



Научная статья

DOI: 10.18287/2541-7525-2023-29-3-79-92

УДК 372.851; 373.41; 378.225

Дата: поступления статьи: 31.07.2023
после рецензирования: 04.09.2023
принятия статьи: 30.10.2023

В.Н. Аниськин

Самарский государственный социально-педагогический университет, г. Самара,
Российская Федерация

E-mail: vnaniskin@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6102-1214>

Д.К. Рахматуллина

МБОУ СОШ с. Карновар, Пензенская область, Неверкинский район, село Карновар,
Российская Федерация

E-mail: khusyainova.d@sgspu.ru. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-2144-192X>

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ И КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ ХОЛИСТИЧНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

АННОТАЦИЯ

С позиций информационно-образовательного холизма Σieh , условий и особенностей переходного периода цифровой трансформации образования анализируется дидактический потенциал математического моделирования в формировании и развитии познавательных универсальных учебных действий (УУД) на уроках математики у школьников и универсальных компетенций (УК) при изучении математических и методико-математических дисциплин студентами вузов направления подготовки *Педагогическое образование*. На основе сочетаемости требований федеральных государственных образовательных стандартов среднего общего и высшего образования (ФГОС СОО и ФГОС ВО), определяющих условия и особенности формирования и развития универсальных учебных действий у школьников и универсальных компетенций у студентов — будущих учителей математики, определяется оптимизирующее влияние Σieh на эти процессы. Рассматриваются возможности математического моделирования как образовательной технологии, позволяющей повысить эффективность получения, усвоения и применения обучающимися новых предметных и методических знаний в условиях смешанного офлайн- и онлайн-обучения. Приводится модель информационно-образовательного холизма и примеры заданий.

Ключевые слова: цифровизация образования; математическое моделирование; информационно-образовательный холизм; холистичная образовательная среда; познавательные УУД; УК; подготовка учителей математики; развитие личностных качеств обучающихся.

Цитирование. Аниськин В.Н., Рахматуллина Д.К. Математическое моделирование как метод формирования познавательных универсальных учебных действий и компетенций обучающихся в условиях холистичной образовательной среды // Вестник Самарского университета. Естественная серия / Vestnik of Samara University. Natural Science Series. 2023. Т. 29, № 3. С. 79–92. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2023-29-3-79-92>.

Информация о конфликте интересов: авторы и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Аниськин В.Н., Рахматуллина Д.К., 2023

Владимир Николаевич Аниськин — кандидат педагогических наук, доцент, декан факультета математики, физики и информатики, Самарский государственный социально-педагогический университет, 443099, Российская Федерация, г. Самара, ул. М. Горького, 65/67.

Диана Кадимовна Рахматуллина — учитель математики, МБОУ СОШ села Карновар, 442485, Российская Федерация, Пензенская область, Неверкинский район, с. Карновар, ул. Школьная, 22.

Введение

Цифровая трансформация экономики и другие технологические процессы, обусловленные достижениями научно-технического прогресса, в полной мере способствуют созданию новых специализированных и универсальных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), включая искусственно-интеллектуальные, квантовые и нейротехнологии, виртуальную и дополненную реальность, большие данные, робототехнику, сенсорiku и другие SMART-технологии. Новое цифровое пространство, формируемое в соответствии с Программой «Цифровая экономика Российской Федерации» на период до 2024 года [1], определяет ученым, конструкторам, инженерам, производителям компьютерной техники, ИТ-специалистам и другим разработчикам те актуальные направления для адаптации, унификации и комплексирования традиционных, оптимизации современных и разработки перспективных конструкторско-технологических, программно-технических, эксплуатационно-пользовательских и иных решений, которые смогут обеспечить эффективность и продуктивность использования потенциала высоких цифровых технологий во всех отраслях и сферах нашего социума, включая систему образования.

Подобная «объективная и директивная» цифровизация российского образования, бурное развитие компьютерных SMART-средств, систем и технологий, иные организационные и содержательные инновационные изменения традиционных дидактико-социальных, а также предметно-специальных устоев и стереотипов обучения и воспитания школьников и студентов обуславливают необходимость адаптивной актуализации к новым реалиям ныне действующих и разработки новых вариантов ФГОС СОО и ФГОС ВО, определяют образовательным учреждениям всех уровней задачи формирования у обучающихся познавательных тех УУД [2] и УК [3], которые занимают ведущие места в процессах развития социально-технологических компетенций и цифровой культуры личности обучающегося [4].

Очевидно, что в таких условиях для учителей-предметников общеобразовательных школ и преподавателей вузов особенно актуальны поиск направлений универсализации и унификации компонентов образовательного процесса, преобразование уже существующих и разработка новых, приоритетных, и более совершенных учебно-воспитательных, информационно-дидактических, учебно-методических, культурно-просветительских, специально-практических, производственно-прикладных и других проектов, средств, методов, технологий и форматов как электронной информационно-образовательной среды, так и холистичной среды образовательного учреждения. При этом последнюю мы определяем как системно-интегративный комплекс традиционных, современных и перспективных цифровых и аналоговых средств обучения; «бумажных», электронных и сетевых учебных, воспитательных, методических, научных и иных информационных ресурсов; программных средств учебного назначения и программно-методических комплексов; современных бытовых гаджетов и др. SMART-устройств, предназначенных для получения необходимой информации, ее хранения и обеспечения преподавателям и студентам онлайн- и офлайн-доступа к информационным источникам; а также учебно-исследовательских и учебно-методических комплексов и другого оборудования кванториумов и технопарков образовательных учреждений, лабораторного и иного учебно-производственного оборудования.

Мнения ученых-педагогов и психологов относительно необходимости универсализации и унификации методов обучения школьников и технологий современной компетентностно-ориентированной подготовки студентов педагогических профилей для успешного формирования познавательных учебных действий их будущих учеников не всегда однозначны. Вместе с тем достаточно большое количество результатов исследований по данной тематике, полученных, например, А.Г. Асмоловым, Г.В. Бурменской, И.А. Володарской и др. [5]; П.Я. Гальпериным [6]; Н.М. Ждановой [7]; Т.Ю. Куликовой [8]; В.В. Мацюк [9]; Н.А. Скобелиной, И.В. Колосковой [10]; Л.П. Терентьевой, И.П. Ивановой [11], позволяют сделать вывод о целесообразности подобного холистического интегрирования и универсализации как компонентов образовательно-воспитательной деятельности, так и результатов стандартизированной подготовки обучающихся. Т.Ю. Куликовой, на основе анализа публикаций по проблемам универсализации образования, целостное (холистичное) восприятие и познание мира учащимися, а также их готовность к творческому саморазвитию определяется как «способность строить взаимосвязи с миром на основе универсальных законов природы, эволюционных законов развития» и особо подчеркивается при этом то обстоятельство, что «... современная система образования акцентирует внимание на метапредметных трансдисциплинарных знаниях и универсальной учебной деятельности» [8].

