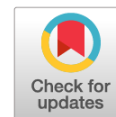




Научная статья

DOI: 10.18287/2541-7525-2021-27-2-70-79

УДК 532.59



Дата: поступления статьи: 15.03.2021
после рецензирования: 19.04.2021
принятия статьи: 28.05.2021

Г.Р. Рафикова

Институт механики имени Р.Р. Мавлютова – обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, г. Уфа, Российская Федерация

E-mail: rafikova_guzal@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3305-8586>

З.З. Мамаева

Институт механики имени Р.Р. Мавлютова – обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, г. Уфа, Российская Федерация

E-mail: zilia16@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7783-1211>

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ СКВАЖИНЫ НА СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТОЛБА ЖИДКОСТИ В НАСОСНО-КОМПРЕССОРНОЙ ТРУБЕ¹

АННОТАЦИЯ

Рассмотрена задача о собственных колебаниях столба жидкости в насосно-компрессорной трубе, возникших после внезапного открытия или закрытия вертикальной скважины (гидроударе). Для этого построена математическая модель, описывающая динамику столба жидкости в скважине и фильтрационное течение в призабойной зоне, получены аналитические решения системы уравнений. Для определения частоты, периода, коэффициента и декремента затухания колебаний найдено характеристическое уравнение. Проанализировано воздействие таких параметров, как протяженность открытого участка, зоны перфорации скважины, длина насосно-компрессорной трубы, коэффициент проницаемости на динамический характер собственных колебаний давления.

Ключевые слова: скважина; гидроудар; собственные колебания жидкости; частота колебаний; коэффициент и декремент затухания; призабойная зона; зона перфорации.

Цитирование. Рафикова Г.Р., Мамаева З.З. Влияние параметров призабойной зоны скважины на собственные колебания столба жидкости в насосно-компрессорной трубе // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2021. Т. 27, № 2. С. 70–79. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-2-70-79>.

Информация о конфликте интересов: авторы и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Рафикова Г.Р., 2021

Гузаль Ринатовна Рафикова – кандидат физико-математических наук, ученый секретарь Института механики имени Р.Р. Мавлютова – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, 450054, Российская Федерация, г. Уфа, проспект Октября, 71.

© Мамаева З.З., 2021

Зилия Заитовна Мамаева – аспирант Института механики имени Р.Р. Мавлютова – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00207, <https://rscf.ru/project/21-11-00207/>

Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, 450054, Российская Федерация, г. Уфа, проспект Октября, 71.

Введение

В нефтяной промышленности важным аспектом добычи углеводородов является контроль за состоянием скважин и параметров призабойной зоны пласта, вследствие чего разрабатываются и применяются различные геофизические методы исследования скважин (электрические, радиоактивные, акустические, магнитные, термические и др.) для технической оценки скважин [1; 2]. Одним из таких возможных способов ГИС является метод акустической спектроскопии, который предполагает возбуждение колебаний жидкости в скважине [3; 4], и в дальнейшем по полученным волновым характеристикам можно определить протяженность столба жидкости, диаметр скважины, коллекторские характеристики пласта, примыкающего к скважине.

Построение теоретических основ и моделирование процесса гидроудара в скважинах проводятся как с целью определения характеристик скважины и призабойной зоны, так и с целью предотвращения технических аварий, возможных при сильных колебаниях жидкости [5–8]. В работе [5] построена модель гидравлического удара при запуске и остановке скважины с многофазной жидкостью, состоящей из газовой фазы, жидкости и капель жидкости, основанная на стандартной технической схеме добычи углеводородов на шельфе. Рассмотрена динамика амплитуды волны в зависимости от времени закрытия клапана, расстояния перемещения потока, сжимаемости жидкости, температуры. В статье [6] описана математическая модель гидроудара многофазного потока в скважине, проведен анализ влияния прекращения подачи газа, значения протяженности скважины на динамику давления в скважине. В работе [7] представлена математическая модель гидроудара в вертикальной скважине, проведено сравнение с экспериментальной работой [8].

Данная статья является продолжением работы [4]. В настоящей работе построена теоретическая модель собственных колебаний жидкости в скважине с усложненной геометрией задачи, приближенной к реальным условиям.

1. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим колебания жидкости, возникающие при гидроударе в вертикальной скважине, сообщающейся с пластом. Схема скважины приведена на рис. 2.1. Предположим, что в начальный

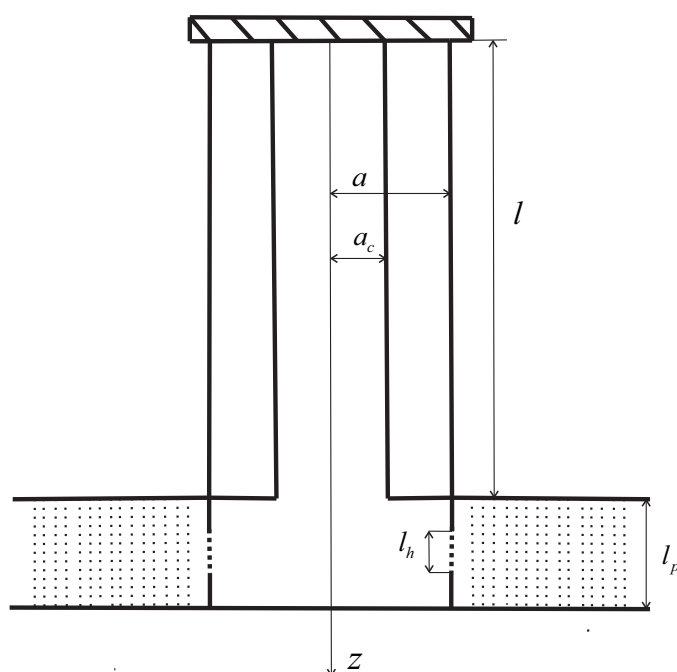


Рис. 2.1. Схема скважины, сообщающейся с пластом
Fig. 2.1. Scheme of a well communicating with the formation

момент времени течение жидкости в вертикальной скважине и горизонтальном пласте отсутствует. Ось z направим вертикально вниз, за начало координат примем верхнюю границу столба жидкости. Примем следующие допущения: на верхней границе течение столба жидкости ограничено неподвижным поршнем; протяженность открытого участка скважины намного меньше протяженности закрытого участка, следовательно, возмущение давления на этом участке однородно.

Уравнения сохранения массы жидкости в скважине и уравнение импульсов запишем в линеаризованном приближении:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} = 0, \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a_c}, 0 < z < l, \quad (1.1)$$

$$\sigma = \frac{\mu}{\sqrt{\pi\nu}} \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{\partial w}{\partial t} \partial \tau, \nu = \frac{\mu}{\rho_0}, \rho = \frac{P}{C^2},$$

где ρ — плотность жидкости, w — скорость, P — давление, σ — касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины; μ , ν — динамическая и кинематическая вязкость; C — скорость звука в жидкости. Выражение для касательного напряжения в жидкости на поверхности стенки скважины взято из [9].

Граничные условия запишем в следующем виде:

$$z = 0: w(t, 0) = 0; z = l: P(t, l) = P_l(t), w(t, l) = w_l(t), \quad (1.2)$$

где $P_l(t)$, $w_l(t)$ — неизвестные функции. Для определения данных функций необходимо использовать уравнение сохранения массы в призабойной зоне пласта:

$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = \pi a_c^2 \rho_0 w_l - 2\pi a l_h \rho_0 u, u = -\frac{k_p}{\mu} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right) \quad (1.3)$$

где a_c — радиус насосно-компрессорной трубы (НКТ), a — радиус обсадной трубы скважины, l — протяженность скважины, l_p — протяженность призабойной зоны пласта, l_h — протяженность зоны перфорации, u — скорость фильтрации жидкости в окружающую среду через стенку открытого участка скважины, k_p — проницаемость призабойной зоны пласта.

Для описания утечки жидкости в пласт необходимо рассмотреть фильтрацию в пласте. Поэтому запишем уравнение для упругого режима фильтрации в пласте вокруг скважины с граничными условиями:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial P_p}{\partial r} \right), \chi = \frac{k_p \rho_0 C^2}{m_p \mu}, l < z < l + l_p, a < r < \infty, \quad (1.4)$$

$$r = a: P = P_i; r \rightarrow \infty: P = 0. \quad (1.5)$$

С учетом уравнения состояния жидкости (1.1), фильтрации (1.4) и граничных условий (1.5) уравнение (1.3) примет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho_0 C^2 \left(\left(\frac{a_c}{a} \right)^2 \frac{w_l}{l_p} + \frac{2 l_h k_p}{a l_p \mu} \left(\frac{\partial P_l}{\partial r} \right) \right). \quad (1.6)$$

2. Аналитическое решение в виде стоячей волны

Решение уравнений (1.1) будем искать в следующем виде:

$$P = A_p(z) e^{i\omega t}, w = A_w(z) e^{i\omega t}, \quad (2.1)$$

где $\omega = \Omega + i\delta$ — комплексная частота собственных колебаний, действительная часть Ω описывает период колебаний, а мнимая часть δ интенсивность затухания.

