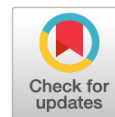




Научная статья



DOI: 10.18287/2541-7525-2022-28-1-2-32-45

УДК 517+531.01

Дата: поступления статьи: 12.04.2022  
после рецензирования: 18.05.2022  
принятия статьи: 14.11.2022

*М.В. Шамолин*

Институт механики Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

E-mail: shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9534-0213>

## ЗАДАЧИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ И ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ. ЧАСТЬ 8. ДВИЖЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА И АЛГОРИТМЫ ЕГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

### АННОТАЦИЯ

Данная статья является восьмой работой цикла по дифференциальной и топологической диагностике. В ней проводится качественный и численный математический эксперимент по диагностике системы управления летательным аппаратом при его планировании с высот, близких к орбитальным, с начальной скоростью, близкой к первой космической скорости. Предлагаемые алгоритмы диагностирования успешно работают при поиске различного рода опорных неисправностей, в частности, неисправностей датчиков управляющих сигналов с гиостабилизированной платформы, неисправностей, близких к опорным, при траекторных измерениях с ошибкой, а также в случае непрерывной экспресс-диагностики. При этом строится и используется определенный алгоритм диагностирования в соответствии с разработанной ранее методикой.

**Ключевые слова:** задача дифференциальной диагностики; система прямого (непрямого) управления; диагностирование; априорный список неисправностей.

**Цитирование.** Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 8. Движение летательного аппарата и алгоритмы его диагностирования // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2022. Т. 28, № 1–2. С. 32–45. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2022-28-1-2-32-45>.

**Информация о конфликте интересов:** автор и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Шамолин М.В., 2022

*Максим Владимирович Шамолин* — доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института механики, эксперт РАН, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 119192, Российская Федерация, г. Москва, Мичуринский пр., 1.

## Введение

Как уже отмечалось ранее [1; 8; 9], задача дифференциальной диагностики функционального состояния объектов управления может быть сведена к двум самостоятельным последовательно решаемым задачам: задаче контроля, т. е. установлению критерия наличия неисправности в системе, и задаче диагностирования, т. е. поиску происшедшей неисправности. Критерием наличия неисправности в системе может быть выход траектории объекта на некоторую заранее выбранную поверхность. Неисправность может произойти в любой заранее неизвестный момент времени движения объекта, в любой точке внутри данной поверхности контроля [10–12].

Исходной информацией при решении задачи контроля является математическая модель движения рассматриваемого объекта, ограниченная область ее начальных условий и априорный список

математических моделей движения объекта с той или иной возможной неисправностью. По этой информации может быть выбрана поверхность контроля. Задача же диагностирования может быть решена путем последующего слежения за траекторией объекта после ее выхода на поверхность контроля. При этом необходимо, чтобы процесс диагностики совершался во время движения объекта, был осуществлен в течение весьма краткого интервала времени. Эти обстоятельства иногда не позволяют использовать довольно громоздкие алгоритмы теории идентификации и приводят к необходимости построения алгоритмов непрерывной экспресс-диагностики [13–15].

Рассматривается применение развиваемой методики диагностирования к теории летательных аппаратов.

В качестве численного эксперимента было рассмотрено движение летательного аппарата (ЛА), описываемого уравнениями, приведенными в [16]. ЛА находится в режиме планирующего спуска с высот, близких к орбитальным ( $\cong 100$  км), с начальной скоростью, близкой к первой космической скорости. Воспроизведем полнее и уточним уравнения движения ЛА и покажем, что они приводятся в некотором смысле к каноническому виду.

Остановимся на общем описании рассматриваемого подхода подробнее. Проектирование современных систем управления движением сопряжено со значительными трудностями. Аналитическое исследование ограничено, поскольку порядок системы уравнений движения достаточно высок, сами уравнения нелинейны, нестационарны и многопараметричны. Имеются также такие факторы, как нецентральность поля тяготения, несферичность поверхности Земли и др.

В то же время можно решить рассматриваемый круг задач с помощью метода математического моделирования. Оно используется для синтеза законов управления летательных аппаратов, определения влияния ошибок датчиков инерциальной информации на характеристики движения.

## 1. Системы, описывающие движение летательного аппарата

Эти уравнения имеют следующую структуру.

Динамические уравнения центра масс (штрихом в системах нормального вида обозначается производная по времени)

$$V'_{y_i} = -W_{e_{y_i}} + g_{y_i} + \frac{F_{y_i}}{m}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.1)$$

где  $V_{y_i}$  — проекции вектора путевой скорости ЛА  $\mathbf{V}$  на оси системы координат  $M_{y_i}$ , связанной с географической вертикалью и ориентированной в азимуте в ортодромической координатной сетке,  $W_{e_{y_i}}$  — проекции составляющей ускорения точки  $M$ , обусловленной кривизной и вращением Земли на те же оси,  $g_{y_i}$  — проекции ускорения силы тяжести на рассматриваемую подвижную систему координат,  $F_{y_i}$  — проекции силы  $\mathbf{F}$ , действующей на ЛА, где  $\mathbf{F} = \mathbf{A} + \mathbf{T}$ ,  $\mathbf{A}$  — аэродинамическая сила,  $\mathbf{T}$  — сила тяги двигателя,  $m$  — масса ЛА.

Кинематические уравнения движения центра масс имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma'_1 &= \frac{V_{y_1}}{r \cos \sigma_2}, \\ \sigma'_2 &= \frac{V_{y_2}}{r}, \\ r' &= V_{y_3}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  — ортодромические долгота и широта центра масс (точки  $M$ ) летательного аппарата,  $r$  — радиус-вектор этой точки в системе  $O_{y_i}$ .

Уравнения движения ЛА вокруг центра масс в проекциях на оси  $M_s = M_{s_1}, M_{s_2}, M_{s_3}$  системы, жестко связанной с ЛА, таковы:

$$\begin{aligned} I_{s_1} \frac{d\omega_{s_1}}{dt} + (I_{s_3} - I_{s_2})\omega_{s_2}\omega_{s_3} - I_{s_2s_3}(\omega_{s_2}^2 - \omega_{s_3}^2) &= M_{s_1}, \\ I_{s_2} \frac{d\omega_{s_2}}{dt} + (I_{s_1} - I_{s_3})\omega_{s_1}\omega_{s_3} - I_{s_2s_3} \left( \frac{d\omega_{s_3}}{dt} + \omega_{s_2}\omega_{s_3} \right) &= M_{s_2}, \\ I_{s_3} \frac{d\omega_{s_3}}{dt} + (I_{s_2} - I_{s_1})\omega_{s_1}\omega_{s_2} - I_{s_2s_3} \left( \frac{d\omega_{s_2}}{dt} - \omega_{s_1}\omega_{s_2} \right) &= M_{s_3}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $I_{s_1}, I_{s_2}, I_{s_3}$  — главные, а  $I_{s_2s_3}$  — центробежный моменты инерции,  $\omega_{s_i}, i = 1, 2, 3$ , — угловые скорости ЛА; все — в проекциях на оси  $M_s$ .

Так как

$$\omega_s = \omega_c + \alpha' + \beta' + \gamma'_c, \quad (1.4)$$

где  $\omega_c$  — угловая скорость траекторной системы координат,  $\alpha$  — угол атаки,  $\beta$  — угол скольжения,  $\gamma_c$  — угол скоростного крена, то имеем еще одну группу кинематических уравнений:

$$\omega_s = D_{sc}\omega_c + \gamma'_c D_{sn} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta' \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha' \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

в которой сами уравнения можно разрешить относительно  $\alpha', \beta', \gamma'_c$ . Здесь  $D_{sc}, D_{sn}$  — матрицы перехода [17; 18].

