

ФИЗИКА PHYSICS



Научная статья

DOI: 10.18287/2541-7525-2023-29-2-48-61

УДК 629.7.05



Дата: поступления статьи: 12.04.2023
после рецензирования: 22.05.2023
принятия статьи: 30.06.2023

Алимов Л.Э.

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: alimov.le@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-4259-6707>

Салеев В.А.

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: saleev@samsu.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0505-5564>

АССОЦИАТИВНОЕ РОЖДЕНИЕ J/ψ -МЕЗОНОВ И ПРЯМЫХ ФОТОНОВ ПРИ ЭНЕРГИИ КОЛЛАЙДЕРА NICA¹

АННОТАЦИЯ

В статье рассматривается ассоциативное рождение J/ψ -мезонов и прямых фотонов при энергии коллайдера NICA, $\sqrt{s} = 27$ ГэВ в обобщенной партонной модели в лидирующем порядке теории возмущений квантовой хромодинамики. Адронизация пары $c\bar{c}$ -кварков в J/ψ -мезон описывается в рамках двух подходов: в модели цветных синглетов и в модели испарения цвета. Непертурбативные параметры моделей фиксируются из сравнения с имеющимися экспериментальными данными по рождению прямых J/ψ -мезонов, полученными при энергиях $\sqrt{s} = 19$ ГэВ и $\sqrt{s} = 200$ ГэВ. Показано, что процессы ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ могут быть использованы для изучения зависящих от поперечного импульса функций распределения глюонов в протоне.

Ключевые слова: NICA; чармониум; J/ψ -мезон; модель цветных синглетов; модель испарения цвета; жесткий процесс; обобщенная партонная модель; квантовая хромодинамика.

Цитирование. Алимов Л.Э., Салеев В.А. Ассоциативное рождение J/ψ мезонов и прямых фотонов при энергии коллайдера NICA // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2023. Т. 29, № 2. С. 48–61. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2023-29-2-48-61>.

Информация о конфликте интересов: авторы и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Алимов Л.Э., Салеев В.А., 2023

Лев Эддарович Алимов — магистр кафедры общей и теоретической физики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Владимир Анатольевич Салеев — доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Введение

Экспериментальное исследование процессов ассоциативного рождения J/ψ -мезонов и прямых фотонов в протон-протонных взаимодействиях представляет большой интерес не только для проверки пред-

¹Работа выполнена при поддержке гранта ОИЯИ.

сказаний пертурбативной квантовой хромодинамики (КХД) и различных моделей адронизации тяжелых кварков в кваркониум [1; 2], но и для получения информации о глюонных функциях распределения (ГФР) в протоне, в том числе зависящих от поперечного импульса поляризованных ГФР [3; 4].

Малость константы сильного взаимодействия на масштабе массы очарованного кварка $\alpha_S(m_c) \simeq 0.3$ позволяет проводить расчеты сечений рождения чармониев в рамках теории возмущений КХД. В настоящее время достигнута точность, отвечающая следующей за лидирующим приближением (СЛП) поправке, см. например, работу [5].

Процесс адронизации $c\bar{c}$ -пары тяжелых кварков в конечный чармоний — непертурбативный процесс, который может быть описан только в рамках феноменологических моделей. В модели цветных синглетов (МЦС) [6; 7] предполагается, что кварк-антикварковая пара рождается с квантовыми числами конечного чармония в синглетном состоянии по цвету. В более общем подходе нерелятивистской КХД (НРКХД), в котором учитываются релятивистские поправки по степеням относительной скорости кварка и антикварка, рождение чармония может происходить через промежуточные октетные по цвету состояния [8]. Другой подход к описанию адронизации, модель испарения цвета (МИЦ), предполагает, что все кварк-антикварковые пары с инвариантной массой от порога рождения чармония C до порога рождения открытого очарования с определенной вероятностью \mathcal{F}^C превращаются в этот чармоний [9; 10].

Принципиальную роль в описании спектров чармониев по поперечному импульсу играет выбор подхода факторизации эффектов физики жестких и мягких процессов. В области больших поперечных импульсов $p_T \geq m_c$, когда можно пренебречь поперечными импульсами начальных партонов, процессы протон-протонного взаимодействия адекватно описываются в коллинеарной партонной модели (КПМ) [11]. Однако для описания спектров в области малых поперечных импульсов $p_T \ll m_c$ необходимо учитывать наличие малого поперечного импульса начальных партонов, непертурбативной природы, что достигается в подходе так называемой TMD-факторизации, т. е. факторизации, зависящей от поперечного импульса или в неколлинеарной партонной модели (нКПМ) [12]. Для описания экспериментальных данных в промежуточной области поперечных импульсов $p_T \sim m_c$ используются различные процедуры "сшивания" результатов расчетов в КПМ и нКПМ [15] или феноменологический вариант нКМП — обобщенная партонная модель (ОПМ) [16].

В настоящее время накоплено большое количество экспериментальных данных по рождению J/ψ -мезонов в адронных взаимодействиях от энергий $\sqrt{s} = 19$ ГэВ до $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. В программу экспериментальных исследований коллаборации SPD NICA входит измерение сечений и спектров чармониев в поляризованных протон-протонных столкновениях при энергиях до $\sqrt{s} = 27$ ГэВ [13]. Рождение одиночных прямых фотонов в неполяризованных адронных взаимодействиях экспериментально хорошо изучено в широком диапазоне энергий [14] и планируется для изучения в столкновениях поляризованных протонов в экспериментах SPD NICA [13]. Однако до настоящего времени сечение ассоциативного рождения J/ψ -мезонов и прямых фотонов не было измерено ни в одном эксперименте.

В настоящей статье мы оцениваем возможность измерения сечения ассоциативного рождения J/ψ -мезонов и фотонов при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ в эксперименте SPD NICA. Сравняются предсказания, полученные в ОПМ при использовании различных моделей адронизации тяжелых кварков в чармониях, а именно МЦС и МИЦ.

1. Партонная модель жестких процессов

Описание сечений жестких процессов (процессов с большой передачей импульса) основывается на факторизации процессов партон-партонного взаимодействия с большими передачами импульсов и мягких (непертурбативных) процессов в начальном состоянии, которые описываются партонными функциями распределения (ПФР). Энергетический масштаб факторизации в процессах рождения чармониев определяется массой c -кварка или чармония $\mu_F \simeq m_\psi$. Здесь и ниже в качестве чармония рассматривается J/ψ -мезон. В области больших поперечных импульсов чармония, $p_T \geq \mu_F$, процессы рождения описываются в КПМ [11] с использованием формулы коллинеарной факторизации

$$d\sigma(pp \rightarrow J/\psi X) = \int dx_1 \int dx_2 f_g^{(p)}(x_1, \mu_F) f_g^{(p)}(x_2, \mu_F) d\hat{\sigma}(gg \rightarrow J/\psi g), \quad (1.1)$$

где $f_g^{(p)}(x, \mu_F)$ — коллинеарные ПФР глюонов в протоне, $d\hat{\sigma}(gg \rightarrow J/\psi g)$ — дифференциальное сечение партонного подпроцесса рождения пары $c\bar{c}$ -кварков, из которых формируется конечный J/ψ -мезон с большим поперечным импульсом. Наряду с подпроцессом глюон-глюонного слияния $gg \rightarrow J/\psi g$ в КПМ учитываются также и подпроцессы кварк-антикварковой аннигиляции $q\bar{q} \rightarrow J/\psi g$ и кварк-глюонного рассеяния $q(\bar{q})g \rightarrow J/\psi q(\bar{q})$.