Подставив (2.1) в систему уравнений (1.1), после некоторых преобразований получим

$$\rho_0 i\omega (1 + 2/b) A_w(z) + \frac{dA_p(z)}{dz} = 0, \frac{i\omega}{\rho_0 C^2} A_p(z) + \frac{dA_w(z)}{dz} = 0, \quad (2.2)$$

где $b = \sqrt{i\omega a_c^2 / \nu}$. Исключив $A_w(z)$ из уравнений (2.2), получим

$$\frac{d^2 A_p(z)}{dz^2} + k^2 \frac{dA_p(z)}{dz} = 0, \quad (2.3)$$

где $k = (1 + 2/b)\omega^2/C^2$ – комплексное волновое число. Общее решение уравнения (2.3) ищем в виде

$$A_p(z) = C_1 \sin(kz) + C_2 \cos(kz). \quad (2.4)$$

Из граничных условий (1.2) и с учетом выражений (2.1), (2.4) при $z = 0$ имеем $A_w(0) = 0$, $C_1 = 0$. Следовательно, для $A_p(z)$ с учетом первого уравнения (2.2) для $A_w(z)$ получим

$$A_p(z) = C_2 \cos(kz), A_w(z) = \frac{C_2 k \sin(kz)}{i\omega\rho_0(1 + 2/b)}. \quad (2.5)$$

Для параметров P_l и w_l при $z = l$ с учетом (2.1), (2.5) можем заменить

$$P_l = C_2 \cos(kl) e^{i\omega t}, w_l = \frac{C_2 k \sin(kl)}{i\omega\rho_0(1 + 2/b)} e^{i\omega t}. \quad (2.6)$$

Для определения фильтрационного потока в пласте вокруг открытого участка нахождения градиента давления на стенке открытого участка скважины решение уравнения (1.4) с граничными условиями (1.5) будем искать в виде:

$$P = A_p(r) e^{i\omega t}. \quad (2.7)$$

Подставив (2.7) в (1.4), получим

$$r^2 A_p''(r) + r A_p'(r) - qr A_p(r) = 0, q = \sqrt{i\omega/\chi}. \quad (2.8)$$

Решение уравнения (2.8) будет иметь вид

$$A_p(r) = A_p(a) \frac{K_0(rq)}{K_0(aq)}, \quad (2.9)$$

где $K_0(x) = \int_0^\infty e^{-xch\xi} d\xi$ – функция Макдональда нулевого порядка.

Подставляя (2.7), (2.9) в (1.6) с учетом граничных условий (1.2), (1.5), выражений (2.6), выполнив некоторые преобразования, получим трансцендентное уравнение для определения частоты как

$$tg(kl) = \left(\frac{a}{a_c}\right)^2 l_p k \left(\frac{2 l_h m K_0'(aq)}{a l_p q^2 K_0(aq)} - 1\right). \quad (2.10)$$

3. Численные результаты

Решение для закона изменения давления в скважине согласно (2.1), (2.5) определено с точностью до произвольного постоянного множителя C_2 , т. е. распределение давления нормировано относительно значения при $z = 0$ и вместо P будем использовать нормированное значение $P/A_p(0)$ при $C_2 = 1$:

$$P = \cos(kz) e^{i\omega t}. \quad (3.1)$$

Численные результаты получены в предположении, что в скважине находится вода и при использовании следующих физических параметров: $\rho = 1000$ кг/м³, $C = 1500$ м/с, $\mu = 10^{-3}$ Па·с. Для скважины и пласта принято: $a_c = 0.04$ м, $a = 0.1$ м, $l = 1500$ м, $l_h = 10$ м, $l_p = 20$ м,

На рис. 3.1, а, б и в приведена иллюстрация зависимостей собственной частоты Ω , коэффициента затухания δ , а также декремента затухания, определяемого как $\Delta = (2\pi/\Omega) \delta$ от проницаемости пласта k_p при различных значениях протяженности призабойной зоны скважины l_p . $m = 0.1$. Заметим, что при увеличении коэффициента проницаемости в диапазоне $10^{-15} \div 10^{-12}$ м² частота собственных колебаний уменьшается приблизительно в два раза, соответственно увеличивается период колебаний. В отмеченном диапазоне значений коэффициента проницаемости с ростом протяженности призабойной зоны пласта уменьшается частота колебаний, увеличиваются коэффициент и декремент затухания. Видно, что для всех представленных параметров в диапазоне высоких проницаемостей 10^{-12} м² $> k_p > 10^{-9}$ м² влияние длины открытого участка на значения частот, коэффициента и декремента затухания незначительно. На рис. 3.2, а, б и в представлены зависимости собственной частоты Ω , коэффициента затухания δ , а также декремента затухания Δ от проницаемости пласта при различных значениях протяженности зоны перфорации скважины. С увеличением протяженности зоны перфорации уменьшается частота колебаний в диапазоне $k_p = 10^{-14} \div 10^{-11}$ м². Можно заметить, что зависимость коэффициента и декремента затухания от проницаемости имеет немонотонный характер.

