УДК 517.95

В.А. Гущина[1]

КРИТЕРИЙ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДЕЗИНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА СО СТЕПЕННЫМ ВЫРОЖДЕНИЕМ

В данной работе для уравнения смешанного эллиптико - гиперболического типа со степенным вырождением на переходной линии в прямоугольной области изучается задача Дезина с условиями периодичности и нелокальным условием, связывающим значения производной по нормали на нижнем основании прямоугольника со значением искомого решения на линии изучения типа. Установлены необходимые и достаточные условия единственности решения, при этом единственность решения доказана на основании полноты системы собственных функций одномерной задачи на собственные значения.

Ключевые слова: степенное вырождение, линия перехода, нелокальное условие, прямоугольная область, единственность решения, одномерная задача, единственность.

1. Постановка задачи

Рассмотрим вырождающееся уравнение смешанного типа

$$Lu \equiv (sgny)|y|^m u_{xx} + u_{yy} - b^2(sgny)|y|^m u = F(x,y) \tag{1.1}$$

в прямоугольной области $D = \{(x,y)|\ 0 < x < l,\ -\alpha < y < \beta\}$, где $m > 0$, $b \geqslant 0$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $l > 0$ – заданные действительные постоянные, и поставим задачу А.А.Дезина [1].

Задача Дезина. *Найти функцию $u(x,y)$, удовлетворяющую условиям:*

$$u(x,y) \in C^1(\overline{D}) \cap C^2(D_- \cup D_+); \tag{1.2}$$

$$Lu = F(x,y), (x,y) \in D_- \cup D_+; \tag{1.3}$$

$$u(0,y) - u(l,y) = 0, \quad u_x(0,y) - u_x(l,y) = 0, \quad -\alpha \leqslant y \leqslant \beta; \tag{1.4}$$

$$u(x,\beta) = \varphi(x),\ \ 0 \leqslant x \leqslant l; \tag{1.5}$$

$$u_y(x,-\alpha) - \lambda u(x,0) = \psi(x),\ \ 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{1.6}$$

где $\varphi(x)$, $\psi(x)$ – заданные достаточно гладкие функции, $D_+ = D \cap \{y > 0\}$, $D_- = D \cap \{y < 0\}$, λ – заданный действительный параметр.

Гущина Виолетта Александровна (ivanov@mail.ru), (violetta.novikova.1991@mail.ru), кафедра математики Самарский государственный социально-педагогический университет, 443090, Российская Федерация, г. Самара, ул. Максима–Горького, 55/57.

В работах [1; 2; 3, с. 18–20] показано, что метод поиска разрешимых расширений для дифференциальных операторов может быть адаптирован к оператору Лаврентьева - Бицадзе с условиями периодичности (1.4) и однородными условиями (1.5) и (1.6) (где $\varphi(x) = \psi(x) \equiv 0$). В работах [4], [5, с. 143 - 153] задача (2) – (6) изучена, когда $\alpha = l$, $\varphi(x) = \psi(x) = 0$, $m = 0$, $b = 0$, $F(x, y) = f(x, y) \cdot H(y)$, $H(y)$ – функция Хевисайда, $\lambda \geqslant 0$. Показано, что при $\lambda < 0$ однородная задача (т. е. когда $f(x, y) \equiv 0$) имеет нетривиальные решения.

Данная работа является продолжением работ [6] и [7], где была изучена задача (2)–(6) в некоторых частных случаях.

В данной статье для поставленной задачи (1.2) – (1.6) установлен критерий единственности при всех $m > 0$, $b \geqslant 0$ и некоторых условиях относительно параметров α, β, l и λ.

2. Единственность решения задачи

Пусть $u(x, y)$ – решение задачи (1.2) – (1.6) при $F(x, y) \equiv 0$. Следуя работам [8 – 10] введем функции

$$u_0(y) = \frac{1}{\sqrt{l}} \int_0^l u(x, y) dx, \quad u_n(y) = \sqrt{\frac{2}{l}} \int_0^l u(x, y) \cos \mu_n x dx, \tag{2.1}$$

$$\upsilon_n(y) = \sqrt{\frac{2}{l}} \int_0^l u(x, y) \sin \mu_n x dx, \quad n \in \mathbb{N}, \quad \mu_n = \frac{2\pi n}{l}. \tag{2.2}$$