1. Сочетаемость требований ФГОС СОО и ФГОС ВО к формированию УУД и УК

Из приведенных выше работ, а также других литературных источников известно, что по своему образовательно-дидактическому потенциалу, определяемому свойствами и функциями надпредметного (метапредметного) характера, УУД делятся на четыре основных вида: личностные, коммуникативные, регулятивные и познавательные [5; 9]. Такая же градация присутствует и в ныне действующем ФГОС СОО, определяющем компоненты УУД, осваиваемых школьниками в период их обучения в образовательном учреждении. Относительно УК, формируемых и развиваемых у студентов вузов направления подготовки *Педагогическое образование*, следует отметить, что обязательность этих компетенций включена в опубликованный проект ФГОС ВО 4-го поколения [12] с дополнением действующего ФГОС ВО (3++) базовыми компетенциями.

Поэтому вполне уместно предположить, что овладение УК выпускниками вуза означает их способность выполнять работу по формированию и развитию регулятивных, познавательных и коммуникативных УУД у школьников с использованием образовательного, информационно-дидактического и учебно-методического потенциала традиционных, современных и перспективных компьютерных SMART-средств, систем и технологий [13; 14]. Относительно же требований ФГОС СОО необходимо отметить, что, согласно этому стандарту, совокупность освоенных школьниками в период обучения межпредметных понятий с УУД определяет метапредметную составляющую общих результатов обучения выпускников в интеграции с личностными и предметными результатами [2].

Налицо органическая сочетаемость и явная корреляция в предписываемых ФГОС ВО и ФГОС СОО подходах к результатам обучения с позиций формирования УК у студентов вузов направления подготовки *Педагогическое образование* и УУД у учащихся общеобразовательных школ. При этом образовательные стандарты определяют вузам и школам задачи формирования у обучающихся таких УК и УУД, которые служат одной из основ для развития не только информационно-коммуникационных и социально-технологических компетенций, особенно важных в цифровом обществе, а в целом общей социальной и цифровой культуры личности [4; 15; 16].

Подобная сочетаемость директивных требований ФГОС СОО и ФГОС ВО наглядно подтверждает, что определение наиболее оптимального, комплексного и многофункционального набора универсальных средств, методов, систем и технологий образовательного назначения, в т. ч. традиционных «бумажных» и аналоговых технических средств обучения (ТСО), современных реальных и виртуальных компьютерных ИКТ, а также перспективных цифровых искусственно-интеллектуальных, квантовых и нейротехнологий, робототехнических и других SMART-устройств и комплексов, обладающих конструктивно-обусловленными (природными) образовательными, дидактическими и методическими свойствами и функциями, является актуальной проблемой современных педагогических, психологических, методических, гуманитарных, естественных, точных и других наук. Очевидно также, что такой набор образовательных технологических средств, устройств и комплексов является основой и системообразующим компонентом универсальной, целостной, холистичной образовательной среды, в условиях которой может быть в полной мере реализован системно-деятельностный подход, определяемый образовательными стандартами в качестве научно-методологической основы личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основных образовательных программ (ООП) обучающимися [2; 3].

По сути, холистичная образовательная среда представляет собой многофункциональный комплекс средств, систем и технологий, оптимизирующий процессы формирования и развития у учащихся универсальных и многоплановых умений и навыков самостоятельного поиска и сбора учебной и иной информации, выдвижения гипотезы исследования и проведения ее экспериментальной проверки, умений делать выводы и умозаключения по результатам исследования, а также других важных учебных, учебно-методических и учебно-исследовательских действий и операций. Особенно важное место определение таких универсальных приемов и способов занимает в основном, среднем общем, среднем и высшем профессиональном образовании, так как именно на этих уровнях закладывается фундамент социальных, общекультурных и будущих профессиональных качеств обучающихся, формируются социально-технологическая и цифровая грамотность и культура личности человека [4], что еще раз наглядно подтверждает сочетаемость требований ФГОС СОО и ФГОС ВО к формированию УУД и УК.

Влияние информационно-образовательного холизма Σieh на формирование познавательных УУД и УК

По нашему мнению, особую роль в процессах формирования вышеуказанных личностных качеств обучающихся может сыграть принцип информационно-образовательного холизма (information and education

holizm — Σieh), который в рамках проблемы данного исследования определяется нами, в отличие от дефиниции, предлагавшейся ранее [17], как интеграция и комплексирование тех приемов и способов УУД школьников и категорий УК студентов, различных по своим дидактико-социальным, предметно-специальным и учебно-методическим функциям, но имеющих одну общую конечную цель — реализацию синергетического эффекта и принципа эмерджентности в решении образовательно-воспитательных задач в условиях холистичной образовательной среды за счет объединения всех компонентов потенциала инфраструктуры образовательного учреждения и его партнеров в единую общую систему, обладающую новыми качествами и возможностями для повышения эффективности формирования и развития УУД и УК. Считаем, что применимо к решению задач формирования УУД и УК потенциал Σieh способен оказывать оптимизирующее влияние, обеспечивая достижение целей школьной и вузовской подготовки учащихся за счет слияния отдельных составляющих (приемов и способов обучения и воспитания) в единую систему и упрощения возможностей достижения системного эффекта. Иными словами, интеграция и комбинация обучающих приемов и способов на основе Σieh могут дать гораздо больший общий эффект от применения УУД, чем простая сумма индивидуальных действий учащихся.

Структурная модель Σieh приведена на рис. 1.



Рис. 1. Модель информационно-образовательного холизма (Σieh) [17]

Fig. 1. Model of information and educational holism (Σieh) [17]

Гипотетическая формула потенциала $P(\eta) \Sigma ieh$ могла бы иметь следующий вид:

$$P(\eta) \Sigma ieh = \frac{P(\eta) tle + P(\eta) eiee + P(\eta) ies}{N nuiee} 100 \%,$$

где $P(\eta) tle$ — потенциал (КПД) среды традиционного обучения (traditional learning environment), $P(\eta) eiee$ — потенциал (КПД) электронной информационно-образовательной среды (electronic information and educational environment), $P(\eta) ies$ — потенциал (КПД) информационно-образовательного пространства образовательного учреждения и его партнеров (information and educational space), $N nuiee$ — количество пользователей (школьников, студентов, преподавателей, научных и других сотрудников) информационно-образовательной среды (пространства) образовательного учреждения (number of users of the information and educational environment).

