, 1]$ быстро стремится к единице:

$$\Psi(S) = 1 + \exp(-\kappa S^2), \lim_{S \rightarrow \infty} \Psi(S) = 1, \quad (5.5)$$

где параметр κ определяет выраженность эффекта сплоченной группы. Чем больше κ , тем уже диапазон проявления эффекта, используется $\kappa < 1$. Если действие эффекта протяженное, то имеет смысл использовать вогнутую форму замедленного убывания эффекта агрегированной группы: $\Psi(S) = 1 + \exp(-\kappa\sqrt{S}), \kappa \leq 0.5$. Возможен неограниченный сверху вариант функционала: $\Theta(S) = 1/(1 - \exp(-\kappa S))$, но для других экологических ситуаций. В рассматриваемой ситуации описываемый функционалом (5.5) эффект не должен проявляться при исторически оптимальной для промысловой популяции численности запаса.

В вычислительной среде получим при численном решении задачи Коши для (4.4) с учетом всех вспомогательных уравнений трехфакторную результирующую зависимость пополнения R запаса S (рис. 4). Она определит форму кривой воспроизводства с незначительным локальным минимумом, сглаженным куполом и уменьшающимся наклоном ниспадающей правой ветви.

Полученная зависимость с ненулевой горизонтальной асимптотой имеет две нетривиальные точки пересечения с биссектрисой координатного угла $R^* = f(R^*)$

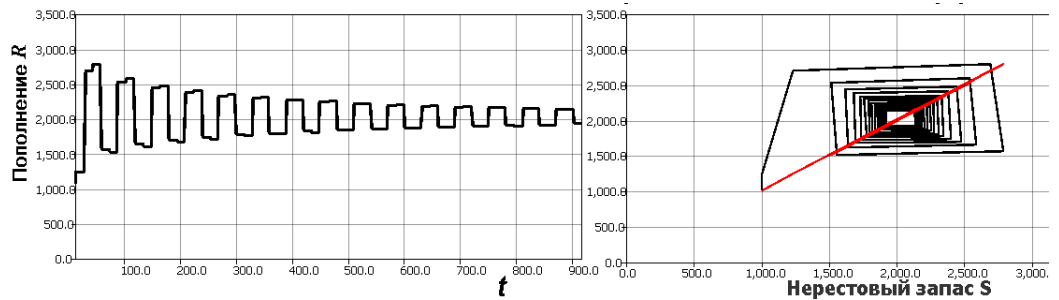


Рис. 5. Затухающие осцилляции итераций $R_{n+1} = f(R_n)$

(геометрическим местом стационарных точек), удаленные от экстремумов. Незначительный минимум позволяет уйти от критериев теоремы Синжера реализации бесконечного каскада бифуркаций удвоения периода цикла. Знакопостоянство и условие $H_\psi < 0$ для дифференциального инварианта Шварца:

$$H_\psi = \frac{\psi'''(x)}{\psi'(x)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\psi''(x)}{\psi'(x)} \right)^2$$

нарушается при наличии нескольких экстремумов. Вместо аттрактора в виде канторовского множества и сопутствующего ему хаотического движения траектории в итерациях неунимодальных функций могут возникать одновременно сосуществующие притягивающие циклы. В работах по дискретному моделированию популяционной динамики использовалось свойство хаотизации по Фейгенбауму [18]. Однако интерпретировать нужно не просто переход к аperiodическому режиму при некоторой вариации параметров, но появление нерегулярных всплесков хаотического движения при наличии несчетного числа периодических окон.

Мы можем анализировать последовательность непрерывных систем, связанных в момент переопределения начальных условий $N_{n+1}(0) = N_n(n)$ на множестве пронумерованных временных отрезков $\tau \in \{[0, T]_n\}$. Фазовое пространство дискретно-непрерывной итерации разделяется на две области притяжения: Ξ_1 меньшая и Ξ_2 большая. Границей между ними является неустойчивая «репеллерная» точка R_1^* первого пересечения кривой с биссектрисой координатного угла. Эта особая точка отражает предельную допустимую для выживания популяции L численность нерестового стада. В экологическом смысле у Ξ_1 аттрактора не существует и в начале координат модельная зависимость неопределенна, и при $R_i \dots R_{i+n} \ll R_1^*$ расчет траектории инструментальной средой прекращается.