Кроме того, имеем группу уравнений, выражающих величину  $\omega_c$  через  $U, \sigma_1, \sigma_2, \psi_c$  и  $\theta$ , где  $U$  — угловая скорость вращения Земли,  $\psi_c$  — угол скоростного курса,  $\theta$  — угол наклона траектории:

$$\omega_c = D_{cy} \left[ U_y + \psi'_c \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \sigma'_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + \sigma'_1 D_{c\zeta} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \theta' \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

где  $D_{cy}, D_{c\zeta}$  — соответствующие матрицы перехода [19; 20].

Из определения углов  $\psi_c$  и  $\theta$  следуют соотношения

$$\theta' = \frac{\psi'_c = -\frac{V'_{y1} \cos \psi_c + V'_{y2} \sin \psi_c}{V \cos \theta},}{V'_{y3} \cos \theta + \sin \theta (V'_{y1} \sin \psi_c - V'_{y2} \cos \psi_c)}, \quad (1.7)$$

где  $V$  — абсолютная величина вектора путевой скорости ЛА.

Уравнения (1.1)–(1.7) могут быть представлены в виде одного уравнения нормального вида на своем 14-мерном фазовом многообразии как

$$x' = K(x), \quad (1.8)$$

где  $x$  — 14-мерный вектор [21]:

$$x = (V_{y1}, V_{y2}, V_{y3}, \psi_c, \theta, r, \lambda, \varphi, \omega_{s1}, \omega_{s2}, \omega_{s3}, \alpha, \beta, \gamma_c). \quad (1.9)$$

Здесь (для простоты) рассмотрен случай, когда полюс ортодромии лежит на оси вращения Земли, т. е.  $\sigma_1 = \lambda$ ,  $\sigma_2 = \varphi$ , где  $\lambda$  и  $\varphi$  — геоцентрические долгота и широта центра масс ЛА [22; 23].

## 2. Система управления летательного аппарата

Аэродинамические силы и моменты, действующие на ЛА, определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} X &= c_x \frac{\rho V^2}{2} S, \quad Y = c_y \frac{\rho V^2}{2} S, \quad Z = c_z \frac{\rho V^2}{2} S, \\ M_{s1} &= \frac{\rho V^2}{2} S b_a m_z, \quad M_{s2} = \frac{\rho V^2}{2} S l m_x, \quad M_{s3} = \frac{\rho V^2}{2} S l m_y, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $\rho$  — плотность воздуха на высоте полета,  $S$  — характерная площадь ЛА,  $b_a$  — средняя аэродинамическая хорда,  $l$  — размах крыльев,  $c_x, c_y, c_z$  — аэродинамические коэффициенты сил,  $m_x, m_y, m_z$  — аэродинамические коэффициенты моментов.

Будем рассматривать аэродинамические коэффициенты в виде

$$\begin{aligned} c_x &= c_{x\alpha}(M, \alpha) + c_{xTP}(M, h), \\ c_y &= c_{y\alpha}(M, \alpha) + c_y^{\delta_b}(M) \delta_b, \\ c_z &= c_z^\beta(M, \alpha) \beta + c_z^{\delta_H}(M, \alpha) \delta_H, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} m_x &= m_{s1} = m_{s1\alpha}(M, \alpha) + m_{s1}^{\omega_{s1}}(M) \frac{b_a}{V} \omega_{s1} + m_{s1}^{\delta_b}(M) \delta_b, \\ m_y &= m_{s2} = m_{s2}^\beta(M, \alpha) \beta + m_{s2}^{\omega_{s2}}(M) \frac{l}{2V} \omega_{s2} + m_{s2}^{\omega_{s3}}(M) \frac{l}{2V} \omega_{s3} + \\ &\quad + m_{s2}^{\delta_H}(M, \alpha) \delta_H + m_{s2}^{\delta_E}(M) \delta_E, \\ m_z &= m_{s3} = m_{s3}^\beta(M, \alpha) \beta + m_{s3}^{\omega_{s2}}(M) \frac{l}{2V} \omega_{s2} + m_{s3}^{\omega_{s3}}(M) \frac{l}{2V} \omega_{s3} + \\ &\quad + m_{s3}^{\delta_H}(M, \alpha) \delta_H. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь  $\delta_b, \delta_E, \delta_H$  имеют вполне ясный геометрический смысл, а именно отклонение рулей высоты, элеронов и рулей направления, соответственно.

Структура системы управления отклонением рулей высоты, направления и элеронов зависит от выбранной программы движения. В данной работе рассмотрено управления следующего вида:

$$\delta_u = f(\delta_{u \max}, \delta_u^0), \quad u = b, E, H, \quad (2.4)$$

где  $\delta_{u \max}$  — максимальная величина отклонения величин  $\delta_b, \delta_E, \delta_H$ , соответственно, а  $f$  — некоторая (не обязательно гладкая) функция.

Переменные  $\delta_u^0$  определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \delta_b^0 &= r_1 \omega_{s1} - r_2 \Phi[1] + f(\alpha_m, \sigma_b), \\ \delta_E^0 &= k_1 \omega_{s2} - k_2 \Phi[2] + f(\gamma_m, \sigma_E) + k_7 \Phi[3], \\ \delta_H^0 &= l_1 \omega_{s3} - l_2 \Phi[3] + f(\beta_m, \sigma_H) + l_7 \Phi[2]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь  $\Phi[1] = \theta'$ ,  $\Phi[2] = \gamma_n - \gamma'_s$ ,  $\Phi[3] = -\beta'$  — сигналы, поступающие с гиросплатформы [24]: значения углов тангажа ( $\theta'$ ), скольжения ( $-\beta'$ ) и разности между программным ( $\gamma_n$ ) и вычисленным ( $\gamma'_s$ ) значениями угла крена.

Сигналы с постоянными коэффициентами  $r_i, k_j, l_s$  формируются в зависимости от углового движения ЛА. Сигналы  $f(\sigma_u)$  формируются в зависимости от характеристик траекторного движения ЛА. Здесь  $f(\sigma_u)$  также некоторая (не обязательно гладкая) функция. Сигналы формируются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_b &= r_3(\alpha' - \alpha_n) + r_4(\tilde{\alpha}' - \alpha_n) + r_5 \int_{t_0}^t (\alpha' - \alpha_n) dt, \\ \sigma_E &= k_3(\sigma_{2n}'^0 - \sigma_{2n}) + k_4(\tilde{\sigma}_{2n}'^0 - \tilde{\sigma}_{2n}) + k_5 \int_{t_0}^t (\sigma_2'^0 - \sigma_2) dt + k_6(\psi_s' - \psi_{sn}), \\ \sigma_H &= l_3(\sigma_{2n}'^0 - \sigma_{2n}) + l_4(\tilde{\sigma}_{2n}'^0 - \tilde{\sigma}_{2n}) + l_5 \int_{t_0}^t (\sigma_2'^0 - \sigma_2) dt + l_6(\psi_s' - \psi_{sn}). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Здесь величины  $K'$  (со штрихом) — суть вычисленные значения переменных,  $K_n$  (с индексом “n”) — программные значения этих переменных,  $r_i, k_j, l_s$  — постоянные коэффициенты,  $\alpha_m, \beta_m, \gamma_m$  — постоянные, ограничивающие значения рассматриваемых сигналов траекторного слежения.