Аналогично этим работам, относительно функции $u_n(y)$ получим дифференциальное уравнение

$$u_n''(y) - (sgny)|y|^m (b^2 + \mu_n^2) u_n(y) = 0, \quad y \neq 0, \tag{2.3}$$

с граничными условиями

$$u_n(\beta) = \sqrt{\frac{2}{l}} \int_0^l \varphi(x) \cos \mu_n x dx = \varphi_n, \tag{2.4}$$

$$u_n'(-\alpha) - \lambda u_n(0) = \sqrt{\frac{2}{l}} \int_0^l \psi(x) \cos \mu_n x dx = \psi_n. \tag{2.5}$$

Уравнение (2.3) путем замены $u_n(y) = z(p_n |y|^q) \sqrt{|y|}$ приводится к обычному уравнению Бесселя относительно функции z при $y < 0$, а при $y > 0$ – к модифицированному уравнению Бесселя. Затем на основании общих решений уравнений Бесселя находится общее решение уравнения (2.3) [11, с. 304, 318]

$$u_n(y) = \begin{cases} a_n I_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q) \sqrt{y} + b_n K_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q) \sqrt{y}, & y > 0, \\ c_n J_{\frac{1}{2q}}(p_n (-y)^q) \sqrt{-y} + d_n Y_{\frac{1}{2q}}(p_n (-y)^q) \sqrt{-y}, & y < 0, \end{cases} \tag{2.6}$$

где $J_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)$, $Y_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)$ функции Бесселя 1 и 2 рода соответственно, $I_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q)$, $K_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q)$ модифицированные функции Бесселя, а $q = \frac{m+2}{2}$ и $p_n q = \sqrt{b^2 + \mu_n^2}$, a_n, b_n, c_n и d_n – произвольные постоянные.

Подберем постоянные a_n, b_n, c_n, d_n так, чтобы в силу условий (1.2) выполнялись условия сопряжения

$$u_n(0+0)=u_n(0-0), \quad u_n'(0+0)=u_n'(0-0) \tag{2.7}$$

Опираясь на асимптотические формулы функций Бесселя [11, с. 307; 319]:

$$J_\nu(z)\sim\frac{1}{\Gamma(\nu+1)}(\tfrac{z}{2})^\nu,\ Y_\nu(z)\sim\begin{cases}-(\frac{2}{z})^\nu\frac{\Gamma(\nu)}{\pi}, & \nu>0,\\ -\frac{cos\pi\nu\Gamma(-\nu)}{\pi}(\frac{z}{2})^\nu, & \nu<0;\end{cases}$$

$$I_\nu(z)\sim\frac{1}{\Gamma(\nu+1)}(\tfrac{z}{2})^\nu,\ K_\nu(z)\sim\begin{cases}\frac{\Gamma(\nu)}{\pi}(\frac{2}{z})^\nu, & \nu>0,\\ \frac{\Gamma(-\nu)}{\pi}(\frac{z}{2})^\nu, & \nu<0,\end{cases}$$

первое из равенств (2.7) выполнено при $d_n=-\pi b_n/2$, второе при

$$c_n=-a_n+\pi b_n/2\cdot ctg(\tfrac{\pi}{4q}).$$

Поставив полученные выражения постоянных c_n и d_n в (2.6), будем иметь

$$u_n(y)=\begin{cases}a_nI_{\frac{1}{2q}}(p_ny^q)\sqrt{y}+b_nK_{\frac{1}{2q}}(p_ny^q)\sqrt{y}, & y>0,\\ -a_nJ_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)\sqrt{-y}+b_n\overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)\sqrt{-y}, & y<0,\end{cases} \tag{2.8}$$

где

$$\overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)=\frac{\pi}{2sin(\frac{\pi}{2q})}[J_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)+J_{-\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)].$$

Теперь, удовлетворяя функции (2.8) граничным условиям (2.4), (2.5) для нахождения a_n, b_n, получим систему

$$\begin{cases}a_nI_{\frac{1}{2q}}(p_n\beta^q)+b_nK_{\frac{1}{2q}}(p_n\beta^q)=\varphi_n\beta^{-\frac{1}{2}}\\ a_nJ_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)+b_nC_q[J_{1-\frac{1}{2q}}(p_n\alpha^q)-J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)+\lambda_{qn}]=\frac{\psi_n}{p_nq\alpha^{q-\frac{1}{2}}},\end{cases} \tag{2.9}$$