Для дискретной составляющей траектории гибридной системы в области $R_0 \in \Xi_2$ мы наблюдаем медленно релаксирующие осцилляции (рис. 5, временная диаграмма, справа диаграмма Ламерея), что говорит об околочитическом значении критерия устойчивости стационарной точки R_2^* и возможности для возмущенной системы переходить в режим циклических флуктуаций. Анализ устойчивости неподвижных точек динамической системы в вычислительной среде можно проводить при определении свойств графика функциональной композиции $\psi(\psi(x))$. Условием устойчивости неподвижной точки x^* отображения прямой в себя является выполнение неравенств для дважды вычисленной $\psi(\psi(x)) > x$ при $x < x^*$ и $\psi(\psi(x)) < x$ при $x > x^*$. Возможность хаотизации можно проверить путем поиска цикла $p = 3$. Согласно теореме Ли-Йорка, период 3 подтверждает существование континуума непериодических траекторий.

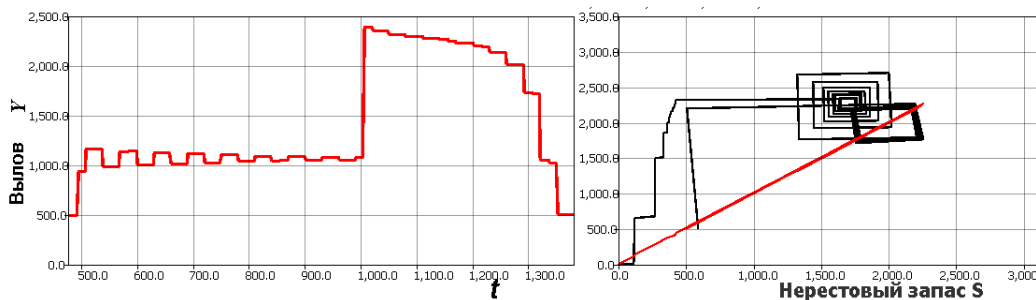


Рис. 6. Сценарий перелова при $H = 0.82$

6. Сценарий критического перелова

Рассмотрим динамическую систему с учетом воздействия промысла. Изъятие сместит колеблющееся состояние влево по кривой. Рассмотрим сценарий, когда после длительного периода получения стабильных уловов возникает предложение, что учетный запас популяции S_{st} недоиспользуется промыслом. По такому мотивам было принято решение перенести давление на озимые расы осетровых. Пусть разрешенная ранее доля изъятия H_0 в момент \bar{t} увеличивается $H = H_0 + \delta H$. В дискретно-непрерывной управляемой системе начальные условия на концах непрерывных интервалов будут сопрягаться:

$$N_{n+1} |_{t=0} = (1 - H)\lambda N_n |_{t=T} \quad (6.6)$$

Закритическим промысловым изъятием будем считать такое, которое за конечное число итераций j с учетом (6.6) приводит состояние запаса к порогу $f(N_j(T)) < (L - \epsilon)$ в область $N_{j+1}(T) \in \Xi_1$. Особенность популяции с полученной кривой воспроизводства — способность выдерживать значительный процент изъятия, даже продолжительное время выдерживать уже закритическое промысловое давление. Но при существующих методиках регулирования промысла такие жизнестойкие свойства оказываются губительными. Для промысловой популяции $H_0 = 0.3$ на диаграмме Ламерея образуется второй прямоугольник сходящегося целиком выше биссектрисы цикла $\hat{p} = 2$. В сценарии рис. 6 (временная диаграмма $Y = HR_n$, справа «лестница Ламерея») уловы после максимизации, которая для наглядности показана моментальной, убывают незначительными темпами.