Значения коэффициентов  $r_i, k_j, l_s$  приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Table 2.1

	1	2	3	4	5	6	7
$r$	20	0	10	0	0	0	0
$k$	0,4	0,3	0	0	0	0	1
$l$	7	7	0	0	0	0	0,3

Уравнения (1.8) совместно с (1.9)–(2.6) и с учетом табл. 2.1 могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} x'' &= X(x) + A(x)\xi, \\ \xi &= \Phi(\delta), \\ \delta &= Bx^* + f(\sigma), \\ \sigma &= Cx^{**}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Здесь

$$x^* = (\omega_{s_1}, \omega_{s_2}, \omega_{s_3}, \theta^*, \gamma_n - \gamma_s^*, -\beta) \quad (2.8)$$

и

$$x^{**} = (\alpha^* - \alpha_n, \psi_s^* - \psi_n, \sigma_s^* - \sigma_n) \quad (2.9)$$

— шестимерный и трехмерный векторы, составляющие которых представляют значения некоторых координат фазового вектора состояния  $x$ , вычисленные на ЛА в процессе полета или сигналов, поступающих с гироскопов;

$$\delta = (\delta_b^0, \delta_E^0, \delta_H^0) \quad (2.10)$$

— трехмерный вектор переменных вида (2.5);

$$\Phi(\delta) = (f(\delta_{b \max}, \delta_b^0), f(\delta_{E \max}, \delta_E^0), f(\delta_{H \max}, \delta_H^0)) \quad (2.11)$$

и

$$f(\sigma) = (f(\alpha_m, \sigma_b), f(\gamma_m, \sigma_E), f(\beta_m, \sigma_H)) \quad (2.12)$$

— трехмерные векторы допустимых нелинейных функций, имеющих вид (2.5)–(2.6), где

$$\sigma = (\sigma_b, \sigma_E, \sigma_H) \quad (2.13)$$

— трехмерный вектор сигналов (2.6);

$$B = \begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 & -r_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & 0 & -k_2 & k_7 \\ 0 & 0 & l_1 & 0 & l_7 & -l_2 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

и

$$C = \begin{pmatrix} r_3 & 0 & 0 \\ 0 & k_6 & 0 \\ 0 & 0 & l_6 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

— постоянные матрицы;

в настоящей работе в численном эксперименте коэффициенты  $k_6$  и  $l_6$  принимались равными нулю.

Уравнение

$$x'' = X(x) + A(x)\xi, \quad (2.16)$$

где  $x$  — 14-мерный фазовый вектор (1.9) системы (2.7),  $\xi = (\delta_b, \delta_E, \delta_H)$  — 3-мерный вектор управления,  $X(x)$  и  $A(x)$  — матрицы-функции с довольно громоздкими коэффициентами — здесь не приводятся [25].

Система (2.7) представляет в настоящей работе систему с прямым перекрестным управлением по отклонениям рулей высоты, элеронов и направления.

### 3. Численный эксперимент и анализ пространства неисправностей

Мы моделировали движение ЛА, представляющее собой планирующий спуск с высот, близких к орбитальным ( $\cong 100$  км), с начальной скоростью, близкой к первой космической скорости. Программное движение определялось заданием программного угла атаки и угла крена.

Численный эксперимент заключался в моделировании различных неисправностей в системе управления (2.5) и (2.6). Был составлен список возможных неисправностей, в соответствии с классификацией неисправностей, приведенной в [26].

Первый список возможных неисправностей включал следующие неисправности, происходящие в первом канале управления (2.5), т. е. в канале управления рулями высоты  $\delta_b$ .

#### 3.1. Априорный список неисправностей № 1

Список состоял из 5 следующих неисправностей.

1) *Отказ датчика угловой скорости  $\omega_{s_1}$* . Неисправность моделировалась путем обнуления коэффициента  $r_1$  в матрице  $B$  в момент времени  $t = t_0$ ,  $t_0$  — момент возникновения неисправности.

Таким образом, при неисправности 1 из априорного списка неисправностей № 1 выполняется условие

$$r_1(t) = 0, \quad t \geq t_0. \quad (3.1)$$

2) *Отказ при формировании сигнала  $\sigma_b$* . Моделируется путем обнуления коэффициента  $r_3$  в матрице  $C$ :

$$r_3(t) = 0, \quad t \geq t_0. \quad (3.2)$$

3) *Нарушение симметрии функции  $f(\delta_{b_{\max}}, \delta_b^0)$* . Моделируется путем замены  $f(\delta_{b_{\max}}, \delta_b^0)$  на  $f(\delta_{b_{\max}}, \delta_b^0 + \delta')$ , т. е. сдвига графика функции  $f$  по оси  $x$ .

4) *Заклинивание управляющего органа (руля высоты)*. Моделируется как  $\delta_b(t) = \delta_b(t_0)$  при  $t \geq t_0$ , где  $t_0$  — момент возникновения неисправности.

5) *Активный отказ управляющего органа (руля высоты)*. Значение  $\delta_b$  в момент возникновения неисправности  $t_0$  скачком меняется на  $\delta_{b_{\max}}$  — максимально возможное значение  $\delta_b$ .

Таким образом, при неисправности 5 из априорного списка неисправностей № 1 выполняется условие

$$\delta_b(t) = \delta_{b_{\max}}, \quad t \geq t_0. \quad (3.3)$$

В процессе полета тяжелого ЛА, уравнения движения которого рассмотрены выше, характерно наличие двух существенно отличных по временным характеристикам движений. Это движения вокруг центра масс с постоянными времени порядка минут.

Все перечисленные выше неисправности приводят к изменениям относительно исправного движения вокруг центра масс. В то же время движения ЛА относительно центра масс при различных неисправностях различны между собой и приводят к выходу на поверхность контроля через разные промежутки времени, начиная с момента возникновения неисправности.

Численное интегрирование исправной и соответствующих неисправных систем (2.7) проводилось с шагом  $h = 0,8$  с, характерным для движения относительно центра масс тяжелого ЛА с данными уравнениями движения.

#### 3.2. О поверхности контроля

Вектор контроля  $y(t)$  для данной системы состоял из одной компоненты — угла атаки  $\alpha$ . Множество начальных условий представляло собой сферу  $S_{0,1}^{x_0}$  радиуса 0,1 (рад) в пространстве фазовых переменных с центром в точке

$$x_0 = (V_{y_1}^0, V_{y_2}^0, V_{y_3}^0, \psi_c^0, \theta^0, r^0, \lambda^0, \varphi^0, \omega_{s_1}^0, \omega_{s_2}^0, \omega_{s_3}^0, \alpha^0, \beta^0, \gamma_c^0). \quad (3.4)$$

Здесь используются следующие постоянные:

$$\begin{aligned} V_{y_1}^0 &= 7350 \text{ км}, \quad V_{y_2}^0 = 0, \quad V_{y_3}^0 = 0, \\ \lambda^0 &= 0, \quad \varphi^0 = 45^\circ, \quad \omega_{s_1}^0 = 0, \quad \omega_{s_2}^0 = 0, \quad \omega_{s_3}^0 = 0, \\ \alpha^0 &= 0,519 \text{ рад}, \quad \gamma_c^0 = 0, \quad \beta^0 = 0, \\ r^0 &= 646572 \text{ м} \quad (h = 100 \text{ км}). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Промежуток времени процесса построения был выбран в следующих пределах:

$$[0; 2000 \text{ с}]. \quad (3.6)$$

Для такого множества начальных условий  $X^0$ , вектора контроля  $y(0)$  и априорного списка неисправностей методом статистических испытаний [27] была получена поверхность контроля  $\pi_k$  — отрезок  $[0, 499; 0, 539]$  (в радианах). При исправном движении ЛА значение угла атаки находится внутри  $\pi_k$ . Поверхность контроля построена с доверительной вероятностью, не меньшей 0,95 (доказанное утверждение).