Определяя целесообразность и преимущества $P(\eta) \Sigma ieh$ холистичной образовательной среды в формировании УК у студентов — будущих педагогов и их подготовке к формированию и развитию УУД у школьников, стоит отметить, что по результатам опроса учителей наибольшие затруднения у обучающихся возникают при выполнении регулятивных (43 %) и познавательных УУД (57 %) [18]. Это дополнительно подтверждает наше предположение о том, что цифровая трансформация образования обуславливает необходимость создания новой системы универсальных знаний, умений, навыков и компетенций, которая позволит оптимизировать и адаптировать самостоятельную образовательную деятельность учащихся к реалиям цифрового общества. При этом особенно важное место в этой системе будет занимать социально-технологическая компетентность обучающихся, определяющая уровень их цифровой

культуры как способности к правильной, «быстрой и умелой социальной ориентировке» [19] в цифровом обществе на основе УК и УУД, сформированных в процессе обучения, с быстрой и правильной рефлексивной реакцией на внешнее воздействие окружающей среды [4].

Очевидно также, что система УК у студентов вузов — будущих учителей-предметников может быть более эффективно сформирована с использованием $P(\eta) \Sigma ieh$ в процессе выполнения УУД совместно со школьниками, например, на педагогической практике или при организации внеучебных олимпиадных и конкурсных мероприятий и творческо-исследовательских проектов, которые означают в широком смысле «умение учиться, способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта» [4], а с более узкой (психологической) позиции рассматриваются как «совокупность способов действий обучающегося (а также связанных с ними навыков учебной работы), обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса» [4; 5; 15].

Мы считаем, что одно из главных мест в формировании компонентов УК и познавательных УУД у обучающихся должен занимать метод математического моделирования, так как, по изречению Михаила Васильевича Ломоносова «математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит» [Цит. по: 20]. Однако, к великому сожалению, приходится констатировать, что в последнее время из содержания начального, основного и среднего общего образования стали исключаться некоторые учебные предметы по математике, а ООП ВО, в рамках которых происходит подготовка будущих учителей математики, существенно сокращены в части математических дисциплин. Такое положение в системе российского образования не только сохраняется на протяжении надолго затянувшегося периода ее очередного реформирования, но и усугубляется, несмотря на очевидность важности математической подготовки для специалистов всех отраслей и сфер грядущего цифрового социума.

2. Метод математического моделирования в формировании познавательных УУД и УК

Проблемам содержательного наполнения структуры УУД наиболее продуктивными компонентами, определения психолого-педагогических условий формирования и развития этих качеств при обучении математике и применения дидактического потенциала математического моделирования при формировании познавательных УУД, подготовки и подборки учебно-диагностических заданий для выявления уровня сформированности УУД у обучающихся, их коррекции и мониторинга результатов освоения школьниками и студентами — будущими педагогами приемами и способами УУД в процессе обучения математике посвящены работы: О.В. Каликиной, А.В. Слепухина [21]; Л.В. Павловой [22]; Л.А. Погорельской [23]; Н.С. Подходовой [24]; Д.А. Романюк, Е.А. Суховеенко [25]; Н.А. Терешина [26] и других исследователей. Авторами этих работ определяются дидактические функции, обеспечивающие оптимизацию усвоения обучающимися метода и технологии математического моделирования на учебных и внеучебных занятиях по математике и другим предметам. Адаптируя их применимо к теме нашей статьи, можно выделить следующие основные дидактические функции математического моделирования, наиболее эффективные для формирования УУД и УК в условиях холистичной образовательной среды:

— когнитивную как функцию познания изучаемого объекта либо решения учебной задачи посредством математического или компьютерного моделирования для конструирования и проектирования модели, соответствующей реальному образу или условиям задачи с соблюдением дидактического принципа доступности обучения для определения кратчайшего, простого и понятного пути решения «от простого к сложному»);

— управленческую, при помощи которой возможно продуктивное выполнение учащимися и преподавателями таких универсальных действий, как: ориентировочные (построение модели, максимально приближенной по своим параметрам к условию задачи с последующим внесением в нее дополнительных элементов); контролирующие (сравнение самостоятельно созданной математической модели с рекомендуемой или эталонной моделью, приведенной в учебнике или учебно-методическом пособии, с сохранением варианта смоделированного объекта либо выполнением его преобразований); коммуникационные (оперирование моделью и рассмотрение ее с позиций различных вариантов решения задачи для пополнения и расширения как собственной информационной базы (опыта), так и объяснения (комментариев) приемов построения модели учителю и другим учащимся);

— интерпретационную, с помощью которой один и тот же объект или способы решения задачи можно представить различными вариантами математических моделей;

— эстетическую, способствующую реализации классических дидактических принципов наглядности, научности, доступности обучения и позволяющую формировать у обучающихся прилежание, усердие,

ответственность, удовлетворение результатом и «чувство прекрасного» от создания не только полезной, но и «красивой» математической или компьютерной модели;

— функцию целенаправленного внимания для реализации принципа целесообразности обучения и обеспечения координации деятельности и сосредоточенности внимания учащихся на объекте моделирования;

— эвристическую функцию, с помощью которой построенная математическая модель позволяет учащемуся понять не только количественные характеристики и качественные стороны изучаемого объекта или алгоритма решения задачи, но и возможности применения модели для рассмотрения проблем в других науках и учебных предметах (надпредметный и метапредметный аспекты дидактического потенциала применения метода математического моделирования на уроках математики) [21–25].

На основе отмеченных функций можно утверждать, что математическое моделирование является наиболее оптимальным и эффективным средством для формирования и развития УУД и УК у обучающихся в условиях холистичной образовательной среды и перехода к цифровому образованию. Более того, моделирование рассматривается Н.С. Подходовой как одно из УУД при изучении математики в начальной школе [24], а К.В. Малышева считает, что УУД «главным образом формируются на уроках математики» [27], потому что именно на них у обучающихся развиваются посредством использования приемов моделирования такие свойства интеллекта личности, как: математическая интуиция, логическое и пространственное мышление, технический, комбинаторный и алгоритмический стили мышления, совершенствуется и развивается символичный язык математики. Мы поддерживаем подобный подход и уверены в том, что математическое моделирование занимает важнейшее место среди средств, методов и технологий недалекого цифрового и будущего кибернетического обучения.