У определяющих режим промысла не возникает поводов для опасений до тех пор, пока уловы в один сезон не сократятся резко на треть. Оказывается, что популяция, выдерживавшая долю изъятия 0.81 при $H = 0.82$, вдруг испытывает резкое сокращение эффективности воспроизводства. Если не будет на следующий сезон предусмотрено $H = 0$, то перелов переходит в необратимое истощение. Подобное явление из применяющихся обычно в ихтиологии корреляционных и регрессионных зависимостей предсказать невозможно. Для волжской севрюги в отдельные маловодные годы реальное изъятие оценивалось до 0.89, что устанавливалось уже постфактум (методика его определения не публиковалась).

Выводы

В ходе последовательной разработки новой модели репродуктивной активности на основе предварительной графовой структуризации нами решены следующие задачи:

- I. Преодолены два недостатка, присущих итерациям универсальной модели пополнения Шепарда $R_{n+1} = aR_n / (1 + (R_n/K)^\beta)$ [19]. Получены уравнения для куполообразной зависимости кривой воспроизводства $f(S)$ с ненулевой асимптотой, которая не приводит к образованию бесконечного количества неустойчивых периодических траекторий.
- II. Расширен набор биологических концепций, формализуемых классом моделей теории формирования пополнения за счет зависимо от плотности отклонения размерного развития.
- III. Реализована в вычислительной среде и исследована нелинейная динамика дискретно-непрерывных итераций $\{\psi^n(R_0; H)\}_{n \in \mathbb{Z}}$, $R_n = N(T_n)$, $t \in \{[0, T]\}_n$ под воздействием изъятия H .
- IV. Рассмотрен сценарий перелова запасов осетровых с качественно новыми свойствами фазового пространства $\Xi_1 \cup \Xi_2$, включающими минимально допустимую величину нерестовой части для самовосстановления популяции.

Интересно, что негладкие особенности кривых воспроизводства у некоторых морфологически близких видов рыб, очевидно, различаются, потому мы рассматриваем наиболее общую форму зависимости пополнения R от состояния запаса S с одним выраженным экстремумом как базовую и пригодную для модификаций. Для задачи формализации стадийного развития организмов необходим особый подход к расчетам с предикативно переопределяемой структурой уравнений. Подобное развитие можно считать переходом от непрерывно-дискретной к непрерывно-событийной модели с таймированными и условными переходами, где предикаты определены на множестве вспомогательных переменных системы уравнений.

Методы дискретной математики и алгоритмы комбинаторики в популяционной проблематике несколько недооценивались. Структурирование информации в виде знакового орграфа с набором вершин, соответствующих перечню влияющих на продуктивность Каспийского моря факторов, ограничивает перечень значимых для моделирования гипотез. Так, мы не нашли аргументов в пользу высказывавшейся гипотезы о последствиях перепроизводства заводской молоди, которое, возможно, привело к истощению ее кормовой базы [20]. Более обоснованно предположение, что существует предел процентного приращения численности нерестового запаса, который можно получить из гипотезы о неограниченном возрастании объемов выпуска. Описаны особенности режима перелова для популяции, которая в историческом времени может выдерживать значительную долю изъятия $H > 0.8$, но деградация развивается неожиданно. Для предосторожного ведения промысла как минимум необходимо рассчитывать будущие уловы по доле изъятия не от общего учетного запаса, а от превышающего необходимый репродуктивный резерв: $Y = H \times (S_{st} - L)$. В практике известны примеры, когда за счет гибкой системы регулирования промысла в Канаде удавалось предотвращать неблагоприятные события до грани необратимого истощения. Сохранение осетровых видов в новых

условиях будет связано с формированием локальных группировок, исключаящих из эволюционного тренда присущие им ранее длительные миграции.