### 3.3. Об обнаружении неисправностей

Путем численного интегрирования системы (2.7) моделировалось исправное функционирование объекта (полет ЛА), затем возникновение некоторой ( $j$ -й) неисправности из априорного списка в момент времени  $t_0$  и дальнейшее функционирование вплоть до выхода траектории на поверхность  $\pi_k$ . Времена выхода на  $\pi_k$  для разных неисправностей из списка приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1  
Table 3.1

Номер неисправности	1	2	3	4	5
Время выхода на поверхность контроля $\pi_k$ (с)	28	118	16	36	2,4

По выходе траектории на  $\pi_k$  включается алгоритм диагностирования с вектором диагностирования  $z = \alpha$ , т. е. содержащим ту же компоненту фазового вектора, что и вектор контроля.

Характеристиками алгоритма являются время диагностирования  $\tau$  и число измерений  $N$  (так как численное интегрирование осуществлялось с шагом  $h = 0,8$  с, то  $N$  и  $\tau$  связаны соотношением  $\tau = Nh$ ).

Численный эксперимент показал, что для всех номеров  $i$  из априорного списка неисправностей алгоритм диагностирования правильно определяет априорные неисправности при  $N = 3$  ( $\tau = 2,4$  с). Моделировалось также обнаружение неисправностей с вектором диагностирования

$$\bar{z} = (\omega_{s_1}^0, \omega_{s_2}^0, \omega_{s_3}^0). \quad (3.7)$$

Численный эксперимент также показал, что для  $\bar{z}$  все неисправности из априорного списка определялись однозначно за число измерений  $N = 3$ .

Прежде чем переходить к неисправностям не из априорного списка, сделаем ряд топологических замечаний.

**Определение 3.1.** *Диагностическим пространством назовем совокупность датчиков, которой становится в соответствие набор возможных опорных неисправностей  $H_j$  с их окрестностями  $O_j$ , подвергающихся диагностированию посредством опорных невырожденных неисправностей из класса возможных.*

Уточним математическую структуру всего диагностического пространства:

$$(M; O_1, O_2, \dots, O_l; A_1, A_2, A_3), \quad (3.8)$$

где  $M$  — множество рассмотренных неисправностей  $H_1, \dots, H_l$  вместе с их окрестностями  $O_1, \dots, O_l$ . Аксиомы  $A_1, A_2, A_3$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} A_1 : \forall H_j \in M \exists O_j (H_j \subset O_j); \\ A_2 : \forall O_j \exists H_j (H_j \subset O_j); \\ A_3 : H_j \subset O_j \cap O_k \Rightarrow \exists O_\mu (H_j \subset O_\mu \subset O_j \cap O_k \vee O_\mu \subset O_j \cup O_k). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Аксиома  $A_1$  утверждает, что окрестности  $O_j$ , являющиеся подмножествами множества  $M$ , покрывают все  $M$ , а из аксиомы  $A_2$  следует, что эти окрестности не пусты.

Аксиома  $A_3$  позволяет обеспечить непрерывный процесс приближения к элементу  $H_j$ :

$$H_j = \lim_{\mu \rightarrow \infty} O_\mu \Leftrightarrow \forall O_\mu \exists \bar{M} (\mu > \bar{M} \Rightarrow H_j \subset O_\mu), \quad (3.10)$$

каждая окрестность  $O_\mu$  которого содержит  $H_j$  и “близкие” к  $H_j$  неподвижные и не содержащиеся в рассматриваемом наборе неисправности, которые, если они возникнут в окрестностях  $O_j$ , надо уметь диагностировать посредством априорного набора неисправностей.

Если же под элементом  $x$  понимать не только событие  $H_j$ , но и непредвиденное событие (не включенное в список  $H$  возможных неисправностей), которое может произойти в любой

точке  $M$  и которое требуется диагностировать посредством  $H_j$ , то аксиомы математической структуры диагностического пространства (3.8) могут быть записаны в следующем виде:

$$A_1 : \forall x \in M \exists O_i (x \in O_i), \quad (3.11)$$

то есть окрестности покрывают все  $M$ ;

$$A_2 : \forall O_i \exists x (x \in O_i), \quad (3.12)$$

то есть окрестности не пусты;

$$A_3 : x \in O_i \cap O_j \Rightarrow \exists O_k (x \in O_k \subset O_i \cap O_j \vee O_k \subset O_i \cup O_j), \quad (3.13)$$

то есть окрестности можно измельчать и обеспечивать процесс приближения к элементу  $x$ .

Предел последовательности  $\{O_k\}$  можно определить как элемент

$$x = \lim_{k \rightarrow \infty} O_k, \quad (3.14)$$

каждая окрестность  $O_j(x)$  которого содержит  $H_j$  и “близкие” к  $H_j$  неподвижные и не содержащиеся в наборе неисправности, которые, если они возникнут в окрестностях  $O_j(H_j)$ , надо уметь диагностировать посредством априорного набора неисправностей:

$$x = \lim_{k \rightarrow \infty} O_k \Leftrightarrow \forall O_k(x) \exists \bar{K} (k > \bar{K} \Rightarrow x \in O_k, H_j \subset O_k, j = 1, \dots, l). \quad (3.15)$$

Математическая структура диагностического пространства (3.8) позволяет обеспечить ситуацию, при которой решения рассматриваемой динамической системы и системы с неисправностями в системе управления с одинаковыми начальными условиями  $x^0$  из некоторого ограниченного пространства будут отличаться друг от друга, а решения рассматриваемой системы с опорной неисправностью  $H_j$  и с не предусмотренной априорным списком (непредвиденной) неисправностью из окрестности  $O_j$  этой опорной неисправности с одинаковыми начальными условиями  $x^0$  будут “близкими”, то есть “мало” отличаться друг от друга, и они могут быть диагностированы как опорные неисправности.

Это во всяком случае будет справедливо для непересекающихся окрестностей  $O_j, j = 1, \dots, l$ , или окрестностей, пересекающихся только вдоль прямых по оси времени.

А вот теперь переходим к неисправностям не из априорного списка.

### 3.4. Определение неисправностей не из априорного списка

Располагая априорным списком неисправностей, можно определить неисправность, не находящуюся в списке, но близкую к одной из списочных.

Были рассмотрены две неисправности не из списка.

1. Постепенное ухудшение качества показаний датчика угловой скорости  $\omega_{s1}^0$  вплоть до полного исчезновения поступающего с него сигнала.

Эта неисправность моделировалась путем уменьшения  $r_1$  до нуля по линейному закону:

$$r_1(t) = r_{1N}c_1(t - t_0), \quad t > t_0, \quad (3.16)$$

где  $r_{1N}$  — номинальное значение коэффициента  $r_1$ ,  $c_1$  — отрицательная константа. Достигнув нуля, значение  $r_1$  больше не меняется. Значение  $r_1 = 0$  достигается за время  $\tau \cong 30 \div 40$  с, т. е. после выхода неисправной системы на поверхность контроля. Таким образом, эта неисправность близка к неисправности из априорного списка неисправностей № 1, но не совпадает с ней, так как в момент выхода на  $\pi_k$  коэффициент  $r_1$  еще не равен нулю.

2. Постепенный отказ в формировании сигнала  $s_b$ . Моделируется как

$$r_3(t) = r_{3N}c_3(t - t_0), \quad t > t_0. \quad (3.17)$$

Здесь  $r_{3N}$  — номинальное значение коэффициента  $r_3$ ,  $c_3$  — некоторая отрицательная константа.

Достигнув нуля, величина  $r_3$  далее не меняется. Значение  $r_3 = 0$  достигается за время  $\tau \cong 140 \div 150$  с, т. е. после выхода системы на  $\pi_k$ . Эта неисправность близка к неисправности из априорного списка неисправностей № 1.