Продолжая работу в рамках методико-дидактического направления, нами были проанализированы с опорой на статью П.Я. Гальперина [6] особенности формирования и развития познавательных УУД у школьников и УК у студентов с использованием математического моделирования как метода, позволяющего повысить эффективность получения, усвоения и применения новых знаний в условиях холистичной образовательной среды, интегрирующей аналоговые и компьютерные средства обучения, и особенностей цифровой трансформации образования. При этом в концептуальной последовательности определялась степень эффективности дидактического потенциала метода математического моделирования на таких этапах формирования познавательных УУД и УК, как:

— составление структурно-логической схемы (СЛС) или проектирование знаково-символьного варианта (ЗСВ) математической модели или последовательности (алгоритма) УУД для решения учебной задачи с возможностью оказания помощи педагогом в определении правильных направлений при выполнении задания как «знакомство со схемой ориентировочной основы действия» [6];

— корректировка СЛС (ЗСВ) познавательных УУД, выполняемая (при необходимости) учащимся совместно с учителем;

— решение учебной (исследовательской) задачи для получения ожидаемого результата согласно составленной ранее СЛС (ЗСВ) математической модели [28], или, как это определяется в терминологии П.Я. Гальперина, «выполнение учебного действия в материальном или материализованном виде» [6];

— внешнеречевое и внутреннеречевое действия учащегося при решении математической либо иной задачи (этап «проговаривания» выполняемых действий согласно СЛС (ЗСМ) математической модели с использованием «подсказки» учителя и «про себя» с поэтапным переходом к новым элементам модели при ее последовательном сокращении по мере выполнения частей задачи;

— проверка правильности решения задачи посредством выполнения «действий в умственном плане на этапе формирования умственных навыков, на котором происходит автоматизация действий, без слов, неосознанно» [6].

Для определения степени эффективности дидактического потенциала метода математического моделирования и его оптимизирующего влияния на формирование и развитие познавательных УУД у учеников основной школы на уроках математики нами были подобраны специальные задания, которые предстояло решить, предварительно смоделировав изучаемые объекты, условия и алгоритмы необходимых действий. Примеры таких задач приводятся ниже:

Задача 1. Составьте математические модели для следующих задач:

1. Спортивная площадка площадью 2400 кв. м огорожена забором длиной 200 м. Найдите длину и ширину этой площадки.

2. Можно ли разложить 96 кружков одинаковыми рядами так, чтобы рядов было на 16 меньше, чем кружков в каждом ряду?

3. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 54 км, вышли одновременно навстречу друг другу две группы туристов. Через 3 часа им оставалось пройти до встречи 9 км. Найдите, с какой скоростью шла каждая группа, если известно, что на весь путь первая затратила на 3 ч меньше второй.

4. Двузначное число в 7 раз больше суммы его цифр и на 52 больше произведения своих цифр. Найдите это число.

Среди данных систем найдите ту, которая отличается от трех других, и решите ее. Чем данная система отличается от других?

Решение: $\begin{cases} xy = 2400 \\ x + y = 100 \end{cases}$; $\begin{cases} x - y = 16 \\ xy = 96 \end{cases}$; $\begin{cases} x + y = 15 \\ \frac{54}{x} - \frac{54}{y} = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} 10x + y = 7(x + y) \\ 10x + y - 52 = xy \end{cases}$.

Ученик должен выбрать третью систему, так как она является дробно-рациональной.

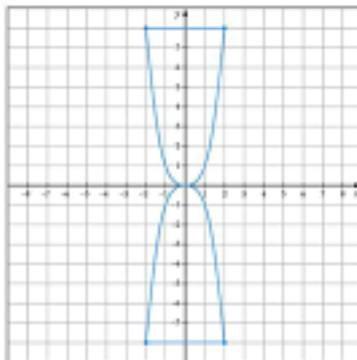
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ \frac{54}{x} - \frac{54}{y} = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x = 15 - y \\ \frac{54}{x} - \frac{54}{y} = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x = 15 - y \\ \frac{54y - 54(15 - y)}{y(15 - y)} = 3 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = 15 - y \\ 54y - 54(15 - y) = 3y(15 - y) \\ y(15 - y) \neq 0 \end{cases} ; \begin{cases} x = 15 - y \\ 3y^2 + 63y - 810 = 0 \\ y(15 - y) \neq 0 \end{cases} ; \begin{cases} x = 15 - y \\ y^2 + 21y - 270 = 0 \\ y(15 - y) \neq 0 \end{cases} ; \begin{cases} x = 15 - y \\ y = \frac{-21 + 39}{3} \\ x = 15 - y \\ y = \frac{-21 - 39}{3} \\ y(15 - y) \neq 0 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 6 \\ y = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 45 \\ y = -30 \end{cases} \\ y(15 - y) \neq 0 \end{cases} \quad \text{— не удовлетворяет условию задачи.}$$

Ответ: (6; 9).

Задача 2. Перед вами геометрическая фигура песочных часов, образованная графиками функций. Определите, графики каких функций изображены на рисунке. Найдите области определения и значения каждой функции.



Ответ: Функции, представленные на графике: $y = x^3$; $y = -x^3$; $y = 7$; $y = -7$.

Область определения функций: $D(y) = [-2; 2]$.

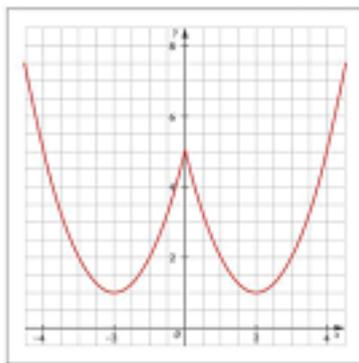
Область значения функций: $E(y) = [-8; 8]$.

Задача 3. Не всегда жизненные задачи будут даваться вам в явном виде, и математические задачи не исключение. Попробуйте построить параболу и написать ее уравнение, не зная точных данных. Вам даны лишь следующие утверждения: у параболы 2 вершины; ось симметрии — ось Oy ; на отрезке $[0; 2]$ парабола убывает, а на луче $(2; +\infty)$ — возрастает; ни один из коэффициентов не равен 0; ордината вершин равна 1.

Решение:

Приведенные задачи относятся нами к разряду дидактических материалов, позволяющих осуществлять формирование, развитие и диагностику уровня познавательных УУД школьников, так как обеспечивают коррекцию и мониторинг результатов освоения приемами и способами УУД в процессе обучения математике, в том числе и «средствами облачных электронных таблиц» [21]. Последнее свойство особенно актуально и значимо для формирования УУД и УК в условиях холистической образовательной среды.