здесь

$$C_q=\frac{\pi}{2\sin(\frac{\pi}{2q})},\quad \lambda_{qn}=\frac{\lambda}{\frac{1}{2q}\Gamma(\frac{-1}{2q})}(\tfrac{2}{p_n})^{\frac{1}{2q}}\frac{1}{p_nq\alpha^{q-\frac{1}{2}}}.$$

Если при всех $n\in N$ определитель системы (2.9)

$$\Delta_n(\alpha,\beta)=I_{\frac{1}{2q}}(p_n\beta^q)E(n)\neq0, \tag{2.10}$$

где

$$E(n)=C_q[J_{1-\frac{1}{2q}}(p_n\alpha^q)-J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)+\lambda_{qn}]-\frac{K_{\frac{1}{2q}}(p_n\beta^q)J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n(\alpha)^q)}{I_{\frac{1}{2q}}(p_n\beta^q)},$$

то данная система имеет единственное решение

$$a_n=\frac{1}{\Delta_n(\alpha,\beta)}[\varphi_n\beta^{-\frac{1}{2}}C_qA_n-B_n\psi_n], \tag{2.11}$$

$$b_n=\frac{1}{\Delta_n(\alpha,\beta)}[C_n\psi_n-\beta^{-\frac{1}{2}}J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)\varphi_n], \tag{2.12}$$

где

$$A_n=J_{1-\frac{1}{2q}}(p_n\alpha^q)-J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)+\lambda_{qn},$$

$$B_n=\frac{K_{\frac{1}{2q}}(p_n\beta^q)}{p_nq\alpha^{q-\frac{1}{2}}},\ C_n=\frac{I_{\frac{1}{2q}}(p_n\beta^q)}{p_nq\alpha^{q-\frac{1}{2}}}.$$

С учетом (2.11) и (2.12) из (2.8) найдем окончательный вид функции

$$u_n(y) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_n(\alpha,\beta)}[\varphi_n \beta^{-\frac{1}{2}} \sqrt{y} \Delta_n(\alpha, y) + \\ + \psi_n \sqrt{y} (C_n K_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q) - B_n I_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q))], & y > 0, \\ \frac{1}{\Delta_n(\alpha,\beta)}[-\varphi_n \beta^{-\frac{1}{2}} \sqrt{-y} D_n(\alpha, -y) + \\ + \psi_n \sqrt{-y} (B_n J_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q) + C_n \overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q))], & y < 0, \end{cases} \tag{2.13}$$

где

$$\Delta_n(\alpha, y) = C_q A_n I_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q) - J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n \alpha^q) K_{\frac{1}{2q}}(p_n y^q),$$
$$D_n(\alpha, -y) = C_q A_n J_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q) + J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n \alpha^q) \overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q).$$

Аналогично получим, что функция $u_0(y)$ является решением краевой задачи:

$$u_0''(y) - b^2 y^m u_0(y) = 0, \quad y > 0,$$
$$u_0''(y) + b^2 y^m u_0(y) = 0, \quad y < 0, \tag{2.14}$$

$$u_0(0+0) = u_0(0-0), \quad u_0'(0+0) = u_0'(0-0), \tag{2.15}$$

$$u_0(\beta) = \sqrt{\frac{1}{l}} \int\limits_0^l \varphi(x) dx = \varphi_0, \tag{2.16}$$

$$u_0'(-\alpha) - \lambda u_0(0) = \sqrt{\frac{1}{l}} \int\limits_0^l \psi(x) dx = \psi_0. \tag{2.17}$$

Рассмотрим сначала случай когда $b > 0$. Общее решение уравнений (2.14) имеет вид

$$u_0(y) = \begin{cases} a_0 I_{\frac{1}{2q}}(p_0 y^q) \sqrt{y} + b_0 K_{\frac{1}{2q}}(p_0 y^q) \sqrt{y}, & y > 0, \\ c_0 J_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q) \sqrt{-y} + d_0 Y_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q) \sqrt{-y}, & y < 0. \end{cases} \tag{2.18}$$

Удовлетворяя (2.18) условиям (2.15) – (2.17), найдем

$$u_0(y) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_0(\alpha,\beta)}[\varphi_0 \beta^{-\frac{1}{2}} \sqrt{y} \Delta_0(\alpha, y) + \\ + \psi_0 \sqrt{y} (C_0 K_{\frac{1}{2q}}(p_0 y^q) - B_0 I_{\frac{1}{2q}}(p_0 y^q))], & y > 0, \\ \frac{1}{\Delta_0(\alpha,\beta)}[-\varphi_0 \beta^{-\frac{1}{2}} \sqrt{-y} D_0(\alpha, -y) + \\ + \psi_0 \sqrt{-y} (B_0 J_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q) + C_0 \overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q))], & y < 0, \end{cases} \tag{2.19}$$