Линейный закон в последних двух случаях 1 и 2 из раздела 3.4 взят в принципе на предварительном этапе. Ну а в дальнейших исследованиях предполагается также и нелинейная аппроксимация рассматриваемых величин.

Обнаружение неисправностей 1 и 2 из раздела 3.4 (т. е. не из априорного списка неисправностей № 1) моделировалось следующим образом: возникновение неисправности 1 (неисправности 2) в момент  $t_0$ , включение алгоритма на выходе на  $\pi_k$  (время выхода на  $\pi_k$  для неисправности 1 — 78 с, для

неисправности 2 – 224 с), включение алгоритма с одним из векторов диагностирования  $z$ ,  $\bar{z}$  и выбор минимума из  $S_j^N$ ,  $j = 1, \dots, 5$ .

Обнаружением рассматриваемой неисправности 1 (неисправности 2) из раздела 3.4 в данном случае является определение случившейся неисправности как неисправности 1 (неисправности 2) из априорного списка неисправностей № 1.

Численное моделирование показало, что для  $N = 5$  ( $\tau = 4$  с) алгоритм с векторами диагностирования  $z$  и  $\bar{z}$  правильно обнаруживает рассматриваемые неисправности 1 и 2.

### 3.5. Априорный список неисправностей № 2

Каждая неисправность из этого списка характеризовалась наличием функций  $f_j$ ,  $j = 1, \dots, 17$ , где  $f_j$  содержала  $j$ -й набор значений коэффициентов  $r_1, r_3, k_1, k_2, k_3, l_1, l_2, l_3$  в цепях формирования сигналов  $\delta_u^0$  из (2.5). Различные комбинации приведены в табл. 3.2. В ней индекс *Nom* означает номинальное значение коэффициента. Из таблицы видно, что неисправности с номерами 1–3 относятся к первому каналу управления из (2.5), формирующему величину  $\delta_b$ , с номерами 4–10 – ко второму (формирующему величину  $\delta_E$ ), а с номерами 11–17 – к третьему (формирующему величину  $\delta_H$ ).

По этим опорным неисправностям проводилось затем определение несписочных неисправностей в каналах управления. В этом случае распознавался только номер канала: при номере  $i$  минимального из чисел  $S_j^N$ ,  $j = 1, \dots, 17$ , равном 1, 2 или 3, неисправность определялась как случившаяся в первом канале управления ( $\delta_b$ ), при номере  $i = 4, \dots, 10$ , – во втором ( $\delta_E$ ), при номере  $i = 11, \dots, 17$ , – в третьем ( $\delta_H$ ).

Таблица 3.2

Table 3.2

$N$	$r_1$	$r_3$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$l_1$	$l_2$	$l_3$
1	0	<i>Nom</i>						
2	<i>Nom</i>	0						
3	0	0						
4			0	<i>Nom</i>	<i>Nom</i>			
5			<i>Nom</i>	0	<i>Nom</i>			
6			<i>Nom</i>	<i>Nom</i>	0			
7			0	0	<i>Nom</i>			
8			<i>Nom</i>	0	0			
9			0	<i>Nom</i>	0			
10			0	0	0			
11						0	<i>Nom</i>	<i>Nom</i>
12						<i>Nom</i>	0	<i>Nom</i>
13						<i>Nom</i>	<i>Nom</i>	0
14						0	0	<i>Nom</i>
15						<i>Nom</i>	0	0
16						0	<i>Nom</i>	0
17						0	0	0

Поверхность контроля  $\pi_k$  в данном случае при векторе контроля  $y = \alpha$  и множестве начальных условий была получена такой же, как и для априорного списка неисправностей № 1 (множество начальных условий такое же, как и для априорного списка неисправностей № 1):

$$\pi_k : [0, 499; 0, 539]. \quad (3.18)$$

Численное моделирование показало, что диагностирование неисправностей с векторами диагностирования  $z = \alpha$  и  $\bar{z} = (\omega_{s_1}^0, \omega_{s_2}^0, \omega_{s_3}^0)$  за число измерений  $N = 8$  ( $\tau = 6,4$  с) привело к правильному определению номера канала, в котором произошла неисправность. Набор несписочных



неисправностей, для которых проводилось определение номера неисправного канала, приведен в табл. 3.3.

Номинальные значения коэффициентов в цепях управления (2.7) приведены в табл. 2.1.

При этом были выбраны следующие значения постоянных:

$$r_1 = 20, \quad r_3 = 10, \quad k_1 = 7, \quad k_2 = 1, \quad (3.19)$$

$$k_3 = 0,3, \quad l_1 = 7, \quad l_2 = 1, \quad l_3 = 0,7. \quad (3.20)$$

Таблица 3.3  
Table 3.3

Номер канала	Коэффициенты	в цепи	управления
1	$r_1 = 5$	$r_3 = 10$	
1	$r_1 = 1$	$r_3 = 5$	
1	$r_1 = 0$	$r_3 = 2$	
2	$k_1 = 0,5$	$k_2 = 1$	$k_3 = 0,3$
2	$k_1 = 1$	$k_2 = 0$	$k_3 = 0$
2	$k_1 = 3$	$k_2 = 0$	$k_3 = 1$
3	$l_1 = 3$	$l_2 = 1$	$l_3 = 0,7$
3	$l_1 = 1$	$l_2 = 0$	$l_3 = 0,3$
3	$l_1 = 1$	$l_2 = 0$	$l_3 = 0$

### 3.6. Обнаружение неисправностей без применения метода поверхности контроля

Возможно обнаружение неисправностей по алгоритму диагностирования без построения самой поверхности контроля  $\pi_k$ . При этом:

1. Под номером 0 в априорный список неисправностей вносится *исправная* система.
2. Алгоритм диагностирования в принципе включается *циклически*, с некоторым интервалом времени  $\Delta t$ .
3. Если обнаружена так называемая “неисправность” под номером 0, то есть система *исправна*, продолжается функционирование объекта до момента нового включения алгоритма диагностирования.
4. Если обнаружена неисправность с номером  $i \neq 0$ , выдается сообщение *о наличии этой неисправности*.

Численное моделирование диагностики с циклическим включением алгоритма показало, что при интервалах включения алгоритма  $\Delta t = 10, 20, 30$  с все вышеперечисленные неисправности из априорного списка неисправностей № 1 и априорного списка неисправностей № 2 были правильно определены.

Алгоритм диагностирования работал с векторами диагностирования  $z = \alpha$  и  $\bar{z} = (\omega_{s_1}, \omega_{s_2}, \omega_{s_3})$  и числом измерений  $N = 5$  ( $\tau = 4$  с).

Таким образом, с помощью предлагаемого алгоритма диагностирования численным экспериментом показана возможность диагностирования неисправностей датчиков управляющих сигналов, формирующих СУ движением ЛА и, в частности, датчиков управляющих сигналов с гиросtabilизированной платформы [28–30].

Таблица 3.2 представляет собой в некотором роде опорные неисправности. В этой таблице неисправности 5, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 17 формируются, в частности, отказами датчиков сигналов управления с гиросtabilизированной платформы. Эти неисправности правильно диагностируются [31; 32].

По опорным неисправностям (табл. 3.2) проводилось диагностирование не списочных неисправностей (табл. 3.3) в каналах управления движением ЛА (неисправности 5, 6, 8, 9 формируются в табл. 3.3 и с помощью отказов датчиков сигналов управления с гиросtabilизированной платформы). В этом случае распознавался только номер канала управления движением летательного аппарата. Численное моделирование показало, что диагностирование неисправностей за вполне приемлемое время привело к правильному определению номера сигнала управления, в котором произошла неисправность.