В процессах формирования и развития УК у будущих бакалавров и магистров педагогического образования в период их подготовки в вузе ведущая роль метода математического моделирования также очевидна. Причем в рамках ООП бакалавриата этот метод достаточно интенсивно применяется не только на аудиторных занятиях по математическим и другим дисциплинам, при выполнении курсовых (КР) и выпускных квалификационных работ (ВКР), а и во внеучебных научно-практических, конкурсных и олимпиадных мероприятиях с участием преподавателей и студентов. В качестве подобных при-



меров можно привести такие мероприятия и проекты, реализуемые факультетом математики, физики и информатики Самарского государственного социально-педагогического университета (ФМФИ СГСПУ), как:

- всероссийская (с международным участием) научно-практическая конференция «Актуальные проблемы естественнонаучного и математического образования»;
- областной семинар учителей математики и физики «Школьное физико-математическое образование: перспективы развития» на базе Технопарка универсальных педагогических компетенций СГСПУ и учебных лабораторий кафедры физики, математики и методики обучения (ФМиМО) ФМФИ СГСПУ;
- региональный конкурс исследовательских работ и проектов школьников в области математики, прикладной математики «Математика вокруг нас»;
- ежегодный областной конкурс учебно-исследовательских проектов учащихся общеобразовательных учреждений «Мир твоих открытий»;
- студенческая профильно-предметная олимпиада «Неделя математики и физики ФМФИ»;
- межфакультетский студенческий конкурс методических разработок «Я иду на урок...»;
- студенческий научно-методический кружок «Первые шаги в профессию» в самарских МБОУ СОШ № 6 и № 132 с целью погружения будущих педагогов в профессиональную деятельность учителя математики;
- программы дополнительного профессионального образования, реализуемые преподавателями ФМФИ СГСПУ: «Проектирование организации учебно-исследовательской и проектной деятельности обучающихся»; «Олимпиада как форма работы с одаренными детьми»; «Организация обучения с применением педагогических средств ЭИОС в школе».

Относительно развития УК у студентов магистратуры ФМФИ «Математика и информатика в условиях цифровизации образования» можно отметить, что на основе характеристики направления их подготовки к профессиональной деятельности, а также требований к результатам освоения ООП и ее структуре, содержащимися во ФГОС ВО, необходимость включения математических методов и методов компьютерного моделирования в содержание подготовки магистров педагогического образования в условиях холистичной образовательной среды не вызывает сомнения. С целью повышения эффективности формирования УК у будущих магистров-педагогов и повышения качества их подготовки в содержание названной ООП ВВО включен учебный курс «Математические методы и методы компьютерного моделирования в образовании».

При этом стоит отметить то обстоятельство, что условия холистичной образовательной среды, и в особенности такого компонента ее структуры, как современная ЭИОС вуза, обуславливают насущную необходимость интенсификации применения методов компьютерного и математического моделирования магистрантами в своих научных исследованиях при подготовке ВКР в форме магистерских диссертаций. Однако на основе нашего опыта, из практики их защит следует, что этим методам пока отводится лишь роль своеобразной «подручной» оснастки или дополнительного средства математической статистики для подтверждения гипотезы проводимого исследования. Особенно заметна на защитах магистерских диссертаций по направлению подготовки *Педагогическое образование* неоправданность некорректного (с математической точки зрения) применения известных статистических методов. Как нами уже отмечалось ранее в работе [28], основные ошибки (рис. 2), допускаемые магистрантами-педагогами при подготовке и защите своих диссертаций, выражаются в несоответствии используемых методов предлагаемой компьютерной или математической модели, а также между моделью и практикой, моделью и целью моделирования.

Мы считаем, что использование метода математического моделирования в формировании УК у выпускников педагогического бакалавриата, которые впоследствии поступают учиться в магистратуру, может способствовать повышению их подготовленности к недопущению таких ошибок.



Рис. 2. Классификация основных ошибок, допускаемых магистрантами в диссертациях по педагогике
 Fig. 2. Classification of the main mistakes made by undergraduates in dissertations on pedagogy

3. Результаты опытно-экспериментальной работы

Опытно-экспериментальная часть нашей работы по определению влияния метода математического моделирования на формирование и развитие познавательных УУД у школьников в условиях холистичной образовательной среды выполнялась как дипломное исследование в общеобразовательных школах Неверкинского района Пензенской области. В ней принимали участие обучающиеся основной школы — ученики 9-х классов в количестве 57 человек, включенных в 2 контрольные и 2 экспериментальные группы (классы). Работа состояла из традиционных этапов: констатирующего, формирующего и контрольного.

На первом из них в форме собеседования, решения контрольных задач и тестирования был определен начальный уровень познавательных УУД обучающихся. План работы формирующего этапа включал в себя оценку эффективности метода математического моделирования и его применение для формирования и развития познавательных УУД у девятиклассников на уроках математики с проведением диагностических срезов и последующей коррекцией действий учащихся и учителей, которым были предоставлены методические рекомендации, содержащие соответствующие задания, разработанные и подобранные нами применимо к теме исследования. Этот этап эксперимента проводился в течение двух четвертей 2022/23 учебного года.

Заключительный контрольный этап опытно-экспериментальной работы включал в себя итоговый диагностический срез по результатам формирующего этапа. Его целью являлось обобщение и сравнительный анализ результатов, полученных на предыдущих этапах эксперимента, а также составление и систематизацию выводов и заключений по проведенному исследованию. При этом участникам эксперимента давались соответствующие задания, позволяющие определить уровень сформированности познавательных УУД у обучающихся основной школы посредством применения метода математического моделирования.

Результаты итогового диагностического среза приведены на диаграмме (рис. 3):

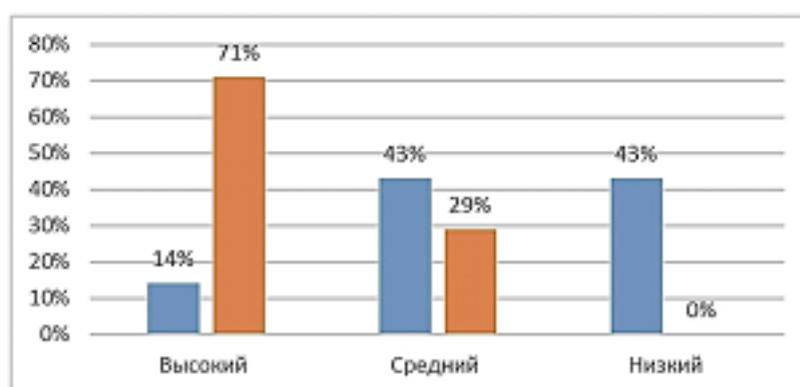


Рис. 3. Результаты влияния метода математического моделирования на формирование и развитие познавательных УУД у школьников в условиях холистичной образовательной среды

Fig. 3. Results of the influence of the method of mathematical modeling on the formation and development cognitive ULA in schoolchildren in a holistic educational environment

Из приведенной диаграммы следует, что данные сравнительного анализа результатов констатирующего и контрольного этапов опытно-экспериментальной работы показали увеличение высокого уровня сформированности познавательных УУД у обучающихся на 57 %, средний уровень УУД снизился на

12 %, а низкого уровня не осталось ни у одного из учащихся, входивших в экспериментальную группу. Таким образом, можно сделать вывод о том, что если в процессе обучения математике в холистичной образовательной среде основной школы используется метод математического моделирования, то процесс формирования и развития познавательных УУД у обучающихся станет гораздо эффективнее.