В области малых поперечных импульсов, $p_T \ll m_\psi$, КПМ, с одной стороны, предсказывает расходящееся при $p_T \rightarrow 0$ дифференциальное сечение рассеяния, а с другой стороны, уже нельзя пренебрегать

малыми поперечными импульсами партонов в протоне, которые имеют принципиально непertурбативную природу. В этой кинематической области используется нКПМ [12], в которой формула факторизации записывается как свертка зависящих от поперечного импульса ПФР и сечения партонного процесса

$$d\sigma(pp \rightarrow J/\psi X) = \int dx_1 \int d^2q_{T1} \int dx_2 \int d^2q_{T2} F_g^{(p)}(x_1, q_{T1}, \mu_F, \mu_Y) \times \\ \times F_g^{(p)}(x_2, q_{T2}, \mu_F, \mu_Y) d\hat{\sigma}(gg \rightarrow J/\psi), \quad (1.2)$$

где $F_{g,q}^{(p)}(x, q_T, \mu_F, \mu_Y)$ — зависящие от поперечного импульса $q_T^\mu = (0, \mathbf{q}_T, 0)^\mu$ глюонов или кварков(антикварков), μ_Y — жесткий масштаб, регулирующий быстротные расходимости в нКПМ. Так как начальные партоны в нКПМ имеют ненулевые поперечные импульсы, то поперечный импульс пары $c\bar{c}$ или J/ψ -мезона тоже ненулевой и имеет непertурбативную природу. Известно, что при высоких энергиях основной вклад дает подпроцесс глюон-глюонного слияния $gg \rightarrow J/\psi$, но в области энергий $\sqrt{s} = 10-40$ ГэВ вклад кварк-антикварковой аннигиляции $q\bar{q} \rightarrow J/\psi$ становится соизмеримым с вкладом глюон-глюонного слияния. Партонные подпроцессы с испусканием дополнительных конечных партонов с большими поперечными импульсами в нКПМ не учитываются, т. к. вносят вклад в область больших поперечных импульсов $p_T \gg m_\psi$, и их учет нарушает факторизацию нКПМ. Для описания сечений в кинематической области промежуточных поперечных импульсов, $p_T \sim m_\psi$ используются различные процедуры "сшивания" [15]. Другой подход для единого описания сечений рождения при малых и больших поперечных импульсах основан на ОПМ [16], в которой используется формула факторизации (1.2), но в качестве зависящих от поперечного импульса ПФР рассатриваются феноменологические распределения:

$$F_{g,q}^{(p)}(x, \mathbf{q}_T, \mu) = f_{g,q}^{(p)}(x, \mu) G_{g,q}^{(p)}(\mathbf{q}_T), \quad (1.3)$$

где $f_{g,q}^{(p)}(x, \mu)$ — коллинеарная ФР глюонов или кварков в протоне, а зависимость от поперечного импульса аппроксимируется нормированным на единицу гауссианом

$$G_{g,q}^{(p)}(\mathbf{q}_T) = \frac{1}{\pi a} \exp\left(-\frac{\mathbf{q}_T^2}{a}\right), \\ \int d^2q_T G_{g,q}^{(p)}(\mathbf{q}_T) = 1, \quad (1.4)$$

где $a = \langle \mathbf{q}_T^2 \rangle$ — средний квадрат поперечного импульса партона в протоне, который рассатривается как свободный параметр модели и определяется из сравнения с экспериментальными данными. В качестве коллинеарных ПФР глюонов и кварков в протоне в наших расчетах используется параметризация MSTW [17].

Несмотря на наличие у начальных партонов в ОПМ поперечных импульсов, они остаются на массовой поверхности, что достигается путем введения связанных между собой положительной и отрицательной конусных компонент в 4-импульсы партонов:

$$q_1^\mu = x_1 P_1^\mu + \tilde{x}_1 P_2^\mu + q_{1T}^\mu, \quad (1.5)$$

$$q_2^\mu = x_2 P_2^\mu + \tilde{x}_2 P_1^\mu + q_{2T}^\mu, \quad (1.6)$$

где

$$P_1^\mu = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, 1), \quad P_2^\mu = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -1)^\mu, \\ q_{1,2T} = (0, \mathbf{q}_{1,2T}, 0)^\mu, \quad \tilde{x}_1 = \mathbf{q}_{1T}^2/(x_1 S), \quad \tilde{x}_2 = \mathbf{q}_{2T}^2/(x_2 S)$$

2. Модель цветowych синглетов

В рамках НРКХД [8] сечение рождения чармония \mathcal{C} в партонном подпроцессе $a + b \rightarrow \mathcal{C} + X$ может быть представлено как сумма членов, в которых эффекты физики больших и малых расстояний факторизованы следующим образом:

$$d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow \mathcal{C} + X) = \sum_n d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[n] + X) \langle \mathcal{O}^{\mathcal{C}}[n] \rangle, \quad (2.1)$$

где n обозначает набор квантовых чисел: цвет, спин, орбитальный и полный момент $c\bar{c}$ пары с 4-импульсом равным 4-импульсу физического чармония \mathcal{C} . Сечение подпроцесса $d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[n] + X)$ может быть рассчитано в пертурбативной КХД как ряд по степеням α_s , используя нерелятивистское приближение для относительного движения тяжелых кварков в $c\bar{c}$ -паре. Непertурбативный переход $c\bar{c}$ -пары в

чармониум \mathcal{C} описывается непертурбативными матричными элементами (НМЭ) $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{C}}[n] \rangle$, которые могут быть извлечены их экспериментальных данных.

В работе [18] было показано, что экспериментальные данные коллаборации PHENIX [19] для спектра по поперечному импульсу прямых J/ψ -мезонов в области $p_T \leq 1$ GeV хорошо описываются в МЦС, и вклад октетных НМЭ должен быть малым. Как будет показано ниже, если фитировать экспериментальные данные по p_T -спектрам прямых J/ψ -мезонов в области $p_T \leq 3$ GeV в МЦС и ОПМ, варьируя только параметр a в ПФР, можно получить хорошее согласие с экспериментом. При этом будут учитываться вклады партонных подпроцессов прямого рождения J/ψ -мезонов, каскадного рождения через распад состояния $\psi(2S)$ и через распады P -волновых чармониев χ_{cJ}

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(1)}] + g, \quad (2.2)$$

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_1^{(1)}] + g, \quad (2.3)$$

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_0^{(1)}], \quad (2.4)$$

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_2^{(1)}], \quad (2.5)$$

квадраты модулей амплитуд которых впервые были получены в работе [21] и представлены ниже:

$$\overline{|M(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(1)}] + g)|^2} = \frac{320\pi^3\alpha_s^3 M}{81(M^2 - t)^2(M^2 - u)^2(t + u)^2} \times \quad (2.6)$$

$$\times [M^4(t^2 + tu + u^2) - M^2(t + u)(2t^2 + tu + 2u^2) + (t^2 + tu + u^2)^2]$$

$$\overline{|M|(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_1^{(1)}] + g)|^2} = \frac{128\pi^3\alpha_s^3(- (M^2(t + u)) + t^2 + tu + u^2)^2}{3M^3(M^2 - t)^4(M^2 - u)^4(t + u)^4} \times \quad (2.7)$$

$$\times (M^{10}(t^2 + u^2) - 2M^8(t + u)(3t^2 - tu + 3u^2) + M^6(13t^4 + 20t^3u + 10t^2u^2 + 20tu^3 + 13u^4) - 4M^4(t + u)(3t^4 + 5t^3u + t^2u^2 + 5tu^3 + 3u^4) + M^2 + (4t^6 + 18t^5u + 25t^4u^2 + 20t^3u^3 + 25t^2u^4 + 18tu^5 + 4u^6) - 2tu(t + u)(t^2 + tu + u^2)^2),$$

$$\overline{|M(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_0^{(1)}])|^2} = \frac{8\pi^2\alpha_s^2}{3M^3}, \quad (2.8)$$

$$\overline{|M(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_2^{(1)}])|^2} = \frac{32\pi^2\alpha_s^2}{45M^3}, \quad (2.9)$$

где M —масса чармония в нерелятивистском приближении $M = 2m_c$. Как будет показано ниже, для согласованности результатов расчета при энергии $\sqrt{s} = 19.4$ GeV с экспериментальными данными коллаборации NA3 [20] необходимо учитывать дополнительные октетные вклады

$$q + \bar{q} \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(8)}], \quad (2.10)$$