где

$$A_0 = J_{1-\frac{1}{2q}}(p_0 \alpha^q) - J_{\frac{1}{2q}-1}(p_0 \alpha^q) + \lambda_{q0},$$
$$B_0 = \frac{K_{\frac{1}{2q}}(p_0 \beta^q)}{p_0 q \alpha^{q-\frac{1}{2}}}, \ C_0 = \frac{I_{\frac{1}{2q}}(p_0 \beta^q)}{p_0 q \alpha^{q-\frac{1}{2}}},$$
$$D_0(\alpha, -y) = C_q A_0 J_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q) + J_{\frac{1}{2q}-1}(p_0 \alpha^q) \overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q),$$
$$\Delta_0(\alpha, y) = C_q A_0 I_{\frac{1}{2q}}(p_0 y^q) - J_{\frac{1}{2q}-1}(p_0 \alpha^q) K_{\frac{1}{2q}}(p_0 y^q),$$
$$\Delta_0(\alpha, \beta) = C_q A_0 I_{\frac{1}{2q}}(p_n \beta^q) - J_{\frac{1}{2q}-1}(p_0 \alpha^q) K_{\frac{1}{2q}}(p_0 \beta^q).$$

Теперь вернемся к случаю, когда $b=0$. Общее решение уравнений (2.14) при $b=0$ определяется по формуле

$$u_0(y)=\begin{cases}\widetilde{a}_0 y+\widetilde{b}_0, & y>0,\\ \widetilde{c}_0 y+\widetilde{d}_0, & y<0.\end{cases} \tag{2.20}$$

Удовлетворяя функцию (2.20) условиям (2.15) – (2.17), будем иметь

$$u_0(y)=\varphi_0\frac{\lambda y+1}{1+\beta\lambda}+\psi_0\frac{y-\beta}{1+\beta\lambda}, \quad 1+\beta\lambda\neq 0. \tag{2.21}$$

Таким образом, функция $u_0(y)$ представима в следующем виде:

$$u_0(y)=\begin{cases}\frac{1}{\Delta_0(\alpha,\beta)}[\varphi_0\beta^{-\frac{1}{2}}\sqrt{y}\Delta_0(\alpha,y)+\\ +\psi_0\sqrt{y}(C_0K_{\frac{1}{2q}}(p_0y^q)-B_0I_{\frac{1}{2q}}(p_0y^q))], & b>0, \quad y>0,\\ \frac{1}{\Delta_0(\alpha,\beta)}[-\varphi_0\beta^{-\frac{1}{2}}\sqrt{-y}D_0(\alpha,-y)+\\ +\psi_0\sqrt{-y}(B_0J_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q)+C_0\overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_0(-y)^q))], & b>0, \quad y<0,\\ \varphi_0\frac{\lambda y+1}{1+\beta\lambda}+\psi_0\frac{y-\beta}{1+\beta\lambda}, \quad b=0, \quad y\in[-\alpha,\beta]. \end{cases} \tag{2.22}$$

Аналогично $u_n(y)$ построим функцию

$$\upsilon_n(y)=\begin{cases}\frac{1}{\Delta_n(\alpha,\beta)}[\widetilde{\varphi}_n\beta^{-\frac{1}{2}}\sqrt{y}\Delta_n(\alpha,y)+\\ +\widetilde{\psi}_n\sqrt{y}(C_nK_{\frac{1}{2q}}(p_ny^q)-B_nI_{\frac{1}{2q}}(p_ny^q))], & y>0,\\ \frac{1}{\Delta_n(\alpha,\beta)}[-\widetilde{\varphi}_n\beta^{-\frac{1}{2}}\sqrt{-y}D_n(\alpha,-y)+\\ +\widetilde{\psi}_n\sqrt{-y}(B_nJ_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)+C_n\overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q))], & y<0,\end{cases} \tag{2.23}$$