Эксперимент по определению степени эффективности применения метода математического моделирования для формирования и развития УК у студентов педагогического бакалавриата и магистратуры – будущих учителей математики в условиях холистичной образовательной среде вуза планируется провести в 2023/24 учебном году. Вместе с тем на основе наблюдений, результатов промежуточной и итоговой аттестации обучающихся и собственного опыта можно предположить, что он позволяет оптимизировать исследуемые процессы, а корреляция и сочетаемость УУД с УК позволяет говорить о них как об универсальном высокоэффективном инструментарии организации совместной деятельности учителей-предметников и обучающихся для решения задач формирования и развития личностных качеств подрастающего поколения при подготовке к жизни в цифровом информационном обществе.

Литература

- [1] Программа "Цифровая экономика Российской Федерации" на период до 2024 года (утверждена распоряжением Правительства РФ от 28.07.2017. № 1632-р). URL: <http://government.ru/docs/all/112831>.
- [2] Реестр примерных ООП Минпросвещения России. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. Одобен решением от 12.08.2022 № 732. URL: https://fgosreestr.ru/educational_standard/federalnyi-gosudarstvennyi-obrazovatelnyi-standart-srednego-obshchego-obrazovaniia-1.
- [3] Портал ФГОС ВО (3++) по направлениям бакалавриата // Образование и педагогические науки. URL: <https://fgosvo.ru/fgosvo/index/24/94>.
- [4] Богословский В.И., Аниськин В.Н., Добудько Т.В. Цифровая культура педагога сквозь призмы компьютерной грамотности и социально-технологической компетентности // Новые образовательные стратегии в современном информационном пространстве. Санкт-Петербург: РГПУ, имени А.И. Герцена, 2023. С. 259–264. URL: <https://nesinmis.ru/bogoslovskiy-v-i/>.
- [5] Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли: пособие для учителя. Москва: Просвещение, 2008. 152 с. URL: <https://asmolovpsy.ru/book/kak-proektirovat-universalnye-uchebnye-dejstviya-v-nachalnoj-shkole-ot-dejstviya-k-mysli-posobie-dlya-uchitelya/>.
- [6] Гальперин П.Я. Опыт изучения формирования умственных действий // Вестник Московского университета. Сер. 14: Психология. 2017. № 4. С. 3–20. DOI: <http://doi.org/10.11621/vsp.2017.04.03>.
- [7] Жданова Н.М. Подготовка студентов к формированию личностных универсальных учебных действий у младших школьников // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. 2018. № 1 (37). С. 24–28. URL: https://shgpi.edu.ru/files/nauka/vestnik/2018/1_37/5.pdf; <https://elibrary.ru/item.asp?id=35076774>. EDN: <https://elibrary.ru/xqbttn>.
- [8] Куликова Т.Ю. К вопросу об актуальности универсализации образования // Философские, социологические и психолого-педагогические проблемы современного образования. 2019. № 1. С. 59–62. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=41254402>. EDN: <https://elibrary.ru/snwmyd>.
- [9] Мацюк В.В. Формирование универсальных учебных действий при обучении математике // Актуальные исследования. 2023. № 6–2 (136). С. 91–94. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50238338>. EDN: <https://elibrary.ru/nioyur>.
- [10] Скобелина Н.А., Колоскова И.В. Универсализация образования: интеграция духовного и светского компонентов // Высшее образование сегодня. 2017. № 10. С. 30–33. DOI: <https://doi.org/10.25586/RNU.HET.17.10.P.30>. EDN: <https://elibrary.ru/zrztqh>.
- [11] Терентьева Л.П., Иванова И.П. Особенности подготовки студентов к формированию познавательных универсальных учебных действий младших школьников // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И.Я. Яковлева. 2018. № 4 (100). С. 268–275. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-podgotovki-studentov-k-formirovaniyu-poznavatelnyh-universalnyh-uchebnyh-deystviy-mladshih-shkolnikov>.
- [12] Опубликован макет ФГОС 4-го поколения. АНО ДПО "Учебно-консультационный центр". URL: <https://ukc-nica.ru/novosti/opublikovan-maket-fgos-4-go-pokoleniya.html>.
- [13] Афанасьева И.Г. Проектно-ориентированная модель формирования универсальных компетенций будущих специалистов в условиях цифровой трансформации экономики // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. 2022. № 8 (171). С. 38–49. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=49736319>. EDN: <https://elibrary.ru/kfmcgx>.

- [14] Первухина Е.Л., Шалимова Е.М. Проблемы унификации и универсализации учебных планов при подготовке отечественных ИТ-специалистов // Гуманитарный вестник. 2017. № 11 (61). С. 7. DOI: <https://doi.org/10.18698/2306-8477-2017-11-489>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xcyxrl>.
- [15] Аниськин В.Н., Рахматуллина Д.К. Применение математического моделирования для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся // Естественные и гуманитарные науки в современном мире. Орел: ОГУ им. И.С. Тургенева, 2023. С. 377–381.
- [16] Стародубцева В.С. Формирование универсальной компетенции самоорганизации и саморазвития студента вуза // Информация и образование: границы коммуникаций. 2022. № 14 (22). С. 424–426. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49227830>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bvolns>.
- [17] Аниськин В.Н., Аниськин С.В., Добудько Т.В., Пугач В.И. Модель информационно-образовательного холизма // Балтийский гуманитарный журнал. 2016. Т. 5, № 4 (17). С. 135–139. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28278410>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xuvfrn>.
- [18] Липская Т.А. Универсальные учебные действия как содержательная единица ФГОС НОО, ООО, СОО // Современный урок в условиях внедрения ФГОС: опыт, проблемы, перспективы: сборник статей Всероссийской научно-методической конференции [Электронное издание]. Оренбург: Оренбургский государственный педагогический университет, 2017. С. 131–133. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28159835>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xsftpt>.
- [19] Выготский Л.С. Собрание сочинений: в 6 т. Т. 3. Проблемы развития психики (под ред. А.М. Матюшкина). Москва: Педагогика, 1983. 369 с. URL: http://elib.gnpbu.ru/text/vygotsky_ss-v-6tt_t3_1983/.
- [20] Депман И.Я. История арифметики: пособие для учителей. 2-е изд., испр. Москва: Просвещение, 1965. 416 с. URL: https://www.mathedu.ru/text/depman_istoriya_arifmetiki_1965/p1/.
- [21] Каликина О.В., Слепухин А.В. Специфика составления учебно-диагностических заданий для выявления уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. 2019. № 4. С. 67–75. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38165376>. EDN: <https://www.elibrary.ru/idrvad>.
- [22] Павлова Л.В. Познавательные компетентностные задачи как средство формирования предметно-профессиональной компетентности будущего учителя математики // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. 2009. № 113. С. 169–174. URL: https://lib.herzen.spb.ru/text/pavlova_113_169_174.pdf; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12872062>. EDN: <https://www.elibrary.ru/jtnhpt>.
- [23] Погорельская Л.А. Типовые задачи по формированию универсальных учебных действий на уроках математики // Концепт. 2013. № 9. С. 79–85. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20933353>. EDN: <https://www.elibrary.ru/rqcezp>.
- [24] Подходова Н.С. Моделирование как универсальное учебное действие при изучении математики // Начальная школа. 2011. № 9. С. 34–41. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17850364>. EDN: <https://www.elibrary.ru/paqcqp>.
- [25] Романюк Д.А., Суховеев Е.А. Модель мониторинга формирования универсальных учебных действий в процессе обучения математике // Мир науки, культуры, образования. 2018. № 4 (71). С. 160–164. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35576077>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xyvarf>.
- [26] Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя. Москва: Просвещение, 1990. 96 с. URL: <https://sovietime.ru/matematika/napravlenost-kursa-matematiki-1990?ysclid=lnvqvwgllm366324766>.
- [27] Малышева К.В. Психолого-педагогические условия формирования познавательных УУД у школьников при обучении математике в основной школе // Студенческий научный форум — 2019. URL: <https://scienceforum.ru/2019/article/2018011487>.
- [28] Аниськин В.Н., Добудько Т.В., Пугач В.И., Пугач О.И. Математические методы и методы компьютерного моделирования как необходимые компоненты содержания подготовки магистров педагогического образования // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Сер.: Педагогика, психология. 2015. № 4 (23). С. 24–29. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25375788>. EDN: <https://www.elibrary.ru/vjhtml>.