На рис. 3.3 представлено влияние длины скважины на зависимости собственной частоты, коэффициента затухания, а также декремента затухания. С увеличением протяженности скважины

снижаются значения частоты колебаний, что естественно, но снижаются при этом значения коэффициента затухания на всём рассматриваемом участке коэффициентов проницаемости.

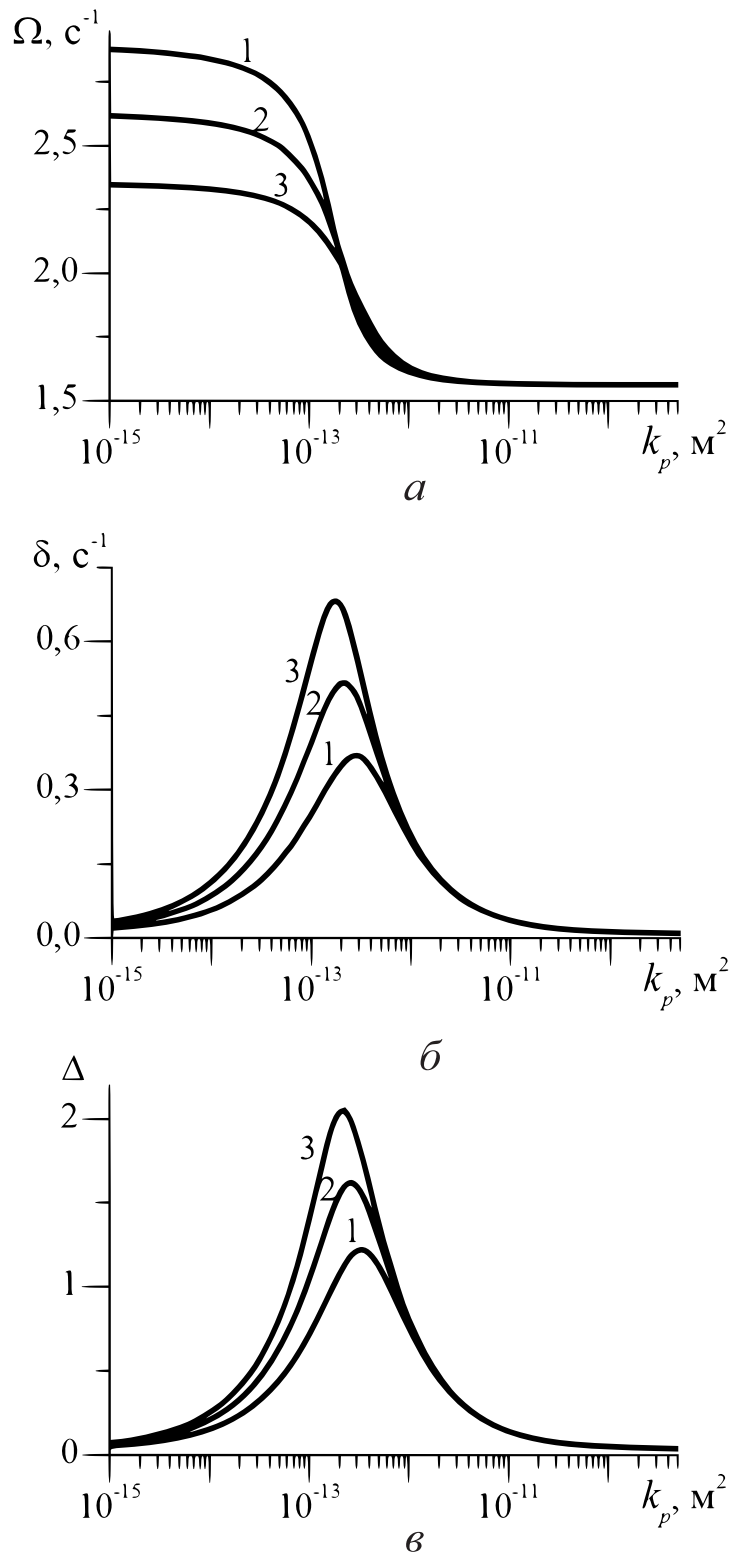


Рис. 3.1. Зависимость собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях протяженности призабойной зоны скважины: 1 - $l_p = 20$ м, 2 - 50 м, 3 - 100 м

Fig. 3.1. Dependence of natural frequency (a), damping coefficient (b), damping factor (c) on the formation permeability coefficient at different values of the length of the bottomhole zone wells: 1 - $l_p = 20$ m, 2 - 50 m, 3 - 100 m