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^1S_0^{(8)}], \quad (2.11)$$

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_0^{(8)}] \quad (2.12)$$

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_2^{(8)}] \quad (2.13)$$

с матричными элементами

$$\overline{|M(q + \bar{q} \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(8)}])|^2} = \frac{16\pi^2\alpha_s^2}{27M}, \quad (2.14)$$

$$\overline{|M(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^1S_0^{(8)}])|^2} = \frac{5\pi^2\alpha_s^2}{12M}, \quad (2.15)$$

$$\overline{|M(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_0^{(8)}])|^2} = \frac{5\pi^2\alpha_s^2}{M^3}, \quad (2.16)$$

$$\overline{|M(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_2^{(8)}])|^2} = \frac{4\pi^2\alpha_s^2}{3M^3}. \quad (2.17)$$

Ассоциативное рождение $J/\psi + \gamma$ в ОПМ и МЦС в лидирующем приближении (ЛП) описывается только процессами, идущими через синглетное по цвету состояние

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(1)}] + \gamma, \quad (2.18)$$

$$g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_1^{(1)}] + \gamma. \quad (2.19)$$

Однако вклад каскадных процессов рождения через распады $\psi(2S)$ и χ_{c1} оказывается пренебрежимо малым [1] и основной вклад дает процесс прямого рождения (2.18), квадрат модуля амплитуды которого равен

$$\begin{aligned} |M(g + g \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(1)}] + \gamma)|^2 &= \frac{1024\pi^3\alpha\alpha_s^2}{243M(M^2 - t)^2(M^2 - u)^2(t + u)^2} \times \\ &\times (s^3(t^2 + tu + u^2) + s^2(t + u)^3 + stu(t^2 + 3tu + u^2) + t^2u^2(t + u)). \end{aligned} \quad (2.20)$$

3. Модель испарения цвета

Другая популярная модель адронизации пары $c\bar{c}$ в чармониум – МИЦ [9; 10]. Актуальный статус МИЦ представлен в работе [22]. В ОПМ начальные партоны имеют поперечный импульс, поэтому описание спектров по поперечному импульсу J/ψ -мезонов возможно уже в лидирующем приближении по константе сильного взаимодействия с учетом партонных подпроцессов

$$g + g \rightarrow c + \bar{c} \rightarrow J/\psi \quad (3.1)$$

и

$$q + \bar{q} \rightarrow c + \bar{c} \rightarrow J/\psi. \quad (3.2)$$

В МИЦ сечение рождения прямых J/ψ -мезонов связано с сечением рождения $c\bar{c}$ -пар следующим образом:

$$\sigma(pp \rightarrow J/\psi X) = \mathcal{F}^\psi \int_{m_\psi^2}^{4m_D^2} \frac{d\sigma(pp \rightarrow c\bar{c}X)}{dM_{c\bar{c}}^2} dM_{c\bar{c}}^2, \quad (3.3)$$

где $M_{c\bar{c}}$ – инвариантная масса $c\bar{c}$ -пары с 4-импульсом $p_{c\bar{c}}^\mu = p_c^\mu + p_{\bar{c}}^\mu$, m_D – масса легчайшего D -мезона. Для учета кинематического эффекта, связанного с разницей масс промежуточного состояния и конечного чармония, 4-импульс $c\bar{c}$ -пары и J/ψ -мезона связан соотношением $p^\mu = (m_\psi/M_{c\bar{c}})p_{c\bar{c}}^\mu$. Универсальный параметр \mathcal{F}^ψ рассматривается как вероятность превращения $c\bar{c}$ -пары с инвариантной массой $m_\psi < M_{c\bar{c}} < 2m_D$ в J/ψ -мезон.

Протон-протонное сечение связано с партон-партонным сечением по формуле (1.2), где дифференциальное сечение рождения $c\bar{c}$ -пары с импульсом $\mathbf{p}_{c\bar{c}} = \mathbf{p}_c + \mathbf{p}_{\bar{c}}$ в партонном подпроцессе имеет вид

$$\frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow c\bar{c})}{d^3p_{c\bar{c}}dM_{c\bar{c}}^2} = \delta(\hat{s} - M_{c\bar{c}}^2)\delta^{(3)}(\mathbf{p}_{c\bar{c}} - \mathbf{p}_c - \mathbf{p}_{\bar{c}})\hat{\sigma}(gg \rightarrow c\bar{c}). \quad (3.4)$$

Здесь

$$\hat{\sigma}(gg \rightarrow c\bar{c}) = \frac{\pi\alpha_s^2}{3\hat{s}} \left[\left(1 + w + \frac{w^2}{16}\right) \ln \frac{1 + \sqrt{1-w}}{1 - \sqrt{1-w}} - \left(\frac{7}{4} + \frac{31}{16}w\right) \sqrt{1-w} \right]$$

и в случае рождения $c\bar{c}$ -пары в кварк-антикварковой аннигиляции

$$\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow c\bar{c}) = \frac{8\pi\alpha_s^2}{27\hat{s}} \left(1 + \frac{w}{2}\right) \sqrt{1-w},$$

где $w = 4m_c^2/\hat{s}$, $\hat{s} = (p_c + p_{\bar{c}})^2$.

Для описания ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ ОПМ и МИЦ учитываются процессы

$$g + g \rightarrow c + \bar{c} + \gamma \quad (3.5)$$

и

$$q + \bar{q} \rightarrow c + \bar{c} + \gamma. \quad (3.6)$$

Амплитуды процессов (3.5) и (3.6) рассчитываются аналитически с помощью программных пакетов FeynArts и FeynCalc [23] в системе Mathematica. Дифференциальное сечение рождения пары $J/\psi + \gamma$ в ОПМ и МИС может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(pp \rightarrow c\bar{c}\gamma X)}{dy_{c\bar{c}}dp_{Tc\bar{c}}^2 dy_\gamma dp_{T\gamma}^2 d\phi_\gamma} &= \mathcal{F}^\psi \int_{m_\psi^2}^{4m_D^2} dM_{c\bar{c}}^2 \int dx_1 d^2q_{T1} \int dx_2 d^2q_{T2} \times \\ &\times F_g^{(p)}(x_1, q_{1T}, \mu_F) F_g^{(p)}(x_2, q_{2T}, \mu_F) \frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow c\bar{c}\gamma)}{dM_{c\bar{c}}^2 dy_{c\bar{c}} dp_{Tc\bar{c}}^2 dy_\gamma dp_{T\gamma}^2 d\phi_\gamma}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где партонное сечение записывается как

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow c\bar{c}\gamma)}{dM_{c\bar{c}}^2 dy_{c\bar{c}} dp_{Tc\bar{c}}^2 dy_\gamma dp_{T\gamma}^2 d\phi_\gamma} &= \frac{1}{(8\pi)^4} \int d\Omega \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - p_{c\bar{c}} - p_\gamma) \times \\ &\times \sqrt{1 - \frac{4m_c^2}{M_{c\bar{c}}^2} \frac{|M(gg \rightarrow c\bar{c}\gamma)|^2}{x_1 x_2 s}}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Здесь используется ковариантный способ интегрирования по относительному 4-импульсу k^μ между c и \bar{c} кварками, когда квадрат модуля амплитуды подпроцесса $gg \rightarrow c\bar{c}\gamma$, усредненный по поляризациям начальных партонов и просуммированный по поляризациям конечных частиц, представляется как функция релятивистских инвариантов и углов Коллинза – Сопера ($d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$) в системе центра масс $c\bar{c}$ -пары:

$$|\overline{M(gg \rightarrow c\bar{c}\gamma)}|^2 = \Phi(\hat{s}, M_{c\bar{c}}^2, \hat{t}, \hat{u}, W_1, W_2, \theta, \phi, m_c), \quad (3.9)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (q_1 + q_2)^2, & M_{c\bar{c}}^2 &= (p_c + p_{\bar{c}})^2, \\ \hat{t} &= (q_1 - p_\gamma)^2, & \hat{u} &= (q_2 - p_\gamma)^2, \\ W_1 &= (q_1 - p_c)^2, & W_2 &= (q_2 - p_{\bar{c}})^2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