V.N. Aniskin

Samara State University of Social Science and Education, Samara, Russian Federation
E-mail: vnaniskin@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6102-1214>

D.K. Rakhmatullina

Municipal budgetary educational institution secondary school of the village Karnovar, Neverkinsky district,
Penza region, Russian Federation
E-mail: khusyainova.d@sgspu.ru. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-2144-192X>

MATHEMATICAL MODELING AS A METHOD OF FORMING COGNITIVE UNIVERSAL LEARNING ACTIONS AND COMPETENCES OF STUDENTS IN THE CONDITIONS OF A HOLISTIC EDUCATIONAL ENVIRONMENT

ABSTRACT

From the standpoint of information and educational holism Σieh , conditions and features of the transitional period of digital transformation of education, the didactic potential of mathematical modeling in the formation and development of cognitive universal learning activities (ULA) in mathematics lessons for schoolchildren and universal competencies (UC) in the study of mathematical and methodological methods is analyzed-mathematical disciplines by students of universities of the direction of preparation Pedagogical education. Based on the compatibility of the requirements of the federal state educational standards of secondary general and higher education (FSES SGE and FSES HE), which determine the conditions and features of the formation and development of universal learning activities in schoolchildren and universal competencies in students – future teachers of mathematics, the optimizing effect of Σieh on these processes. The possibilities of mathematical modeling are considered as an educational technology that makes it possible to increase the efficiency of obtaining, assimilation and application of new subject and methodological knowledge by students in conditions of mixed offline- and online-learning. A model of information and educational holism and examples of tasks are given.

Key words: digitalization of education; math modeling; information and educational holism; holistic educational environment; cognitive ULA; UC; training teachers of mathematics; development of personal qualities of students.

Citation. Aniskin V.N., Rakhmatullina D.K. Mathematical modeling as a method of forming cognitive universal learning actions and competences of students in the conditions of a holistic educational environment. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya / Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2023, vol. 29, no. 3, pp. 79–92. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2023-29-3-79-92>. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: authors and reviewers declare no conflict of interests.

© Aniskin V.N., Rakhmatullina D.K., 2023

Vladimir N. Aniskin — Candidate of Pedagogical Sciences, associate professor, dean of the Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Samara State University of Social Sciences and Education, 65/67, Maxim Gorky Street, Samara, 443099, Russian Federation.

Diana K. Rakhmatullina — teacher of mathematics, Municipal Budgetary General Educational Organization, Secondary School of the Village of Karnovar, 22, Shkolnaya Street, village Karnovar, Neverkinsky District, Penza Region, 442485, Russian Federation.

References

- [1] Program "Digital Economy of the Russian Federation" for the period up to 2024 (approved by the order of the Government of the Russian Federation as of July 28, 2017 № 1632-p). Available at: <http://government.ru/docs/all/112831/>. (In Russ.)
- [2] Register of exemplary educational programs of the Ministry of Education of Russia. Federal State Educational Standard of Secondary General Education. Approved by decision № 732 dated August 12, 2022. Available at: https://fgosreestr.ru/educational_standard/federalnyi-gosudarstvennyi-obrazovatelnyi-standart-srednego-obshchego-obrazovaniia-1. (In Russ.)
- [3] Portal of Federal State Educational Standard of Higher Education (3++) in the direction of Bachelor's programme. Education and Pedagogical Sciences. Available at: <https://fgosvo.ru/fgosvo/index/24/94>. (In Russ.)
- [4] Bogoslovsky V.I., Aniskin V.N., Dobudko T.V. Digital culture of the teacher through the prisms of computer literacy and socio-technological competence. In: *New educational strategies in the modern*