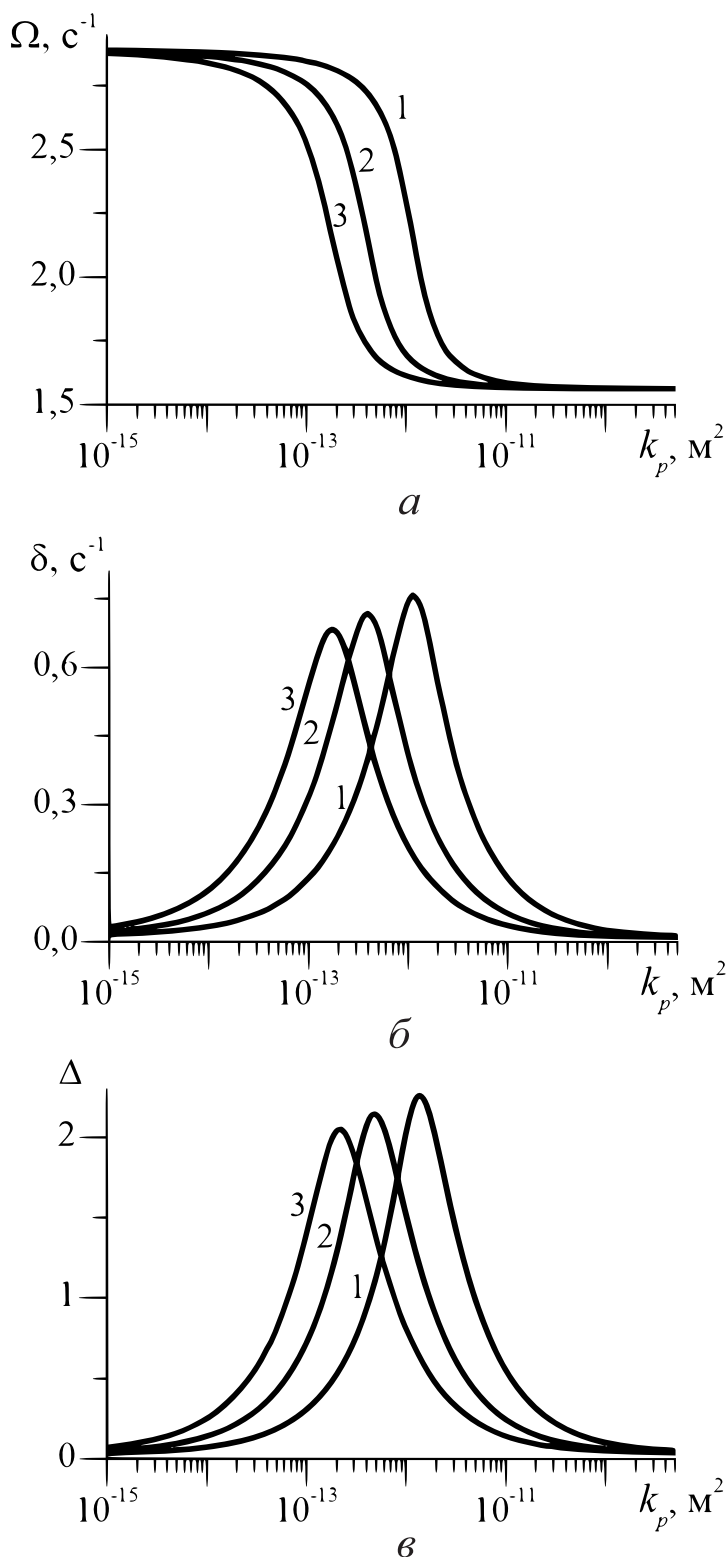


Рис. 3.2. Зависимость собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях протяженности зоны перфорации скважины: 1 – $l_h = 2$ м, 2 – 5 м, 3 – 10 м

Fig. 3.2. Dependence of natural frequency (a), damping coefficient (b), damping factor (c) on the permeability coefficient of the formation at different values of the length of the perforation zone wells:

1 – $l_h = 2$ m, 2 – 5 m, 3 – 10 m

На рис. 3.4, а, б и в показана динамика давления датчиков, которые находятся в точках скважины 0 м (а), 750 м (б) и 1500 м (в) для различных коэффициентов проницаемости. Видно, что в

случае значений проницаемости 10^{-12} , 10^{-10} м² затухание колебаний происходит быстрее, и амплитуда колебаний уменьшается с увеличением глубины скважины. При значении проницаемости 10^{-14} м² самая низкая амплитуда колебаний наблюдается в точке 750 м, в начале и в конце скважины наблюдается приблизительно равная амплитуда колебаний.