Численный эксперимент, таким образом, показал работоспособность предлагаемого алгоритма диагностирования.

#### 4. Диагностика в условиях измерения части фазового вектора

Для практического применения алгоритма диагностирования неисправностей, как показано в предыдущем разделе о численном эксперименте, требуется знание начальных условий для всего 14-мерного фазового вектора состояния  $x$ . Это несколько затрудняет возможность практического применения алгоритма диагностирования неисправностей.

Из системы уравнений (2.7) может быть выделена динамическая подсистема из 3-х уравнений (рассматриваемая на алгебре Ли  $so(3)$ ) относительно угловых скоростей  $\omega_{s_i}, i = 1, 2, 3$ . В нормальном виде она может быть представлена как

$$\begin{aligned} \omega'_{s_1} &= \frac{\rho V_e^2}{2} \frac{S b_a}{I_{s_1}} \left( m_{s_1}^\alpha + m_{s_1}^{\delta_e} \delta_e + m_{s_1}^{\omega_{s_1}} \frac{b_a}{V_e} \omega_{s_1} \right) + \\ &\quad + \frac{I_{s_2} - I_{s_3}}{I_{s_1}} \omega_{s_2} \omega_{s_3} + \frac{M_{s_1}^\partial}{I_{s_1}}, \\ \omega'_{s_2} &= \frac{\rho V_e^2}{2} \frac{S L}{I_{s_2}} \left( m_{s_2}^\beta (\beta - \beta_e) + m_{s_2}^{\delta_E} \delta_E + m_{s_2}^{\delta_H} \delta_H + m_{s_2}^{\omega_{s_2}} \frac{L}{2V_e} \omega_{s_2} \right) + \\ &\quad + \frac{I_{s_3} - I_{s_1}}{I_{s_2}} \omega_{s_1} \omega_{s_3} + \frac{M_{s_2}^\partial}{I_{s_2}}, \\ \omega'_{s_3} &= \frac{\rho V_e^2}{2} \frac{S L}{I_{s_3}} \left( m_{s_3}^\beta (\beta - \beta_e) + m_{s_3}^{\delta_H} \delta_H + m_{s_3}^{\omega_{s_2}} \frac{L}{2V_e} \omega_{s_2} + m_{s_3}^{\omega_{s_3}} \frac{L}{2V_e} \omega_{s_3} \right) + \\ &\quad + \frac{I_{s_1} - I_{s_2}}{I_{s_3}} \omega_{s_1} \omega_{s_2} + \frac{M_{s_3}^\partial}{I_{s_3}}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Эти уравнения имеют место при совпадении главных осей инерции с так называемыми “строительными осями”, т. е. при тензоре инерции следующего вида:

$$I = \begin{pmatrix} I_{s_1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{s_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{s_3} \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Здесь  $\rho, L, S, I_{s_i}$  — вполне определенные физические константы,  $m_{s_i}$  — медленно меняющиеся коэффициенты аэродинамических моментов, которые можно считать постоянными на времени работы алгоритма диагностирования. Величины  $\omega_{s_i}$  наблюдаются и, таким образом, начальные условия для уравнения (4.1) известны. Величины  $\delta_e, \delta_E, \delta_H$  известны в любой момент времени, так как это — формируемое управление.

Таким образом, измеряя величины  $V_e, \beta - \beta_e$ , присутствующие в правой части, можно замкнуть систему уравнений (4.1) и численно ее интегрировать на некотором промежутке времени (диагностирования)  $[t_0, t]$  с начальными условиями  $\omega_{s_i}(t_0)$ .

Численный эксперимент представлял собой диагностирование неисправностей из априорного списка неисправностей № 1 в условиях неточных измерений величин  $V_e, \beta - \beta_e$  (измеренные значения отличались (при каждом измерении) на  $5 \div 10$  % от действительных). Измеряемый вектор  $z(t) = (\omega_{s_1}, \omega_{s_2}, \omega_{s_3})$ , компоненты расчетного вектора  $z_j$  получались путем численного интегрирования системы (4.1). Алгоритм диагностирования работал циклически (под № 0 в него была включена исправная система) с интервалом включения  $15 \div 20$  с и правильно определял происшедшее в системе управления ЛА неисправности за  $15 \div 20$  измерений ( $8 \div 14$  с).

#### Заключение

Итак, в данной статье был проведен математический эксперимент на компьютере по диагностике системы управления летательным аппаратом при его планировании с высот, близких к орбитальным, с начальной скоростью, близкой к первой космической скорости. Показано, что предлагаемые алгоритмы диагностирования успешно работают при поиске различного рода опорных неисправностей, неисправностей, близких к опорным, при траекторных измерениях с ошибкой, а также в случае непрерывной экспресс-диагностики.

#### Литература

- [1] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 1. Уравнения движения и классификация неисправностей // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2019. Т. 25. № 1. С. 32–43. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-1-32-43>. EDN: <https://www.elibrary.ru/mkmcfn>.

- [2] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 2. Задача дифференциальной диагностики // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2019. Т. 25. № 3. С. 22–32. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-3-22-32>. EDN: <https://www.elibrary.ru/qdyiym>.
- [3] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 3. Задача контроля // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2019. Т. 25. № 4. С. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-4-36-47>. EDN: <https://www.elibrary.ru/akuxxj>.
- [4] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 4. Задача диагностирования (случай точных траекторных измерений) // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2020. Т. 26. № 1. С. 52–68. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-1-52-68>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bnhmum>.
- [5] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 5. Задача диагностирования (случай траекторных измерений с ошибкой) // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2020. Т. 26. № 3. С. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-3-30-39>. EDN: <https://www.elibrary.ru/hogyhw>.
- [6] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 6. Статистическое решение задачи дифференциальной диагностики // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2021. Т. 27. № 1. С. 74–80. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-1-74-80>. EDN: <https://www.elibrary.ru/wlossr>.
- [7] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 7. Диагностирование в системах прямого и непрямого управления // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2021. Т. 27. № 3. С. 31–45. DOI: <http://dx.doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-3-31-45>.
- [8] Борисенок И.Т., Шамолин М.В. Решение задачи дифференциальной диагностики // Фундамент. и прикл. матем. 1999. Т. 5, вып. 3. С. 775–790. URL: <http://mi.mathnet.ru/rus/fpm/v5/i3/p775>.
- [9] Шамолин М.В. Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. Изд. 2-е, перераб. и доп. Москва: Экзамен, 2007. URL: <http://http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Shamolin2007-2ru.pdf>.
- [10] Shamolin M.V. Foundations of Differential and Topological Diagnostics // J. Math. Sci. 2003. Vol. 114, № 1. P. 976–1024. DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1021807110899>.
- [11] Пархоменко П.П., Сагомоян Е.С. Основы технической диагностики. Москва: Энергия, 1981. URL: <https://djvu.online/file/FmH1gaq0Jm2AJ>.
- [12] Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1980. № 8. С. 96–121. URL: <http://mi.mathnet.ru/at7158>.
- [13] Окунев Ю.М., Парусников Н.А. Структурные и алгоритмические аспекты моделирования для задач управления. Москва: Изд-во МГУ, 1983.
- [14] Чикин М.Г. Системы с фазовыми ограничениями // Автоматика и телемеханика. 1987. № 10. С. 38–46. URL: <http://mi.mathnet.ru/at4566>.
- [15] Жуков В.П. О достаточных и необходимых условиях асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1994. № 3. С. 24–36. URL: <http://mi.mathnet.ru/at3855>. EDN: <https://elibrary.ru/ksxnrh>.
- [16] Жуков В.П. О достаточных и необходимых условиях грубости нелинейных динамических систем в смысле сохранения характера устойчивости // Автоматика и телемеханика. 2008. № 1. С. 30–38. URL: <http://mi.mathnet.ru/at587>. EDN: <https://elibrary.ru/mushhp>.
- [17] Жуков В.П. О редукции задачи исследования нелинейных динамических систем на устойчивость вторым методом Ляпунова // Автоматика и телемеханика. 2005. № 12. С. 51–64. URL: <http://mi.mathnet.ru/at1475>. EDN: <https://elibrary.ru/ntgnbh>.
- [18] Борисенок И.Т., Шамолин М.В. Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. 2001. № 1. С. 29–31. URL: <http://mi.mathnet.ru/vmumm1441>.
- [19] Beck A., Teboulle M. Mirror Descent and Nonlinear Projected Subgradient Methods for Convex Optimization // Operations Research Letters. May 2003. Vol. 31, № 3. P. 167–175. DOI: [http://doi.org/10.1016/S0167-6377\(02\)00231-6](http://doi.org/10.1016/S0167-6377(02)00231-6). EDN: <https://elibrary.ru/yjpwtr>.
- [20] Ben-Tal A., Margalit T., Nemirovski A. The Ordered Subsets Mirror Descent Optimization Method with Applications to Tomography // SIAM Journal on Optimization. 2001. Vol. 12, No. 1. P. 79–108. DOI: <http://doi.org/10.1137/S1052623499354564>. EDN: <https://elibrary.ru/qxquyu>.
- [21] Su W., Boyd S., Candes E. A Differential Equation for Modeling Nesterov’s Accelerated Gradient Method: Theory and Insights // The Journal of Machine Learning Research. 2016, № 17(153). P. 1–43. URL: [https://www.researchgate.net/publication/311221666\\_A\\_differential\\_equation\\_for\\_modeling\\_Nesterov](https://www.researchgate.net/publication/311221666_A_differential_equation_for_modeling_Nesterov); <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45851747>. EDN: <https://elibrary.ru/vbriua>.