здесь

$$\widetilde{\varphi}_n=\sqrt{\frac{2}{l}}\int\limits_0^l\widetilde{\varphi}(x)\sin\mu_n x dx, \qquad \widetilde{\psi}_n=\sqrt{\frac{2}{l}}\int\limits_0^l\widetilde{\psi}(x)\sin\mu_n x dx.$$

Из формул (2.13), (2.22), (2.23) при выполнении условий (2.10) и $1+\beta\lambda\neq 0$ следует единственность решения задачи (1.2) – (1.6), так как если $\varphi(x)\equiv 0$, $\psi(x)\equiv 0$ на $[0,l]$, то $u_n(y)\equiv 0$, $\upsilon_n(y)\equiv 0$, $u_0(y)\equiv 0$ при любом $n\in N$ и $y\in[-\alpha,\beta]$. Тогда из формул (2.1) и (2.2) следует

$$\frac{1}{\sqrt{l}}\int\limits_0^l u(x,y)dx\equiv 0, \qquad \sqrt{\frac{2}{l}}\int\limits_0^l u(x,y)\cos\mu_n x dx\equiv 0,$$

$$\sqrt{\frac{2}{l}}\int\limits_0^l u(x,y)\sin\mu_n x dx\equiv 0, \qquad n\in\mathbb{N}.$$

Отсюда в силу полноты системы функций $\left\{\frac{1}{\sqrt{l}},\sqrt{\frac{2}{l}}\cos\mu_n x,\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\mu_n x\right\}$ в пространстве $L_2[0,l]$ следует, что функция $u(x,y)=0$ почти всюду на отрезке $[0,l]$ при любом $y\in[-\alpha,\beta]$. Поскольку в силу (1.2) функция $u(x,y)$ непрерывна на $\overline{D}$, то $u(x,y)\equiv 0$.

Если теперь нарушено условие (2.10) при некоторых m, b, l, α, β, $n=p$, т.е. $\Delta_p(\alpha,\beta)=0$. Тогда однородная задача (1.2) – (1.6), где $\varphi(x)=\psi(x)\equiv 0$, имеет нетривиальное решение

$$u_p(x,y) = u_p(y)(C_1 \cos \mu_p x + C_2 \sin \mu_p x), \tag{2.24}$$

здесь C_1 и C_2 – произвольные постоянные,

$$u_p(y) = \begin{cases} \frac{1}{J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)} \cdot \Delta_p(\alpha,y)\sqrt{y}, \quad y > 0, \\ \\ \frac{1}{J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)}[-C_q A_p J_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q) - \\ \\ -J_{\frac{1}{2q}-1}(p_n\alpha^q)\overline{Y}_{\frac{1}{2q}}(p_n(-y)^q)]\sqrt{-y}, \quad y < 0. \end{cases} \tag{2.25}$$

Действительно, построенная функция (2.24) удовлетворяет всем условиям (1.2) – (1.6) при $F(x,y) \equiv 0$, $\varphi(x) \equiv 0$, $\psi(x) \equiv 0$. По построению функция (2.25) является решением уравнения (2.3) при $n = p$ и $y \neq 0$. Тогда функция (2.24) удовлетворяет условиям (1.2) – (1.4) при $F(x,y) \equiv 0$.

Граничное условие (1.5) выполняется, так как функция (2.24) при $y = \beta$ обращается в нуль в силу условия $\Delta_p(\alpha,\beta) = 0$.

Теперь проверим выполнимость условия (1.6). Для этого достаточно проверить условие $u'_p(-\alpha) - \lambda u_p(0) = 0$. Вычислим

$$u'_p(-\alpha) = C_q \frac{\lambda}{\frac{1}{2q}\Gamma(-\frac{1}{2q})}(\frac{2}{p_n})^{\frac{1}{2q}}, \; u_p(0) = -C_q \frac{1}{\Gamma(1-\frac{1}{2q})}(\frac{p_n}{2})^{-\frac{1}{2q}}.$$

Отсюда уже следует справедливость условия (1.6).

Таким образом, установлен критерий единственности решения задачи (1.2) – (1.6).

Теорема. *Если существует решение $u(x,y)$ задачи (1.2) – (1.6), то оно единственно только тогда, когда $\Delta_n(\alpha,\beta) \neq 0$ при всех $n \in N$.*

Литература

[1] Дезин А.А. On the solvable extensions of partial differential operators, Outlines of the Joint Soviet - American Symposium on Partial Differential Equations, 1963. Novosibirsk. C. 65–66.