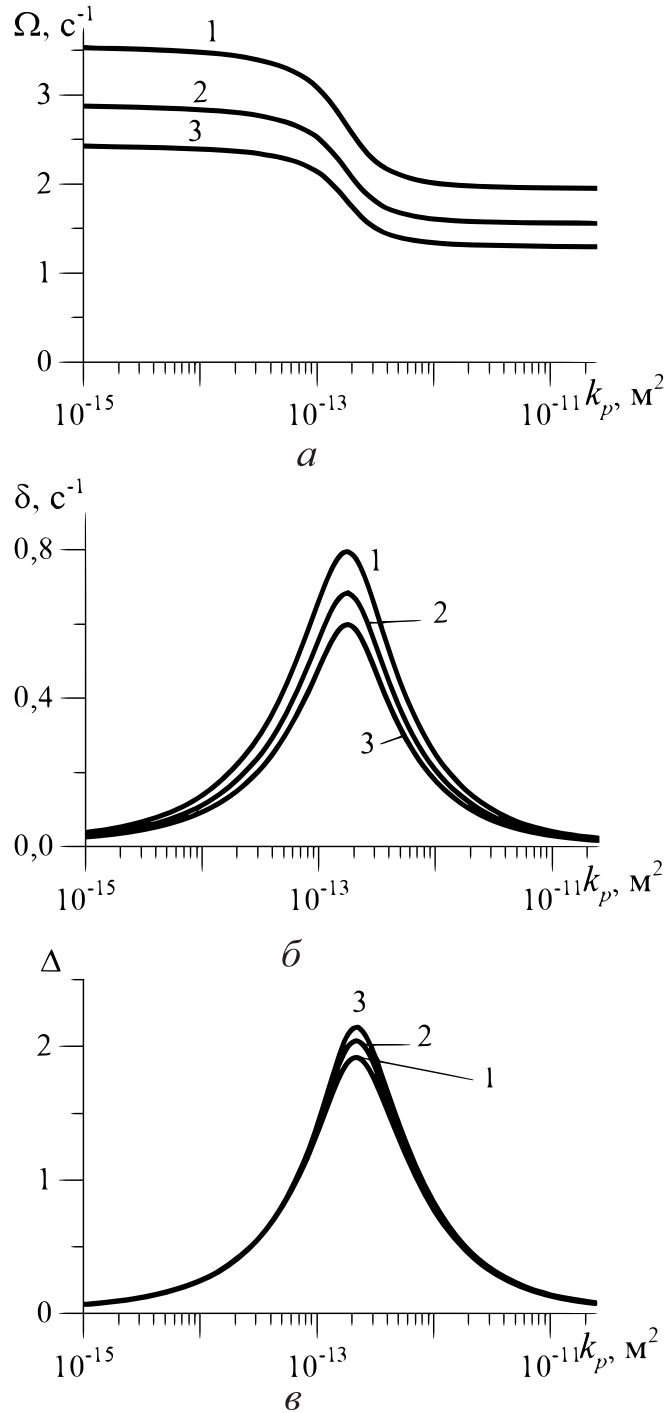


Рис. 3.3. Зависимость собственной частоты (а), коэффициента затухания (б), декремента затухания (в) от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях протяженности скважины: 1 - 1 = 1200 м, 2 - 1500 м, 3 - 1800 м

Fig. 3.3. Dependence of natural frequency (a), damping coefficient (b), damping factor (c) on the formation permeability coefficient for different values of the well length: 1 - 1 =1200 m, 2 - 1500 m, 3 - 1800 m