- [22] Шамолин М.В. Диагностика гиросtabilизированной платформы, включенной в систему управления движением летательного аппарата // Электронное моделирование. 2011. Т. 33:3. С. 121–126. URL: <http://http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/61768>.
- [23] Шамолин М.В. Диагностика движения летательного аппарата в режиме планирующего спуска // Электронное моделирование. 2010. Т. 32:5. С. 31–44. URL: <http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/61677>.
- [24] Fleming W.H. Optimal Control of Partially Observable Diffusions // SIAM Journal of Control. 1968. Vol. 6, № 2. P. 194–214. DOI: <http://doi.org/10.1137/0306015>.
- [25] Choi D.H., Kim S.H., Sung D.K. Energy-efficient Maneuvering and Communication of a Single UAV-based Relay // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2014. Vol. 50, № 3, P. 2119–2326. DOI: <http://doi.org/10.1109/TAES.2013.130074>.
- [26] Ho D.-T., Grotli E.I., Sujit P.B., Johansen T.A., Sousa J.B. Optimization of Wireless Sensor Network and UAV Data Acquisition // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2015. Vol. 78, №. 1. P. 159–179. DOI: <http://doi.org/10.1007/s10846-015-0175-5>.
- [27] Ceci C., Gerardi A., Tardelli P. Existence of Optimal Controls for Partially Observed Jump Processes // Acta Applicandae Mathematicae. 2002. Vol. 74, № 2. P. 155–175. DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1020669212384>. EDN: <https://elibrary.ru/bcicqf>.
- [28] Rieder U., Winter J. Optimal Control of Markovian Jump Processes with Partial Information and Applications to a Parallel Queueing Model // Mathematical Methods of Operations Research. 2009. Vol. 70. P. 567–596. DOI: <http://doi.org/10.1007/s00186-009-0284-7>.
- [29] Chiang M., Tan C.W., Hande P., Lan T. Power control in wireless cellular networks // Foundations and Trends in Networking. 2008. Vol. 2, № 4, P. 381–533. DOI: <https://doi.org/10.1561/1300000009>.
- [30] Altman E., Avrachenkov K., Menache I., Miller G., Prabhu B.J., Shwartz A. Power control in wireless cellular networks // IEEE Transactions on Automatic Control. 2009. Vol. 54, № 10. P. 2328–2340. DOI: <http://doi.org/10.1109/tac.2009.2028960>. EDN: <https://elibrary.ru/mwvfkj>.
- [31] Ober R.J. Balanced Parameterization of Classes of Linear Systems // SIAM Journal on Control and Optimization. 1991. Vol. 29, №. 6. P. 1251–1287. DOI: <http://doi.org/10.1137/0329065>.
- [32] Ober R.J., McFarlane D. Balanced Canonical Forms for Minimal Systems: A normalized Coprime Factor Approach // Linear Algebra and Its Applications. 1989. Vol. 122–124. P. 23–64. DOI: [http://doi.org/10.1016/0024-3795\(89\)90646-0](http://doi.org/10.1016/0024-3795(89)90646-0).



Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2022-28-1-2-32-45

Submitted: 12.04.2022

Revised: 18.05.2022

Accepted: 14.11.2022

*M. V. Shamolin*

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation  
E-mail: [shamolin@rambler.ru](mailto:shamolin@rambler.ru), [shamolin@imec.msu.ru](mailto:shamolin@imec.msu.ru). ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9534-0213>

## PROBLEMS OF DIFFERENTIAL AND TOPOLOGICAL DIAGNOSTICS. PART 8. AIRCRAFT MOVEMENT AND ALGORITHMS FOR ITS DIAGNOSIS

### ABSTRACT

This work is the eighth work of the cycle on differential and topological diagnostics. In it, a qualitative and numerical mathematical experiment is carried out to diagnose the control system of an aircraft during its planning from altitudes close to orbital, with an initial velocity close to the first cosmic velocity. And we have shown that the proposed diagnostic algorithms work successfully when searching for various kinds of reference faults, in particular, malfunctions of control signal sensors from a gyrostabilized platform, malfunctions close to the reference ones, for trajectory measurements with an error, as well as in the case of continuous express diagnostics. At the same time, a certain diagnostic algorithm is built and used in accordance with the previously developed methodology.

**Key words:** problem of differential diagnostics; direct (indirect) control system; diagnostics; a priori list of faults.

**Citation.** Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 8. Aircraft movement and algorithms for its diagnosis. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2022, vol. 28, no. 1–2, pp. 32–45. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2022-28-1-2-32-45>. (In Russ.)

**Information about the conflict of interests:** author and reviewers declare no conflict of interests.

© Shamolin M.V., 2022

*Maxim V. Shamolin* — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, leading researcher of the Institute of Mechanics, expert of the Russian Academy of Sciences, Lomonosov Moscow State University, 1, Michurinsky Avenue, Moscow, 119192, Russian Federation.