Литература

- [1] Переварюха А.Ю. Графовая модель взаимодействия антропогенных и биотических факторов в продуктивности Каспийского моря // Вестник Самарского государственного университета. 2015. № 10. С. 181–198.
- [2] Коноплева И.В., Иванова Л.А. Современное состояние запасов и структура популяции русского осетра *Acipenser guldenstadtii* Brandt, 1833 в Волго-Каспийском районе // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер.: Рыбное хозяйство. 2013. № 3. С. 31–38.
- [3] Лепилина И.Н., Васильева Т.В., Абдусаматов А.С. Состояние запасов каспийских осетровых в многолетнем аспекте // Юг России: экология, развитие. 2010. № 3. С. 57–65.
- [4] Ходоревская Р.П., Рубан Г.И., Павлов Д.С. Поведение, миграции, распределение и запасы осетровых рыб Волго-Каспийского бассейна. М: Тов-во науч. изд. КМК, 2007. 242 с.
- [5] Носков А.С. О методике оценки абсолютного запаса рыб по данным траловой съемки: тезисы докладов Всесоюзной научной конференции по проблемам промыслового прогнозирования. Мурманск, 1986. С. 76–77.
- [6] Карпинский М.Г. Экология бентоса Среднего и Южного Каспия. М.: Изд-во ВНИРО, 2002. 283 с.
- [7] Takahashi F. Reproduction curve with two equilibrium points: A consideration on the fluctuation of insect population // Researches on Population Ecology. 1964. V. 6. Iss. 1. P. 28–36.
- [8] Perevaryukha A.Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish // Numerical Analysis and Applications. 2012. V. 5. № 3. P. 254–264.
- [9] Левин А.В. Экология и поведение молоди осетровых рыб в Волго-Каспийском регионе. Астрахань: КаспНИРХ, 2006. 228 с.
- [10] Variation in morphometric and genetic characteristics of stellate sturgeon juveniles raised at different densities / G.D. Ryabova [et al.] // Russian Journal Genetics. 2006. № 2. P. 182–191.
- [11] Некрасова С.О., Яковлева А.П., Львов Л.Ф. Повышение рыбоводно-биологических показателей выращивания молоди севрюги // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2006. № 6. С. 245–253.
- [12] Bertalanffy L. von Quantitative laws in metabolism and growth // The Quarterly Review Of Biology. 1957. V. 32. № 3. P. 217–231.
- [13] Shi P.-J. On the 3/4-exponent von Bertalanffy equation for ontogenetic growth // Ecological Modelling. 2014. V. 76. P. 23–28
- [14] Козоза А.А., Дубов В.Е. О стандарте заводской молоди и путях повышения эффективности искусственного воспроизводства осетровых рыб // Вопросы рыболовства. 2011. Т. 12. № 1. С. 121–126.
- [15] Гершанович А.Д. Экология и физиология молоди осетровых. М.: Агропромиздат, 1987. 215 с.
- [16] Veshchev P.V., Guteneva G.I., Mukhanova R.S. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions // Russian Journal of Ecology. 2012. № 2. P. 142–147.

- [17] Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval // SIAM journal of applied math. 1978. V. 35. P. 260–268.
- [18] Feigenbaum M.J. Universal behavior in nonlinear systems // Physica D. 1983. V. 7. № 1–3. P. 16–39.
- [19] Shepherd J.G. A versatile new stock–recruitment relationship for fisheries and construction of sustainable yield curves // ICES Journal of Marine Science. 1982. V. 40. № 1. P. 67–75.
- [20] Алтухов Ю.П., Евсюков А.В. Перепроизводство молоди рыболовными заводами как причина деградации волжского стада русского осетра // Доклады РАН. 2001. Т. 380. С. 273–275.