При этом

$$p_c^\mu = \frac{p_{c\bar{c}}^\mu}{2} + k^\mu, \quad p_{\bar{c}}^\mu = \frac{p_{c\bar{c}}^\mu}{2} - k^\mu$$

и

$$k^\mu = \frac{1}{2} \sqrt{M_{c\bar{c}}^2 - 4m_c^2} (X^\mu \sin\theta \cos\phi + Y^\mu \sin\theta \sin\phi + Z^\mu \cos\theta). \quad (3.11)$$

В системе центра масс сталкивающихся протонов базисные единичные 4-векторы заданы следующим образом:

$$X^\mu = \frac{1}{M_{c\bar{c}}} \left(|\mathbf{p}_{Tc\bar{c}}| \cosh(y), \sqrt{|\mathbf{p}_{Tc\bar{c}}|^2 + M_{c\bar{c}}^2}, 0, |\mathbf{p}_{Tc\bar{c}}| \sinh(y) \right)^\mu, \quad (3.12)$$

$$Y^\mu = \text{sgn}(y)(0, 0, 1, 0)^\mu, \quad (3.13)$$

$$Z^\mu = \text{sgn}(y)(\sinh(y), 0, 0, \cosh(y))^\mu. \quad (3.14)$$

4. Результаты расчетов

В первую очередь был проведен расчет сечений рождения и спектров по поперечному импульсу прямых J/ψ -мезонов в области $0 < p_{T\psi} < 3$ ГэВ при энергиях $\sqrt{s} = 200$ ГэВ [19] и $\sqrt{s} = 19.4$ ГэВ [20] в ОПМ и МЦС. При этом были фиксированы параметры моделей: параметра a в гауссовском распределении глюонов и кварков по поперечному импульсу и вероятности адронизации $c\bar{c}$ -пары в J/ψ -мезон \mathcal{F}^ψ . Результаты фита представлены в таблице. Полученные значения параметров при энергии NA3 используются ниже при расчетах сечения и различных спектров при энергии эксперимента SPD NICA.

Таблица

Результаты фитирования параметров ОПМ и МИЦ

Table

The results of fitting the parameters of OPM and MIC

Эксперимент	Энергия, \sqrt{s} , ГэВ	\mathcal{F}^ψ	$\langle q_T^2 \rangle_g$, ГэВ ²	$\langle q_T^2 \rangle_q$, ГэВ ²
PHENIX [19]	200	0.05	$2.09_{-0.07}^{+0.13}$	$0.45_{-0.18}^{+0.48}$
NA3 [20]	19.4	0.33	$0.96_{-0.04}^{+0.05}$	$0.29_{-0.03}^{+0.04}$

На рис. 4.1–4.10 серым выделены области неопределенности теоретических расчетов в зависимости от выбора жесткого масштаба $\mu_F = \xi m_\psi$, где $\xi = 0.5, 1.0, 2.0$. Как видно, на рисунках 4.1 и 4.2 в ОПМ экспериментальные данные для p_T -спектров прямых J/ψ -мезонов очень хорошо описываются, если область фитирования параметров моделей ограничена областью $0 < p_T < 3$ ГэВ. Причем параметр a для глюонных и кварковых функций распределения получается разным и сильно зависящим от энергии сталкивающихся протонов. Расчеты показывают, что при энергии 200 ГэВ вкладом кварк-антикварковой аннигиляции можно пренебречь (см. рис. 4.1), но при энергии 19.4 ГэВ вклад кварк-антикварковой аннигиляции в рождение J/ψ -мезонов становится существенным, особенно в области малых поперечных импульсов.

На рис. 4.3 показаны предсказания для зависимости дифференциального сечения ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ как функции суммарного поперечного импульса J/ψ -мезона и фотона в МИЦ и МЦС, а на рис. 4.4 как функции инвариантной массы системы $J/\psi + \gamma$, $M_{\psi\gamma}$. Наблюдается хорошее согласие между результатами расчетов в различных моделях адронизации.

На рис. 4.5 и 4.6 показаны, соответственно, дифференциальные спектры по разности быстрот $\Delta y_{\psi\gamma} = |y_\psi - y_\gamma|$ и разности азимутальных углов $\Delta\phi_{\psi\gamma} = |\phi_\psi - \phi_\gamma|$. Угловые корреляции особенно чувствительны к выбору зависящих от поперечного импульса ПФР.

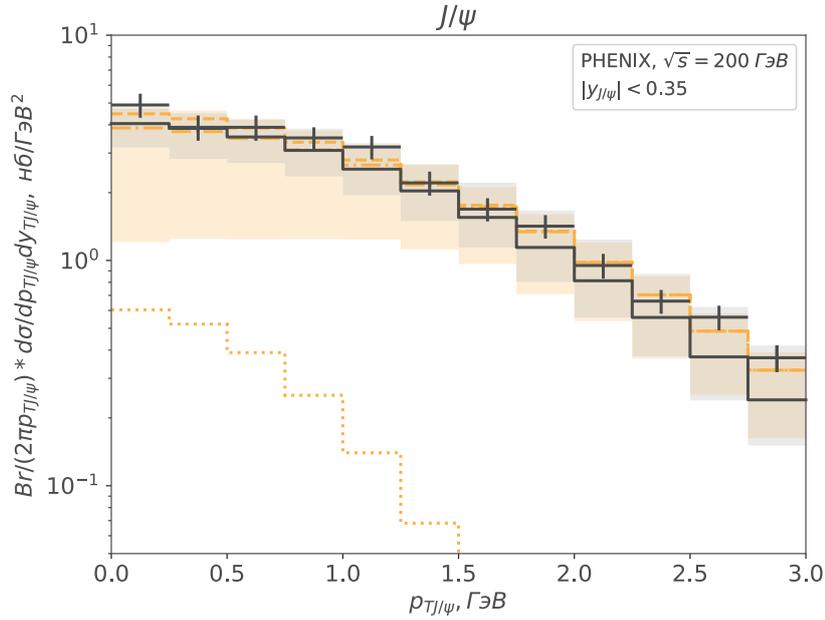


Рис. 4.1. Дифференциальное сечение рождения J/ψ -мезонов как функция поперечного импульса при энергии $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, $|y| < 0.35$ [19]. Сплошная кривая – в МЦС, штрих-пунктирная – в МИЦ, пунктирная – вклад кварк-антикварковой аннигиляции

Fig. 4.1. Differential cross-section of the J/ψ -mesons production as a function of the transverse momentum, at an energy of $\sqrt{s} = 200$ GeV, $|y| < 0.35$ [19]. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM, the dotted line – the contribution of quark-antiquark annihilation