- information space. Saint Petersburg: RGPU imeni A.I. Gertsena, 2023, pp. 259–264. Available at: <https://nesinmis.ru/bogoslovskiy-v-i/>. (In Russ.)
- [5] Asmolov A.G., Burmenskaya G.V., Volodarskaya I.A. How to design universal learning activities in elementary school. From action to thought: a teacher's guide. Moscow: Prosveshchenie, 2008, 152 p. Available at: <https://asmolovpsy.ru/book/kak-proektirovat-universalnye-uchebnye-dejstviya-v-nachalnoj-shkole-ot-dejstviya-k-mysli-posobie-dlya-uchitelya/>. (In Russ.)
- [6] Galperin P.Ya. Experience in studying the formation of mental actions. *Moscow University Psychology Bulletin*, 2017, no. 4, pp. 3–20. DOI: <http://doi.org/10.11621/vsp.2017.04.03>. (In Russ.)
- [7] Zhdanova N.M. To prepare students for the formation of personal universal educational actions of junior schoolchildren. *Journal of Shadrinsk State Pedagogical University*, 2018, no. 1 (37), pp. 24–28. Available at: https://shgpi.edu.ru/files/nauka/vestnik/2018/1_37/5.pdf; <https://elibrary.ru/item.asp?id=35076774>. EDN: <https://elibrary.ru/xqbttn>. (In Russ.)
- [8] Kulikova T.Yu. To the question of the relevance of the universalization of education. *Philosophical, sociological and psycho-pedagogical problems of modern education*, 2019, no. 1, pp. 59–62. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=41254402>. EDN: <https://elibrary.ru/snwmyd>. (In Russ.)
- [9] Matsuk V.V. Formation of universal educational actions in teaching mathematics. *Aktual'nye issledovaniya*, 2023, no. 6–2 (136), pp. 91–94. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50238338>. EDN: <https://elibrary.ru/nioyur>. (In Russ.)
- [10] Skobelina N.A., Koloskova I.V. Universalization of education: integration of spiritual and secular components. *Higher education today*, 2017, no. 10, pp. 30–33. DOI: <https://doi.org/10.25586/RNU.HET.17.10.P.30>. EDN: <https://elibrary.ru/zrztqh>. (In Russ.)
- [11] Terentyeva L.P., Ivanova I.P. On preparation of students to formation of cognitive general learning actions at younger schoolchildren. *I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University Bulletin*, 2018, no. 4 (100), pp. 268–275. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-podgotovki-studentov-k-formirovaniyu-poznavatelnyh-universalnyh-uchebnyh-deystviy-mladshih-shkolnikov>. (In Russ.)
- [12] 4th generation FSES model is published. Retrieved from the official website of ANO DPO "Training and Consulting Center". Available at: <https://ukc-nica.ru/novosti/opublikovan-maket-fgos-4-go-pokoleniya.html>. (In Russ.)
- [13] Afanasyeva I.G. The project-oriented model of the formation of the universal competencies of future specialists in the context of the digital transformation of the economy. *Izvestia of the Volgograd State Pedagogical University*, 2022, no. 8 (171), pp. 38–49. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=49736319>. EDN: <https://elibrary.ru/kfmcgx>. (In Russ.)
- [14] Pervukhina E.L., Shalimova E.M. Problems of curricula unification and universalization in the Russian IT-specialists' education. *Humanities Bulletin of BMSTU*, 2017, no. 11 (61), p. 7. DOI: <https://doi.org/10.18698/2306-8477-2017-11-489>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xcyxrl>. (In Russ.)
- [15] Aniskin V.N., Rakhmatullina D.K. The use of mathematical modeling for the formation of cognitive universal learning activities for students. In: *Natural and humanitarian sciences in the modern world*. Oryol: OGU im. I.S. Turgeneva, 2023, pp. 377–381. (In Russ.)
- [16] Starodubtseva V.S. Formation of universal competence of self-organization and self-development of university students. *Information and education: borders of communications*, 2022, no. 14 (22), pp. 424–426. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49227830>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bvolsn>. (In Russ.)
- [17] Aniskin V.N., Aniskin S.V., Dobudko T.V., Pugach V.I. Information and education holizms model. *Baltic Humanitarian Journal*, 2016, vol. 5, no. 4 (17), pp. 135–139. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28278410>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xuvfrn>. (In Russ.)
- [18] Lipskaya T.A. Universal educational actions as a content unit of the Federal State Educational Standard PGE, BGE, SGE. In: *Modern lesson in the context of the implementation of the Federal State Educational Standard: experience, problems, prospects: collection of articles of the all-Russian research and methodological conference (Electronic edition)*. Orenburg: Orenburgskii gosudarstvennyi pedagogicheskii universitet, 2017, pp. 131–133. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28159835>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xsftpt>. (In Russ.)
- [19] Vygotsky L.S. Six-book set: Vol. 3: Problems of mental evolution (Matyushkin A.M. (Ed.)). Moscow: Pedagogika, 1983, 369 p. Available at: http://elib.gnpbu.ru/text/vygotsky_ss-v-6tt_t3_1983/. (In Russ.)
- [20] Depman I.Ya. History of arithmetic: a guide for teachers. 2nd edition, revised. Moscow: Prosveshchenie, 1965, 416 p. Available at: https://www.mathedu.ru/text/depman_istoriya_arifmetiki_1965/p1/. (In Russ.)
- [21] Kalikina O.V., Slepukhin A.V. Particularity of compositions of educational diagnostic tasks for detecting the level of formation of pupils cognitive universal educational actions. *Aktual'nye voprosy prepodavaniya matematiki, informatiki i informatsionnykh tekhnologii*, 2019, no. 4, pp. 67–75. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38165376>. EDN: <https://www.elibrary.ru/idrvad>. (In Russ.)

- [22] Pavlova L.V. Cognitive competency problems as a way of forming of future mathematics teachers' professional subject competence. *Izvestia: Herzen University Journal of Humanities & Sciences*, 2009, no. 113, pp. 169–174. Available at: https://lib.herzen.spb.ru/text/pavlova_113_169_174.pdf; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12872062>. EDN: <https://www.elibrary.ru/jtnhpt>. (In Russ.)
- [23] Pogorelskaya L.A. Typical tasks for the formation of universal educational actions in mathematics lessons. *Scientific and methodological electronic journal "Koncept"*, 2013, no. T9, pp. 79–85. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20933353>. EDN: <https://www.elibrary.ru/rqcezp>. (In Russ.)
- [24] Podkhodova N.S. Modeling as a universal educational action in the study of mathematics. *Elementary School*, 2011, no. 9, pp. 34–41. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17850364>. EDN: <https://www.elibrary.ru/paqcqp>. (In Russ.)
- [25] Romanyuk D.A., Suhovienko E.A. Monitoring model of the formation of universal learning actions in the process of teaching mathematics. *World of Science, Culture and Education*, 2018, no. 4 (71), pp. 160–164. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35576077>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xyvarf>. (In Russ.)
- [26] Tereshin N.A. Applied orientation of the school course of mathematics. Instructor's manual. Moscow: Prosveshchenie, 1990, 96 p. Available at: <https://sovietime.ru/matematika/napravlennost-kursa-matematiki-1990?ysclid=lnvqvwg1lm366324766>. (In Russ.)
- [27] Malysheva K.V. Psychological and pedagogical conditions for the formation of cognitive universal educational actions in schoolchildren when teaching mathematics in basic school. *Student Scientific Forum – 2019*. Available at: <https://scienceforum.ru/2019/article/2018011487>. (In Russ.)
- [28] Aniskin V.N., Dobudko T.V., Pugach V.I., Pugach O.I. Mathematical methods and computer-based simulation methods as the essential components of training masters of pedagogical education. *Science Vector of Togliatti State University. Series: Pedagogy, Psychology*, 2015, no. 4 (23), pp. 24–29. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25375788>. EDN: <https://www.elibrary.ru/vjhtml>. (In Russ.)