References

- [1] Perevaryukha A.Yu. Grafovaia model' vzaimodeistviia antropogennykh i bioticheskikh faktorov v produktivnosti Kaspiiskogo moria [Graph model of interaction of anthropogenic and biotic factors for the productivity of the Caspian sea]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2015, no. 10, pp. 181–198 [in Russian].
- [2] Konopleva I.V., Ivanova L.A. Sovremennoe sostoianie zapasov i struktura populiatsii russkogo osetra *Acipenser guldenstadtii* Brandt, 1833 v Volgo–Kaspiiskom raione [The current state of stocks and the structure of the population of Russian sturgeon *Acipenser guldenstadtii* Brandt, 1833 in the Volga-Caspian Region]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Rybnoe khoziaistvo* [Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Fishing Industry], 2013, no. 3, pp. 31–38 [in Russian].
- [3] Lepilina I.N., Vasilyev T.V., Abdusamadov A.S. Sostoianie zapasov kaspiiskikh osetrovnykh v mnogoletnem aspekte [State of Caspian sturgeon stocks in the long-term aspect]. *Iug Rossii: ekologiya, razvitie* [South of Russia: ecology, development], 2010, no. 3, pp. 57–65 [in Russian].
- [4] Khodorevskaya R.P., Ruban G.I., Pavlov D.S. Povedenie, migratsii, raspredelenie i zapasy osetrovnykh ryb Volgo–Kaspiiskogo basseina [Behavior, migration, distribution and stocks of sturgeon of the Volga-Caspian Basin]. M., Tov-vo nauch. izd. KMK, 2007, 242 p. [in Russian].
- [5] Noskov A.S. O metodike otsenki absoliutnogo zapasa ryb po dannym tralovoi s'emki [On the method of evaluation of the absolute stock of fish according to the trawl survey]. *Tezisy dokladov Vsesoiuznoi nauchnoi konferentsii po problemam promyslovogo prognozirovaniia* [Abstracts of All-Union Scientific Conference on Fishery Forecasting]. Murmansk, 1986, pp. 76–77 [in Russian].
- [6] Karpinski M.G. Ekologiya bentosa Srednego i Iuzhnogo Kaspiia [Benthos ecology of the Middle and South Caspian]. M., Izd-vo VNIRO, 2002, 283 p. [in Russian].
- [7] Takahashi F. Reproduction curve with two equilibrium points: A consideration on the fluctuation of insect population. *Researches on Population Ecology*, 1964, Vol. 6, Iss. 1, pp. 28–36 [in English].
- [8] Perevaryukha A.Yu. Cyclic and unstable chaotic dynamics in models of two populations of sturgeon fish. *Numerical Analysis and Applications*, 2012, Vol. 5, no. 3, pp. 254–264 [in English].
- [9] Levin A.V. Ekologiya i povedenie molodi osetrovnykh ryb v Volgo-Kaspiiskom regione [Ecology and behavior of juvenile sturgeon in the Volga-Caspian Region]. Astrakhan: KaspNIRKh, 2006, 228 p. [in Russian].