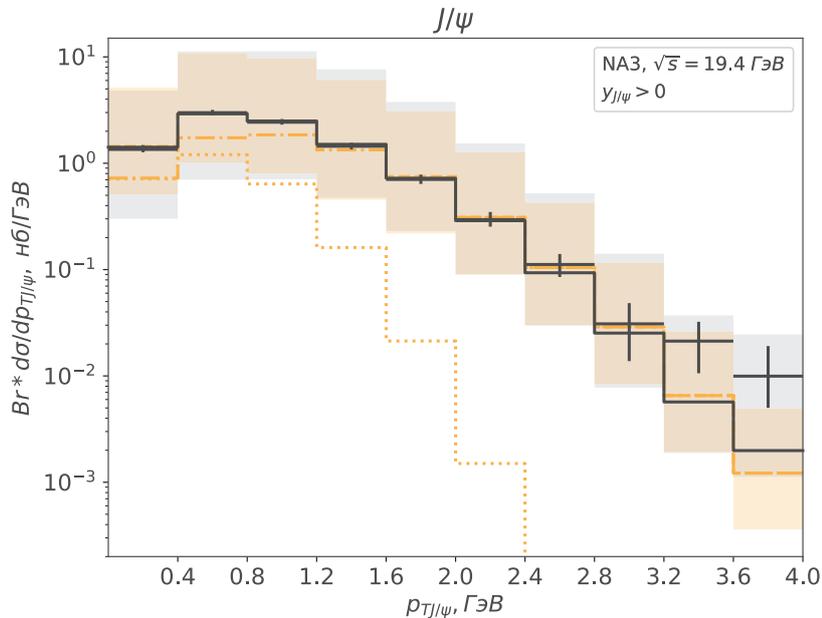


Рис. 4.2. Дифференциальное сечение рождения J/ψ -мезонов как функция поперечного импульса при энергии $\sqrt{s} = 19.4$ ГэВ, $y > 0$ [20]. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ, пунктирная – вклад кварк-антикварковой аннигиляции

Fig. 4.2. Differential cross-section of the J/ψ -mesons production as a function of the transverse momentum, at an energy of $\sqrt{s} = 19.4$ GeV, $y > 0$ [20]. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM, the dotted line – the contribution of quark-antiquark annihilation

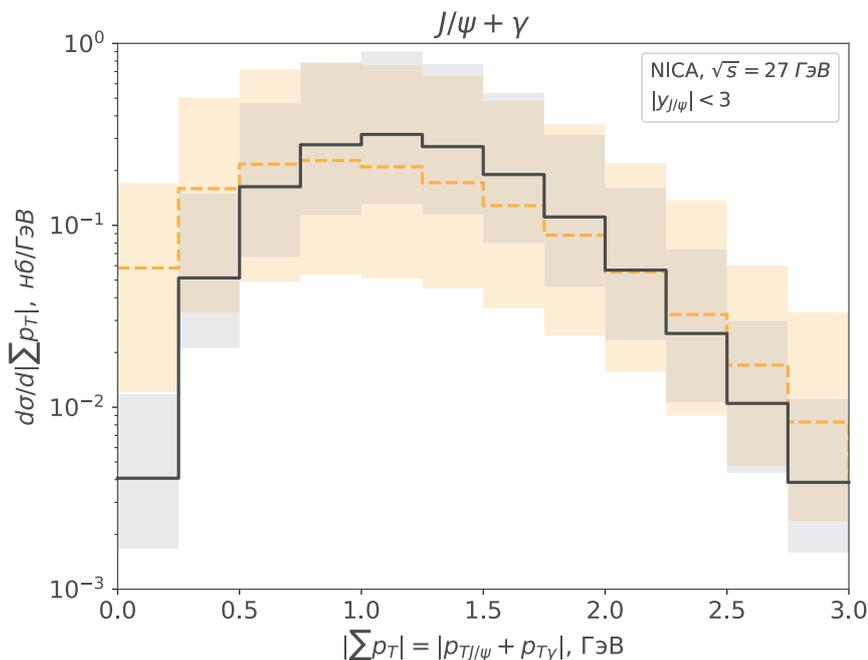


Рис. 4.3. Дифференциальное сечение рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функция их суммарного поперечного импульса при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ

Fig. 4.3. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of their total transverse momentum, at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ GeV. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

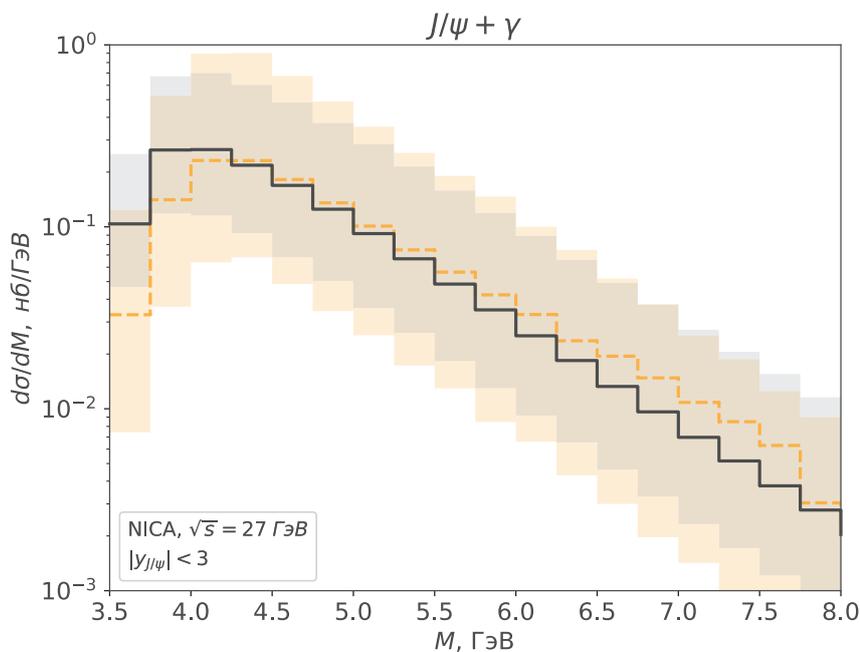


Рис. 4.4. Дифференциальное сечение рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функция инвариантной массы пары $M_{\psi\gamma}$ при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ

Fig. 4.4. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of the invariant mass of a pair $M_{\psi\gamma}$, at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ GeV. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

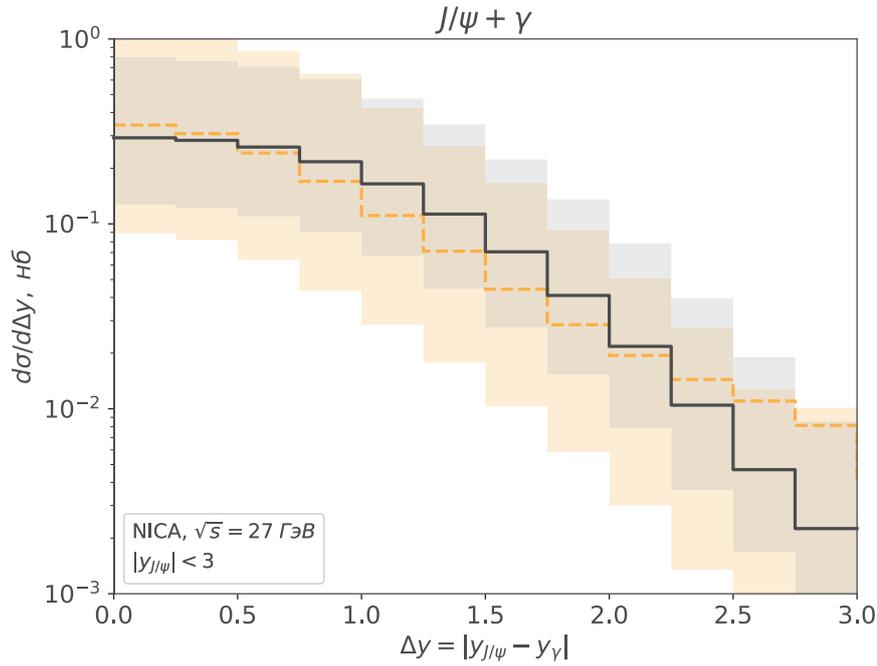


Рис. 4.5. Дифференциальное сечение рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функция разности быстрот $\Delta y_{\psi\gamma}$ при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_{\psi}| < 3$, $|y_{\gamma}| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ
 Fig. 4.5. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of the rapidity difference $\Delta y_{\psi\gamma}$, at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_{\psi}| < 3$, $|y_{\gamma}| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ GeV. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