[2] Дезин А.А. Операторы с первой производной по времени и нелокальные граничные условия // Изв. АН СССР, 1967. Т. 31. № 1. С. 61–86.

[3] Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006. 287 с.

[4] Нахушева З.А. Об одной нелокальной задаче А.А. Дезина для уравнения Лаврентьева-Бицадзе // Дифференц. уравнения, 2009, Т. 45. № 8. С. 1199–2003.

[5] Нахушева З.А. Нелокальные краевые задачи для основных и смешанных типов дифференциальных уравнений (Изд-во КБНЦ РАН, Нальчик – 2011).

[6] Сабитов К.Б., Новикова В.А. Нелокальная задача А.А. Дезина для уравнения Лаврентьева - Бицадзе // Изв. вузов. 2016. Т. 6. С. 61–72.

[7] Сабитов К.Б., Гущина (Новикова) В.А. Задача Дезина для неоднородного уравнения Лаврентьева - Бицадзе // Изв. вузов (принята в печать).

[8] Сабитов К.Б. Задача Дирихле для уравнений смешанного типа в прямоугольной области // Докл. РАН. 2007. Т. 413. № 1. С. 23–26.

[9] Сабитов К.Б., Сидоренко О.Г. Задача с условиями периодичности для вырождающегося уравнения смешанного типа // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46. № 1. С. 105–113.

[10] Сабитов К.Б., Вагапова Э.В. Задача Дирихле для уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения в прямоугольной области // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49. № 1. С. 68–78.

[11] Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. М.: Физматлит. 2003. 352 с.

References

[1] Dezin AA On the solvable extensions of partial differential operators, Outlines of the Joint Soviet — American Symposium on Partial Differential Equations, 1963. Novosibirsk. P. 65–66.

[2] Dezin AA Operators of the first time derivative and nonlocal boundary conditions. Proceedings AN of SSSR, 1967. T. 31. № 1. P. 61–86.

[3] Nahushev AM Problems with shift for partial differential equations. M .: Science, 2006. 287 p.

[4] Nakhusheva ZA A nonlocal problem AA Dezin for the Lavrent'ev-Bitsadze. Differents. equation. 2009. T. 45. № 8. P. 1199–2003.

[5] Nakhusheva ZA Non-local boundary value problems for the major and mixed types of differential equations (Publ KBSC RAS, Nalchik — 2011).

[6] KB Sabitov, Novikova VA A nonlocal problem AA Dezin for the Lavrent'ev — Bitsadze's equation. Proceedings of universities. 2016. T. 6. P. 61–72.

[7] KB Sabitov, Gushina (Novikova) VA The Dezin's problem for inhomogeneous Lavrent'ev - Bitsadze's equation. Proceedings of universities (accepted for publication).

[8] KB Sabitov Dirichlet problem for equations of mixed type in rectangular area. Report RAN. 2007. T. 413. № 1. P. 23–26.

[9] KB Sabitov, Sidorenko OG The problem with periodicity conditions for a mixed-type degenerate equation. Differential equations. 2010. T. 46. № 1. P. 105–113.

[10] KB Sabitov, Vagapova EV The Dirichlet is problem for an equation of mixed type with two lines of degeneracy in a rectangular area. Differential equations. 2013. T. 49. № 1. P. 68–78.

[11] KB Sabitov Equations of mathematical physics M.: FIZMATLIT. 2003. 352 p.

V.A. Gushchina[2]

DEZIN NONLOCAL PROBLEM FOR A MIXED-TYPE EQUATION WITH POWER DEGENERATION

In this article, for the equation of mixed elliptic - hyperbolic type with a power degeneracy on the transition line in a rectangular area are studied the problem Dezin with periodicity conditions and non-local condition, binding values of the normal derivative on the lower base of the rectangle with the value of the target solution on the line type of study. Necessary and sufficient conditions for the uniqueness of the solution were settled, and the uniqueness of the solution was proved problem on the based on completeness of the system of peculiar functions of one-problem or the peculiar.

Key words: the degree of degeneracy, the transition line, nonlocal condition, rectangular area, the uniqueness of solution, one-dimensional problem, the uniqueness.

Статья поступила в редакцию 13/ V/2016.

The article received 13/ V/2016.

[2] *Gushchina Violetta Aleksandrovna* (violetta.novikova.1991@mail.ru), Department of Math, Volga region socially-humanitarian academy, 55/57 Maxim Gorky str., Samara, 443090, Russian Federation.