- [10] Ryabova G.D., Afanas'ev K.I., Moskaleichik F.F., Rubtsova G.A., Klimonov V.O., Vyshkvartsev D.I. Variation in morphometric and genetic characteristics of stellate sturgeon juveniles raised at different densities. *Russian Journal Genetics*, 2006, Vol. 42, no. 2, pp. 182–191 [in English].
- [11] Nekrasova S.O., Jakovleva A.P., L'vov L.F. Povyshenie rybovodno-biologicheskikh pokazatelei vyrashchivaniia molodi sevriugi [Increasing fish breeding and biological indicators of growing stellate sturgeon juveniles]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Rybnoe khoziaistvo* [Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Fishing Industry], 2006, no 6, pp. 245–253 [in Russian].
- [12] von Bertalanffy L. Quantitative laws in metabolism and growth. *The Quarterly Review Of Biology*, 1957, Vol. 32, no. 3, pp. 217–231 [in English].
- [13] Shi P.-J. On the 3/4-exponent von Bertalanffy equation for ontogenetic growth. *Ecological Modelling*, 2014, Vol. 76, pp. 23–28 [in English].
- [14] Kokoza A.A. Ryabov V.E. O standarte zavodskoi molodi i putiakh povysheniia effektivnosti iskusstvennogo vosproizvodstva osetrovyykh ryb [On the standard of hatchery fish and ways to improve the efficiency of artificial reproduction of sturgeon]. *Voprosy ribolovstva* [Problems of Fisheries], 2011, Vol. 12, no. 1, pp. 121–126 [in Russian].
- [15] Hershawitsch A.D. Ekologiya i fiziologiya molodi osetrovyykh [Ecology and physiology of young sturgeon]. M., Agropromizdat, 1987, 215 p. [in Russian].
- [16] Veshchev P.V., Guteneva G.I., Mukhanova R.S. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions. *Russian Journal of Ecology*, 2012, no. 2, pp. 142–147 [in English].
- [17] Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval. *SIAM journal of applied math*, 1978, Vol. 35, pp. 260–268 [in English].
- [18] Feigenbaum M.J. Universal behavior in nonlinear systems. *Physica D.*, 1983, Vol. 7, no. 1–3, pp. 16–39 [in English].
- [19] Shepherd J.G. A versatile new stock–recruitment relationship for fisheries and construction of sustainable yield curves. *ICES Journal of Marine Science*, 1982, Vol. 40, no. 1, pp. 67–75 [in English].
- [20] Altukhov Y.P., Evsyukov A.V. Pereproizvodstvo molodi rybovodnymi zavodami kak prichina degradatsii volzhskogo stada russkogo osetra [Overproduction of juveniles from hatcheries as a cause of degradation of the Volga stock of Russian sturgeon]. *Doklady RAN* [Reports of the Russian Academy of Sciences], 2001, Vol. 380, pp. 273–275 [in Russian].

A.Yu. Perevaryukha⁵

NONLINEAR MODEL OF OVERFISHING FOR THE VOLGA STURGEON BASED ON COGNITIVE GRAPH OF INTERACTION OF ENVIRONMENTAL FACTORS⁶

We have discussed the development of models of dynamics of formation of reserves juveniles from natural spawning sturgeon *Acipenser gueldenstaedtii* of the Caspian Sea on historical data. Working hypotheses are based on the graph conceptual scheme aimed chain links. Structuring multivariate analytical conclusions about the quality of the interaction of 12 natural and anthropogenic factors in the ecosystem of the Caspian Sea have allowed us to recharge from the general ideas of the theory on to describe the specific situation of the tragic consequences of overfishing of anadromous fish with a long lifecycle. Reducing the word was swiftly enough and not consistent with the expectations of the replenishment of stocks by artificial reproduction. Dedicated contact circuit pulse propagation cognitive digraph where arcs contains the power of influence, says an indirect strengthening of action depends on the density of mortality. Interestingly, the relationship did not have a permanent independent sign «+» or «-». Recessions manifested dramatically on both boundaries of the range of optimum number of spawning manufacturers. Perhaps the decline in the efficiency of the reproduction right of the balance associated with the migration routes overlap. It is more intense withdrawal of fish more prolific race hibernating until spring in the river. The model takes into account the additional effect of increasing variations in the pace of development of the size on the survival of migrating hatchery. The system of differential equations is investigated in an iterative discrete continuous hybrid form with alternative position of equilibrium trajectory. One of the equilibrium is unstable, and is the starting point for the degradation of reproductive activity. The proposed model of reproduction under supercritical level seizures shows subtle transition from the brink of fading fluctuation to the permanent historical perspective depletion, the way into the Red Book.

Key words: graph models in ecology, cognitive structuring of factors, unstable population processes, interpretation of nonlinear effects, effect of fish growth rate, unstable equilibrium and cycles, interpretation of overfishing of stocks, hybrid systems.

Статья поступила в редакцию 3/III/2016.
The article received 3/III/2016.

⁵Perevaryukha Andrey Yurevich (madelf@pisem.net), Laboratory of Applied Computer Science, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, 39, 14 Line, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation.

⁶The work is performed with the support of Russian Foundation for Basic Research, grant №15-07-01230 leader prof. V. Mikhailov.