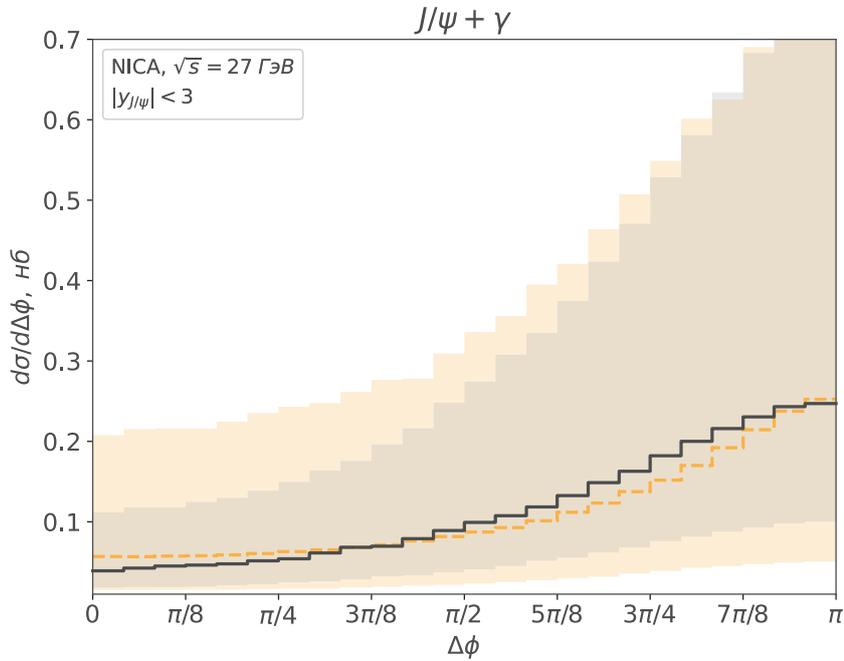


Рис. 4.6. Дифференциальное сечение рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функция разности азимутальных углов $\Delta\phi_{\psi\gamma}$ при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_{\psi}| < 3$, $|y_{\gamma}| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ
 Fig. 4.6. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of the azimuthal angles difference $\Delta\phi_{\psi\gamma}$, at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_{\psi}| < 3$, $|y_{\gamma}| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ GeV. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

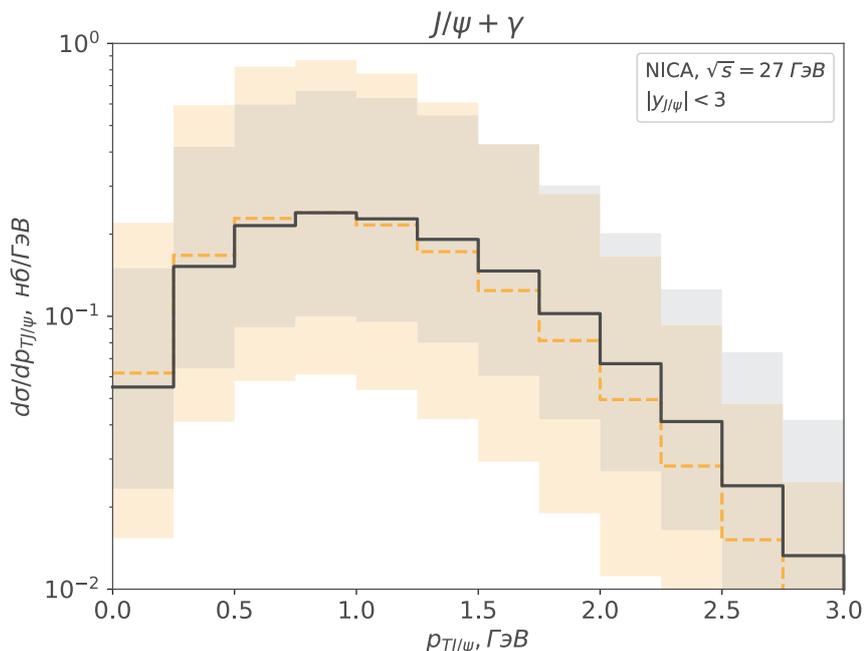


Рис. 4.7. Дифференциальные сечения рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функции поперечных импульсов $p_{T\psi}$ при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ
 Fig. 4.7. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of the J/ψ -meson transverse momentum $p_{T\psi}$, at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

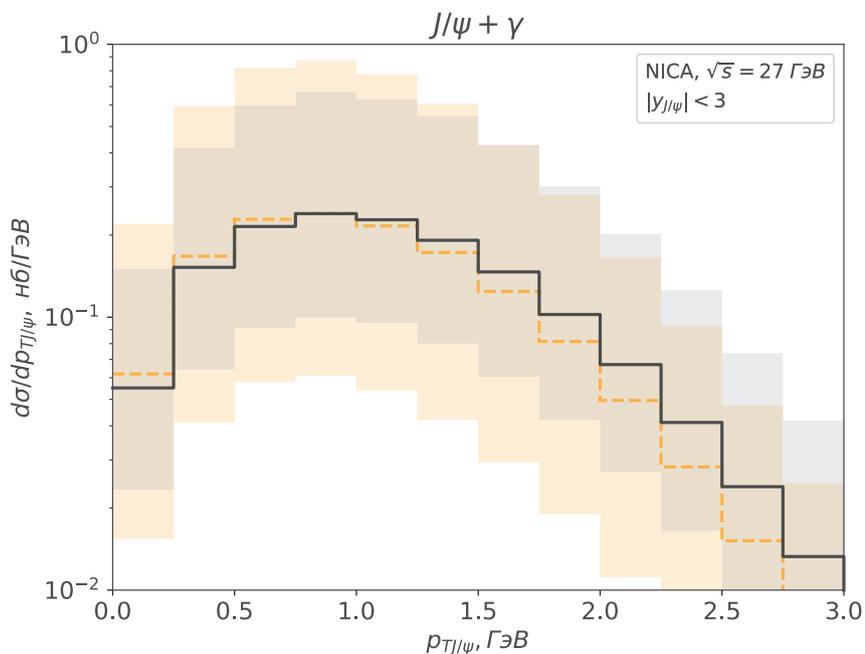


Рис. 4.8. Дифференциальные сечения рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функции поперечных импульсов $p_{T\gamma}$ при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ
 Fig. 4.8. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of the photon transverse momentum $p_{T\gamma}$, at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

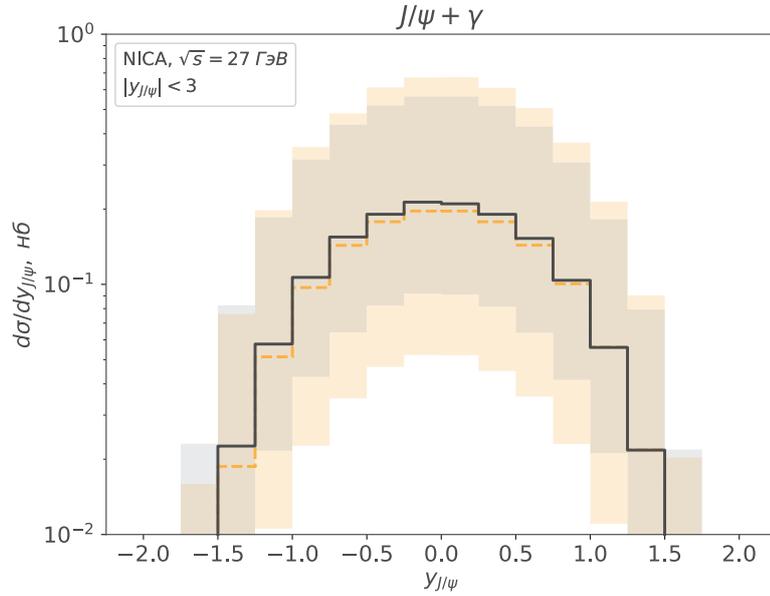


Рис. 4.9. Дифференциальные сечения рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функции быстроты y_ψ при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ
 Fig. 4.9. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of the J/ψ -meson rapidity y_ψ , at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ GeV. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