## References

- [1] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 1. Motion equations and classification of malfunctions. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2019, vol. 25, no. 1, pp. 32–43. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-1-32-43>. EDN: <https://www.elibrary.ru/mkmcfn>. (In Russ.)
- [2] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 2. Problem of differential diagnostics. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2019, vol. 25, no. 3, pp. 22–32. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-3-22-32>. EDN: <https://www.elibrary.ru/qdyiym>. (In Russ.)
- [3] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 3. The checking problem. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2019, vol. 25, no. 4, pp. 36–47. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-4-36-47>. EDN: <https://www.elibrary.ru/akuxxj>. (In Russ.)
- [4] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 4. The case of exact trajectorial measurements. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2020, vol. 26, no. 1, pp. 52–68. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-1-52-68>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bnhmum>. (In Russ.)
- [5] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 5. The case of trajectorial measurements with error. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2020, vol. 26, no. 3, pp. 30–39. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-3-30-39>. EDN: <https://www.elibrary.ru/hogyhw>. (In Russ.)
- [6] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 6. Statistical solving of the problem of differential diagnostics. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2021, vol. 27, no. 1, pp. 74–80. DOI: <https://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-1-74-80>. EDN: <https://www.elibrary.ru/wlossr>. (In Russ.)
- [7] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 7. Differential diagnostics in some systems of direct and indirect control. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2021, vol. 27, no. 3, pp. 31–45. DOI: <http://dx.doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-3-31-45>. (In Russ.)
- [8] Borisenok I.T., Shamolin M.V. Resolving a problem of differential diagnostics. *Fundamental and Applied Mathematics*, 1999, vol. 5, no. 3, pp. 775–790. Available at: <http://mi.mathnet.ru/rus/fpm/v5/i3/p775>. (In Russ.)
- [9] Shamolin M.V. Certain problems of differential and topological diagnostics. 2nd edition, revised and enlarged. Moscow: Ekzamen, 2007. Available at: <http://http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Shamolin2007-2ru.pdf>. (In Russ.)
- [10] Shamolin M.V. Foundations of Differential and Topological Diagnostics. *Journal of Mathematical Sciences*, 2003, vol. 114, no. 1, pp. 976–1024. DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1021807110899>.
- [11] Parkhomenko P.P., Sagomonian E.S. Foundations of Technical Diagnostics. Moscow: Energiya, 1981. Available at: <https://djvu.online/file/FmH1gaq0Jm2AJ>. (In Russ.)
- [12] Mironovskii L.A. Functional diagnosis of dynamical systems. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1980, no. 8, pp. 96–121. Available at: <http://mi.mathnet.ru/at7158>. (In Russ.)
- [13] Okunev Yu.M., Parusnikov N.A. Structural and Algorithmic Aspects of Modeling for Control Problems. Moscow: Izd-vo MGU, 1983. (In Russ.)
- [14] Chikin M.G. Phase-constrained systems. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1987, no. 10, pp. 38–46. Available at: <http://mi.mathnet.ru/at4566>. (In Russ.)

- [15] Zhukov V.P. On the sufficient and necessary conditions for the asymptotic stability of nonlinear dynamical systems. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1994, vol. 55, no. 3, pp. 321–330. Available at: <http://mi.mathnet.ru/at3855> (English; Russian original).
- [16] Zhukov V.P. On the sufficient and necessary conditions for robustness of the nonlinear dynamic systems in terms of stability retention. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 1, pp. 27–35. DOI: <http://doi.org/10.1134/S0005117908010037> (English; Russian original).
- [17] Zhukov V.P. Reduction of Stability Study of Nonlinear Dynamic Systems by the Second Lyapunov Method. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 12, pp. 1916–1928. DOI: <http://doi.org/10.1007/s10513-005-0224-9> (English; Russian original).
- [18] Borisenok I.T., Shamolin M.V. Solving the problem of differential diagnostics by the method of statistical tests. *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 1. Matematika. Mekhanika = Moscow University Mechanics Bulletin*, 2001, no. 1, pp. 29–31. Available at: <http://mi.mathnet.ru/vmumm1441> (in Russian)
- [19] Beck A., Teboulle M. Mirror Descent and Nonlinear Projected Subgradient Methods for Convex Optimization. *Operations Research Letters*, 2003, vol. 31, issue 3, pp. 167–175. DOI: [http://doi.org/10.1016/S0167-6377\(02\)00231-6](http://doi.org/10.1016/S0167-6377(02)00231-6). EDN: <https://elibrary.ru/yjpwtr>.
- [20] Ben-Tal A., Margalit T., Nemirovski A. The Ordered Subsets Mirror Descent Optimization Method with Applications to Tomography. *SIAM Journal on Optimization*, 2001, vol. 12, no. 1, pp. 79–108. DOI: <http://doi.org/10.1137/S1052623499354564>. EDN: <https://elibrary.ru/qxquyu>.
- [21] Su W., Boyd S., Candes E. A Differential Equation for Modeling Nesterov’s Accelerated Gradient Method: Theory and Insights. *The Journal of Machine Learning Research*, 2016, no. 17 (153), pp. 1–43. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/311221666\\_A\\_differential\\_equation\\_for\\_modeling\\_Nesterov](https://www.researchgate.net/publication/311221666_A_differential_equation_for_modeling_Nesterov); <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45851747>. EDN: <https://elibrary.ru/vbriua>.
- [22] Shamolin M.V. Diagnostics of Gyro-Stabilized Platform, Included in the Aircraft Motion Control System. *Elektronnoe modelirovanie = Electronic Modeling*, 2011, vol. 33, no. 3, pp. 121–126. Available at: <http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/61768>. (In Russ.)
- [23] Shamolin M.V. Diagnostics of Aircraft Motion in Planning Descent Mode. *Elektronnoe modelirovanie = Electronic Modeling*, 2010, vol. 32, no. 5, pp. 31–44. Available at: <http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/61677>. (In Russ.)
- [24] Fleming W.H. Optimal Control of Partially Observable Diffusions. *SIAM Journal on Control*, 1968, vol. 6, no. 2, pp. 194–214. DOI: <http://doi.org/10.1137/0306015>.
- [25] Choi D.H., Kim S.H., Sung D.K. Energy-efficient Maneuvering and Communication of a Single UAV-based Relay. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, vol. 50, no. 3, pp. 2119–2326. DOI: <http://doi.org/10.1109/TAES.2013.130074>.
- [26] Ho D.-T., Grotli E.I., Sujit P.B., Johansen T.A., Sousa J.B. Optimization of Wireless Sensor Network and UAV Data Acquisition. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2015, vol. 78, no. 1, pp. 159–179. DOI: <http://doi.org/10.1007/s10846-015-0175-5>.
- [27] Ceci C., Gerardi A., Tardelli P. Existence of Optimal Controls for Partially Observed Jump Processes. *Acta Applicandae Mathematicae*, 2002, vol. 74, no. 2, pp. 155–175. DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1020669212384>. EDN: <https://elibrary.ru/bcicqf>.
- [28] Rieder U., Winter J. Optimal Control of Markovian Jump Processes with Partial Information and Applications to a Parallel Queueing Model. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2009, vol. 70, pp. 567–596. DOI: <http://doi.org/10.1007/s00186-009-0284-7>.
- [29] Chiang M., Tan C.W., Hande P., Lan T. Power control in wireless cellular networks. *Foundations and Trends in Networking*, 2008, vol. 2, no. 4, pp. 381–533. DOI: <https://doi.org/10.1561/1300000009>.
- [30] Altman E., Avrachenkov K., Menache I., Miller G., Prabhu B.J., Shwartz A. Power control in wireless cellular networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 10, pp. 2328–2340. DOI: <http://doi.org/10.1109/tac.2009.2028960>. EDN: <https://elibrary.ru/mwvfkj>.
- [31] Ober R.J. Balanced Parameterization of Classes of Linear Systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1991, vol. 29, no. 6, pp. 1251–1287. DOI: <http://doi.org/10.1137/0329065>
- [32] Ober R.J., McFarlane D. Balanced Canonical Forms for Minimal Systems: A normalized Coprime Factor Approach. *Linear Algebra and Its Applications*, 1989, Vol. 122–124, pp. 23–64. DOI: [http://doi.org/10.1016/0024-3795\(89\)90646-0](http://doi.org/10.1016/0024-3795(89)90646-0).