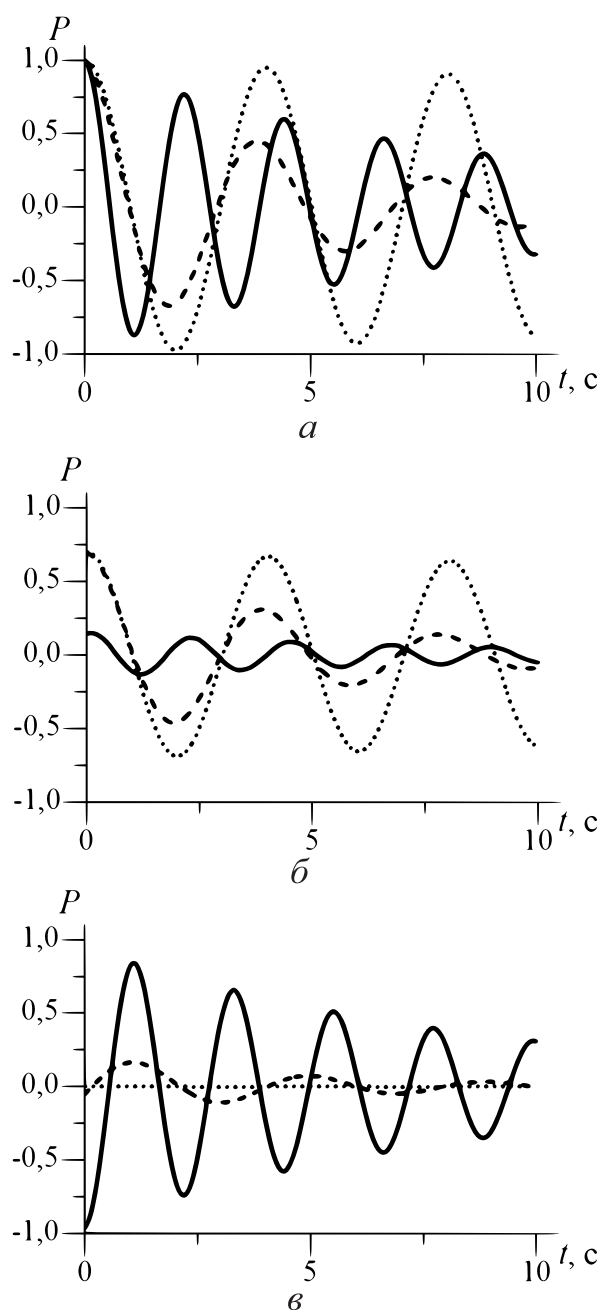


Рис. 3.4. Динамика давления в датчиках, расположенных в точках скважины 0 м (а), 750 м (б) и 1500 м (в). Сплошная, штриховая и точечная линии соответствуют значениям проницаемости $k_p = 10^{-14} \text{ м}^2, 10^{-12} \text{ м}^2, 10^{-10} \text{ м}^2$

Fig. 3.4. Dynamics of pressure in sensors located at points of the well 0 m (a), 750 m (b) and 1500 m (c). Solid, dashed, and dotted lines correspond to permeability $k_p = 10^{-14} \text{ m}^2, 10^{-12} \text{ m}^2, 10^{-10} \text{ m}^2$

Выводы

Проведен анализ влияния протяженности скважины и призабойной зоны пласта, размера зоны перфорации на зависимость частоты колебаний и коэффициента затухания от проницаемости. Данные зависимости показали немонотонный характер. Выявлено, что основное влияние протяженность призабойной зоны пласта на частоту и затухание собственных колебаний оказывает в случае низкопроницаемых пластов ($10^{-15} \div 10^{-13} \text{ м}^2$), при высоких проницаемостях ($10^{-12} \div 10^{-10} \text{ м}^2$) значение данных параметров почти одинаково, с увеличением значения длины зоны перфорации скважины снижается частота колебаний в пластах с проницаемостью $10^{-13} \div 10^{-11} \text{ м}^2$. Установлено, что с ростом протяженности скважины частота колебаний уменьшается независимо от проницаемости

пласта, коэффициент затухания снижается и декремент затухания увеличивается в области значений проницаемости $10^{-13} \div 10^{-12}$ м².

Литература

- [1] Горбачев Ю.И. Геофизические исследования скважин. Москва: Недра, 1990. 398 с. URL: <https://www.geokniga.org/books/2795>.
- [2] Косков В.Н. Геофизические исследования скважин: учеб. пособие / Перм. гос. техн. ун-т. Пермь, 2004. 122 с. URL: <https://pstu.ru/files/file/gnf/gis.pdf>.
- [3] Горное дело: Терминологический словарь / ред. К. Н. Трубецкой, Д.Р. Каплунова. 5-е изд., перераб. и доп. Москва: Горная книга, 2016. 635 с.
- [4] Шагапов В.Ш., Башмаков Р.А., Рафикова Г.Р., Мамаева З.З. Затухающие собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 61, № 4 (362). С. 5–14. DOI: <http://doi.org/10.15372/PMTF20200401>.
- [5] Guoqing H., Kegang L., Siew H.K., Zhang Z. He, Ram K.T. Simulation of Multiphase Fluid-Hammer Effects During Well Startup and Shut-in // Oil and Gas Facilities. 2013. Vol. 2, Issue 6, Pp. 68–77. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/160049-PA>.
- [6] Yu S., Wei J., Shuanggui L., Yingjie Yu C. Wellbore annulus water hammer pressure prediction based on transient multi-phase flow characteristics // Oil & Gas Science and Technology. 2019, vol. 74, article number 84. DOI: <http://dx.doi.org/10.2516/ogst/2019058>.
- [7] Ляпидевский В.Ю., Неверов В.В., Кривцов А.М. Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине // Сиб. электрон. матем. изв. 2018. № 15. С. 1687–1696. DOI: <http://doi.org/10.33048/semi.2018.15.140>.
- [8] Wang X., Novem K., Moos D., Quan Y. Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity // SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control. 2008. SPE 112282-MS. DOI: <http://doi.org/10.2118/112282-MS>.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Москва: Наука, 1986. 736 с. URL: http://www.immsp.kiev.ua/postgraduate/Biblioteka_trudy/GidrodinamikaLanday1986.pdf.



Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2021-27-2-70-79

Submitted: 15.03.2021

Revised: 19.04.2021

Accepted: 28.05.2021

Z.R. Rafikova

Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision
of the Ufa Federal Research Centre of the Russian
Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

E-mail: rafikova_guzal@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3305-8586>

Z.Z. Mamaeva

Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision
of the Ufa Federal Research Centre of the Russian
Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

E-mail: zilia16@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7783-1211>

INFLUENCE OF THE PARAMETERS OF THE BOTTOM BOREHOLE ZONE ON THE OWN VIBRATIONS OF THE LIQUID IN THE PUMP — COMPRESSOR TUBING²

ABSTRACT

The problem of natural oscillations of a liquid column in a tubing string, arising after a sudden opening or closing of a vertical well (water hammer), is considered. For this, a mathematical model has been built that describes the dynamics of the fluid column in the well and the filtration flow in the bottomhole zone,

²The study was performed by a grant from the Russian Science Foundation № 21-11-00207, <https://rscf.ru/project/21-11-00207/>

analytical solutions of the system of equations have been obtained. To determine the frequency, period, coefficient and decrement of damping of oscillations, a characteristic equation is found. The impact of such parameters as the length of the open section, the perforation zones of the well, the length of the tubing string, the permeability coefficient on the dynamic nature of natural pressure fluctuations has been analyzed.

Key words: well; water hammer; natural fluid vibrations; vibration frequency; damping coefficient and decrement; bottomhole formation zone; perforation zone

Citation. Rafikova Z.R., Mamaeva Z.Z. Influence of the parameters of the bottom borehole zone on the own vibrations of the liquid in the pump – compressor tubing. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2021, vol. 27, no. 2, pp. 70–79. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-2-70-79>. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: authors and reviewers declare no conflict of interests.

© Rafikova Z.R., 2021

Guzal R. Rafikova – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, scientific secretary of the Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 71, Prospekt Oktyabrya, Ufa, 450054, Russian Federation.

© Mamaeva Z.Z., 2021

Ziliya Z. Mamaeva – postgraduate student of the Mavlyutov Institute of Mechanics – Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 71, Prospekt Oktyabrya, Ufa, 450054, Russian Federation.

References

- [1] Gorbachev Yu.I. Well logging. Moscow: Nedra, 1990, 398 p. Available at: <https://www.geokniga.org/books/2795>. (In Russ.)
- [2] Koskov V.N. Geophysical survey of wells: textbook. Perm, 2004, 122 p. Available at: <https://pstu.ru/files/file/gnf/gis.pdf>. (In Russ.)
- [3] Trubetskoy K.N., Kaplunov D.R. (Eds.) Mining: Terminological dictionary. 5th edition, revised and enlarged. Moscow: Gornaya kniga, 2016, 635 p. Available at: <https://www.geokniga.org/books/19823>. (In Russ.)
- [4] Shagapov V.Sh., Bashmakov R.A., Rafikova G.R., Mamaeva Z.Z. Damped natural vibrations of fluid in a well interfaced with a reservoir. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2020, vol. 61, no. 4 (362), pp. 5–14. DOI: <http://doi.org/10.15372/PMTF20200401>. (In Russ.)
- [5] Guoqing H., Kegang L., Siew H.K., Zhang Z.He, Ram K.T. Simulation of Multiphase Fluid-Hammer Effects During Well Startup and Shut-in. *Oil and Gas Facilities*, 2013, vol. 2, issue 06, pp. 68–77. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/160049-PA>.
- [6] Yu S., Wei J., Shuanggui L., Yingjie Yu C. Wellbore annulus water hammer pressure prediction based on transient multi-phase flow characteristics. *Oil & Gas Science and Technology*, 2019, vol. 74, article number 84. DOI: <http://dx.doi.org/10.2516/ogst/2019058>.
- [7] Lyapidevsky V.Yu., Neverov V.V., Krivtsov A.M. Mathematical model of water hammer in a vertical well. *Siberic Electronic Mathematical Reports*, 2018, vol. 15, pp. 1687–1696. DOI: <http://doi.org/10.33048/semi.2018.15.140>. (In Russ.)
- [8] Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y. Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity. *SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control*, 2008, SPE 112282-MS. DOI: <http://doi.org/10.2118/112282-MS>.
- [9] Landau L.D., Lifshits E.M. Hydrodynamics. Moscow: Nauka, 1986, 736 p. Available at: http://www.immsp.kiev.ua/postgraduate/Biblioteka_trudy/GidrodinamikaLanday1986.pdf. (In Russ.)