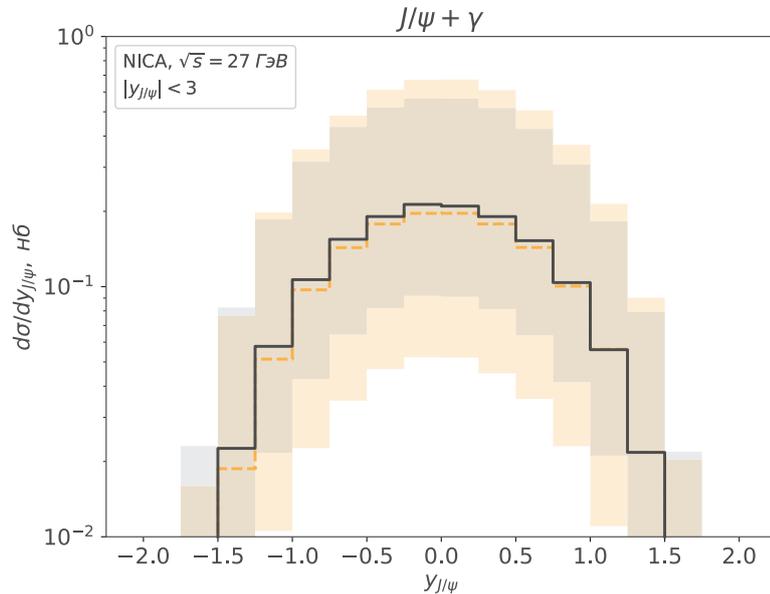


Рис. 4.10. Дифференциальные сечения рождения $J/\psi + \gamma$ пары как функции быстроты y_γ при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ. Сплошная кривая – в МЦС, пунктирная – в МИЦ
 Fig. 4.10. Differential cross-section of the $J/\psi + \gamma$ pairs production as a function of the photon rapidity y_γ , at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV, $|y_\psi| < 3$, $|y_\gamma| < 3$, $p_{T\gamma} > 0.5$ GeV. Solid curve – in CSM, dashed – in iCEM

Спектры по поперечному импульсу J/ψ -мезонов и фотонов в процессах ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ показаны на рис. 4.7 и 4.8. На рис. 4.9 и 4.10 изображены спектры по быстройте J/ψ -мезона и фотона, соответственно. При расчетах предполагалось, что на поперечные импульсы фотонов наложено ограничение $p_{T\gamma} > 0.5$ ГэВ, которое связано с возможностью экспериментальной регистрации прямых фотонов.

Заключение

При энергиях коллайдера NICA проведен расчет дифференциальных сечений ассоциативного рождения J/ψ -мезонов и прямых фотонов в ОПМ и в рамках моделей адронизации МЦС и МИЦ. Параметры моделей были фиксированы из сравнения с экспериментальными данными по спектрам прямых J/ψ -мезонов при энергиях экспериментов PHENIX [19] и NA3 [20]. Рассчитанные спектры для ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ слабо зависят от выбора модели адронизации, МЦС или МИЦ. Основная погрешность теоретических расчетов, как это обычно наблюдается в расчетах в ЛП по константе сильного взаимодействия, обусловлена неопределенностью в выборе жесткого масштаба и может достигать 100 %. Однако предсказываемые нами величины сечения ассоциативного рождения $J/\psi + \gamma$ при энергии эксперимента SPD NICA достаточно велики, что позволяет надеяться на возможность их экспериментального измерения, т. к. рождения прямых J/ψ -мезонов и прямых фотонов характеризуются по отдельности достаточными для выделения сигнала отношениями "сигнал-фон". Анализ этого отношения в случае совместного рождения $J/\psi + \gamma$ требует специального исследования, которое планируется сделать в будущем.

Литература

- [1] Drees M., Kim C. S. Associate $J/\psi + \gamma$ production: a clean probe of gluon densities // Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields. 1992. Vol. 53, № 4. P. 673–678. DOI: <http://doi.org/10.1007/BF01559746>.
- [2] Mehen T. Testing quarkonium production with photoproduced $J/\psi + \gamma$ // Physical Review D. 1997. Vol. 55, Issue 7. P. 4338–4343. DOI: <http://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9611321>.
- [3] Doncheski M.A., Kim C.S. Associated $J/\psi + \gamma$ production as a probe of the polarized gluon distribution // Physical Review D. 1994. Vol. 49, Issue 9. P. 4463–4468. DOI: <http://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9303248>.
- [4] Den Dunnen W.J. et al. Accessing the Transverse Dynamics and Polarization of Gluons inside the Proton at the LHC // Physical Review Letters. 2014. Vol. 112, Issue 21. Article number 212001. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.212001>.
- [5] Butenschoen M., Kniehl B.A. Next-to-leading order tests of non-relativistic-QCD factorization with J/ψ yield and polarization // Modern Physics Letters A. 2013. Vol. 28, № 9. Article number 1350027. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1212.2037>.
- [6] Baier R., Ruickl R. Hadronic collisions: a quarkonium factory // Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields. 1983. Vol. 19. Pp. 251–266. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01572254>.
- [7] Berger E.L., Jones D. Inelastic photoproduction of J/ψ and Upsilon by gluons // Physical Review D. 1981. Vol. 23, Issue 7. Article number 1521. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.23.1521>.
- [8] Bodwin G.T., Braaten E., Lepage G.P. Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium // Physical Review D. 1995. Vol. 51, Issue 3. Article number 1125. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevd.51.1125>.
- [9] Fritzsche H. Producing Heavy Quark Flavours in Hadronic Collisions: A Test of Quantum Chromodynamics // Physics Letters B. 1977. Vol. 67, № 2. P. 217–221. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(77\)90108-3](https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90108-3).
- [10] Halzen F. CVC for gluons and hadroproduction of quark flavours // Physics Letters B. 1977. Vol. 69, № 1. P. 105–108.
- [11] Collins J. Foundations of perturbative QCD. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 624 p. DOI: <http://doi.org/10.1017/CBO9780511975592>.
- [12] Collins J.C., Soper D.E., Serman G. Factorization of hard processes in QCD // Perturbative QCD. 1989. P. 1–91. DOI: http://dx.doi.org/10.1142/9789814503266_0001.
- [13] Arbuzov A. et al. On the physics potential to study the gluon content of proton and deuteron at NICA SPD // Progress in Particle and Nuclear Physics. 2021. Vol. 119. P. 103858. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2021.103858>. EDN: <https://elibrary.ru/buwwww>.
- [14] Vogelsang W., Whalley M. R. A compilation of data on single and double prompt photon production in hadron-hadron interactions // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. 1997. Vol. 23, № 7A. P. A1–A69. DOI: <https://doi.org/10.1088/0954-3899/23/7A/001>.
- [15] Echevarria M.G. et al. Matching factorization theorems with an inverse-error weighting // Physics Letters B. 2018. Vol. 781. P. 161–168. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.physletb.2018.03.075>.
- [16] Wong C.Y., Wang H. Effects of parton intrinsic transverse momentum on photon production in hard-scattering processes // Physical Review C. 1998. Vol. 58, Issue 1. Article number 376. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.58.376>.

- [17] Martin A.D., Stirling W.J., Thorne R.S. The role of FL (x , Q^2) in parton analyses // Physics Letters B. 2006. Vol. 635, № 5–6. P. 305–312. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.03.013>.
- [18] Karpishkov A.V., Saleev V.A., Nefedov M.A. Estimates for the single-spin asymmetries in the $p \uparrow p \rightarrow \rightarrow J/\psi X$ process at PHENIX RHIC and SPD NICA // Physical Review D. 2021. Vol. 104, № 1. P. 016008. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.016008>. EDN: <https://elibrary.ru/tenvgt>.
- [19] Adare A. et al. Ground and excited state charmonium production in $p + p$ collisions at $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ // Physical Review D. 2012. Vol. 85, Issue 9. P. 092004. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.092004>.
- [20] NA3 Collaboration. Experimental J/ψ hadronic production from 150 to 280 GeV/c // Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields. 1983. Vol. 20. P. 101–116.
- [21] Cho P., Leibovich A.K. Color-octet quarkonia production // Physical Review D. 1996. Vol. 53, Issue 1. P. 150. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.150>.
- [22] Ma Y.Q., Vogt R. Quarkonium production in an improved color evaporation model // Physical Review D. 2016. Vol. 94, Issue 11. P. 114029. DOI: <http://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.114029>.
- [23] Shtabovenko V., Mertig R., Orellana F. FeynCalc 9.3: New features and improvements // Computer Physics Communications. 2020. Vol. 256. P. 107478. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107478>.



Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2023-29-2-48-61

Submitted: 12.04.2023

Revised: 22.05.2023

Accepted: 30.06.2023

L.E. Alimov

Samara National Research University, Samara, Russian Federation

E-mail: alimov.le@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-4259-6707>

V.A. Saleev

Samara National Research University, Samara, Russian Federation

E-mail: saleev@samsu.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0505-5564>

ASSOCIATIVE PRODUCTION OF J/ψ -MESONS AND DIRECT PHOTONS AT THE ENERGY OF THE NICA COLLIDER

ABSTRACT

The article considers the associated production of J/ψ -mesons and direct photons at the energy of the NICA collider, $\sqrt{s} = 27 \text{ GeV}$, in the Generalized Parton Model in the leading order of perturbation theory of the quantum chromodynamics. Hadronization of a pair of $c\bar{c}$ -quarks to a J/ψ -meson is described in terms of two approaches: the color singlet model and the color evaporation model. Nonperturbative parameters of the models are fixed from comparison with the available experimental data on inclusive production of J/ψ -mesons obtained at energies from $\sqrt{s} = 19$ up to $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$. It is shown that the processes of the associative production of $J/\psi + \gamma$ can be used to study of gluon distribution functions depending on the transverse momentum in a proton.

Key words: NICA; charmonium; J/ψ -meson; color singlet model; color evaporation model; hard process; generalized parton model; quantum chromodynamics.

Citation. Alimov L.E., Saleev V.A. Associative production of J/ψ -mesons and direct photons at the energy of the NICA collider. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2023, vol. 29, no. 2, pp. 48–61. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2023-29-2-48-61>. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: authors and reviewers declare no conflict of interests.

© Alimov L.E., Saleev V.A., 2023

Lev E. Alimov — Master's Degree Student of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, 443086, Russian Federation.

Vladimir A. Saleev — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

References

- [1] Drees M., Kim C.S. Associate $J/\psi + \gamma$ production: a clean probe of gluon densities. *Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields*, 1992, vol. 53, no. 4, pp. 673–678. DOI: <http://doi.org/10.1007/BF01559746>.
- [2] Mehen T. Testing quarkonium production with photoproduced $J/\psi + \gamma$. *Physical Review D*, 1997, vol. 55, issue 7, pp. 4338–4343. DOI: <http://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9611321>.
- [3] Doncheski M.A., Kim C.S. Associated $J/\psi + \gamma$ production as a probe of the polarized gluon distribution. *Physical Review D*, 1994, vol. 49, issue 9. P. 4463–4468. DOI: <http://doi.org/10.48550/arXiv.hep-ph/9303248>.
- [4] Den Dunnen W.J. et al. Accessing the Transverse Dynamics and Polarization of Gluons inside the Proton at the LHC. *Physical Review Letters*, 2014, vol. 112, issue 21, article number 212001. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.212001>.
- [5] Butenschoen M., Kniehl B.A. Next-to-leading order tests of non-relativistic-QCD factorization with J/ψ yield and polarization. *Modern Physics Letters A*, 2013, vol. 28, no. 9, article number 1350027. DOI: <http://doi.org/10.48550/arXiv.1212.2037>.
- [6] Baier R., Ruckl R. Hadronic collisions: a quarkonium factory. *Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields*, 1983, vol. 19, pp. 251–266. DOI: <http://doi.org/10.1007/BF01572254>.
- [7] Berger E.L., Jones D. Inelastic photoproduction of J/ψ and Upsilon by gluons. *Physical Review D*, 1981, vol. 23, issue 7, article number 1521. DOI: <http://doi.org/10.1103/PhysRevD.23.1521>.
- [8] Bodwin G.T., Braaten E., Lepage G.P. Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium. *Physical Review D*, 1995, vol. 51, issue 3, article number 1125. DOI: <http://doi.org/10.1103/PhysRevD.51.1125>.
- [9] Fritzsche H. Producing Heavy Quark Flavours in Hadronic Collisions: A Test of Quantum Chromodynamics. *Physics Letters B*, 1977, vol. 67, issue 2, pp. 217–221. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(77\)90108-3](https://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90108-3).
- [10] Halzen F. CVC for Gluons and Hadroproduction of Quark Flavours. *Physics Letters B*, 1977, vol. 69, issue 1, pp. 105–108. DOI: [http://doi.org/10.1016/0370-2693\(77\)90144-7](http://doi.org/10.1016/0370-2693(77)90144-7).
- [11] Collins J. Foundations of perturbative QCD. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 624 p. DOI: <http://doi.org/10.1017/CBO9780511975592>.
- [12] Collins J.C., Soper D.E., Sterman G. Factorization of hard processes in QCD. *Perturbative QCD*, 1989, pp. 1–91. DOI: http://dx.doi.org/10.1142/9789814503266_0001.
- [13] Arbuzov A. et al. On the physics potential to study the gluon content of proton and deuteron at NICA SPD. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 2021, vol. 119, p. 103858. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2021.103858>. EDN: <https://elibrary.ru/buwvww>.
- [14] Vogelsang W., Whalley M.R. A compilation of data on single and double prompt photon production in hadron-hadron interactions. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 1997, vol. 23, no. 7A, pp. A1–A69. DOI: <https://doi.org/10.1088/0954-3899/23/7A/001>.
- [15] Echevarria M.G. et al. Matching factorization theorems with an inverse-error weighting. *Physics Letters B*, 2018, vol. 781, pp. 161–168. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.physletb.2018.03.075>.
- [16] Wong C.Y., Wang H. Effects of parton intrinsic transverse momentum on photon production in hard-scattering processes. *Physical Review C*, 1998, vol. 58, issue 1, article number 376. DOI: <http://doi.org/10.1103/PhysRevC.58.376>.
- [17] Martin A.D., Stirling W.J., Thorne R.S. The role of FL (x, Q²) in parton analyses. *Physics Letters B*, 2006, vol. 635, no. 5–6, pp. 305–312. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2006.03.013>.
- [18] Karpishkov A.V., Saleev V.A., Nefedov M.A. Estimates for the single-spin asymmetries in the $p \uparrow p \rightarrow J/\psi X$ process at PHENIX RHIC and SPD NICA. *Physical Review D*, 2021, vol. 104, issue 1, p. 016008. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.016008>. EDN: <https://elibrary.ru/tenvgt>.
- [19] Adare A. et al. Ground and excited state charmonium production in $p+p$ collisions at $\sqrt{s} = 200$ GeV. *Physical Review D*, 2012, vol. 85, issue 9, p. 092004. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.85.092004>.
- [20] NA3 Collaboration. Experimental J/ψ hadronic production from 150 to 280 GeV/c. *Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields*. 1983. Vol. 20. P. 101–116. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01573213>.
- [21] Cho P., Leibovich A.K. Color-octet quarkonia production. *Physical Review D*, 1996, vol. 53, issue 1, p. 150. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.150>.
- [22] Ma Y.Q., Vogt R. Quarkonium production in an improved color evaporation model. *Physical Review D*, 2016, vol. 94, issue 11, p. 114029. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.114029>.
- [23] Shtabovenko V., Mertig R., Orellana F. FeynCalc 9.3: New features and improvements. *Computer Physics Communications*, 2020, vol. 256, p. 107478. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2020.107478>.