CC BY

Научная статья
DOI: 10.18287/2541-7525-2021-27-1-74-80

УДК 517+531.01

Дата: поступления статьи: 27.12.2020
после рецензирования: 18.01.2021
принятия статьи: 28.02.2021

М.В. Шамолин
Институт механики Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация
E-mail: shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru. ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9534-0213

ЗАДАЧИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ И ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ. ЧАСТЬ 6. СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ[1]

АННОТАЦИЯ

Данная работа является шестой работой цикла по дифференциальной и топологической диагностике. В работе показано, что диагностика в случае траекторных измерений с шумом, представляющим собой случайный процесс типа нормального белого шума с нулевым средним значением и ограниченным спектром, осуществима с помощью алгоритмов диагностирования, полученных в предыдущих работах этого цикла, то есть результаты данной работы остаются справедливыми и в этом достаточно общем случае, при этом получен функционал диагностирования, который в предыдущих работах этого цикла вводился априори.

Ключевые слова: задача диагностирования; алгоритмы диагностирования; статистическое решение.

Цитирование. Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 6. Статистическое решение задачи дифференциальной диагностики // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2021. Т. 27, № 1. С. 74–80. DOI: http://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-1-74-80.

Информация о конфликте интересов: автор и рецензенты заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Шамолин М.В., 2021

Максим Владимирович Шамолин — доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института механики, академик РАЕН, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 119192, Российская Федерация, г. Москва, Мичуринский пр., 1.

Введение

В предыдущей статье цикла [5] в рамках доказательства предельной теоремы была показана возможность диагностики динамических управляемых систем в случае траекторных измерений с ошибкой ограниченной по модулю заданной функцией времени и в случае, если эта ошибка является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с дисперсией σ^2 [1–5]. Также было и будет показано, что в этих случаях можно указать «наилучшее» число необходимых траекторных измерений, при которых возможно разделение траекторий неисправных систем, то есть точное определение происшедшей в системе неисправности [6; 7].

Покажем теперь, что с помощью предложенных алгоритмов можно осуществить диагностику динамических управляемых систем в случае траекторных измерений с шумом, исходя из более общих вероятностных представлений [8–10].

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 19-01-00016).

1. Статистические алгоритмы и дифференциальные уравнения

Напомним, что конечному набору опорных невырожденных неисправностей

$$H = \|H_j\|_{j=1}^{l} \tag{1.1}$$

из класса возможных, введенного в предыдущих работах данного цикла [2; 3], поставим в соответствие набор обыкновенных дифференциальных уравнений

$$x' = f_j(x,t),\ j = 1,\ldots,l. \tag{1.2}$$

Здесь $f_j(x,t)$ — известные вектор-функции, отличающиеся друг от друга той или иной неисправностью (1.1). Модели (1.2) будем называть *невырожденными*. Таким образом, на выбор правых частей уравнений (1.2) вводятся некоторые ограничения (см. также [11; 12]).

В соответствии с (1.2) рассмотрим (вообще говоря, несколько другие) уравнения

$$x' = \bar{f}_j(x,t),\ j = 1,\ldots,l \tag{1.3}$$

(в дальнейшем черту опустим).

Предположим, что в момент $t = 0$ произошла j-я неисправность, то есть в правой части (1.3) присутствует одна из функций $f_j(x,t)$, причем это может быть любая $f_j\,(j = 1,\ldots,l)$ *с равной вероятностью.*

Предположим, что доступен наблюдению следующий вектор:

$$z(t) = x(t) + \xi(t),$$

где $x(t)$ — вектор состояния системы, а $\xi(t)$ — случайный процесс типа нормального белого шума с нулевым средним значением и ограниченным спектром $W(\omega)$ следующего вида:

$$W(\omega) = \begin{cases} M_0, |\omega| \leqslant \Delta; \\ 0, |\omega| > \Delta. \end{cases} \tag{1.4}$$

Величина $\xi(t)$ является *ошибкой измерения вектора состояния системы* $x(t)$ (см. также [13–15]).

На основе анализа наблюдаемого суммарного сигнала $z(t)$ можно вычислить распределение $P_z(x)$ для всех возможных значений сигнала $x(t)$. Распределение $P_z(x)$ называют распределением обратных вероятностей [32], так как оно указывает на то, каковы вероятности тех или иных значений причины x, если известно вызванное этой причиной следствие z.

На основе анализа этого распределения принимается решение о том, каково было значение сигнала $x(t)$, то есть в нашем случае — каков был номер правой части системы (1.3), решением которой является вектор x. Будем обозначать решение системы (1.3) с правой частью $f_j(x,t)$ буквой x с индексом j.

Номер j может быть определен, например, на основе принципа *максимальной обратной вероятности*, то есть в качестве j принимается номер решения x_j, для которого вероятность $P_z(x_j)$ имеет наименьшее значение (см. также [16; 17]).

Вероятность $P_z(x)$ находится из классических соотношений

$$P(x,z) = P(x)P_x(z) = P(z)P_z(x),$$

где $P(x,z)$ — совместная вероятность двух случайных функций x и z, $P_x(z)$— условная вероятность z при заданном x, $P(z)$— безусловная вероятность z.

Тогда, заменяя $1/P(z)$ на постоянную K (так как нас интересует зависимость $P_z(x)$ при данном измеренном z), получим:

$$P_z(x) = KP(x)P_x(z).$$

Постоянная K определяется из условия нормировки

$$\int\limits_{A_x} P_z(x)dx = 1,$$

где A_x — область всех возможных значений x.

Величины

$$P(x) = P(x_j) = \frac{1}{l}$$

(где l — число возможных правых частей (1.3)) априорно известны. Требуется найти зависимость величины $P_x(z)$ от x при данном измеренном z (см. также [18–20]).

При данном векторе $x_j(t)$ вероятность реализации величины $z(t)$ равна вероятности реализации величины

$$\xi_j(t) = z(t) - x_j(t).$$

Считая величины $\xi_j(t)$ и $x_j(t)$ *статистически независимыми*, получим [32]:

$$P_x(z) = F(\xi_j) = \frac{1}{(2\pi M)^N} e^{-\frac{1}{M_0}\int\limits_{\tau_0}^{\tau} \xi_j^2(t)dt}.$$

Здесь $M_0 = M/2\Delta$ — единичная интенсивность шума (1.4), M — средняя интенсивность, $N = [\Delta(\tau-\tau_0)]$ (квадратные скобки в данном случае означают взятие целой части числа), где Δ — ширина спектра, $\tau-\tau_0$ — время определения номера j (время диагностирования).

Таким образом, справедливо представление

$$P_x(z) = \frac{1}{(2\pi M)^N} e^{-\frac{1}{M_0}\int\limits_{\tau_0}^{\tau} (z(t)-x_j(t))^2 dt}.$$

Тогда

$$P_z(x_j) = \frac{K}{l}\frac{1}{(2\pi M)^N} e^{-\frac{1}{M_0}\int\limits_{\tau_0}^{\tau} (z(t)-x_j(t))^2 dt}. \tag{1.5}$$

В силу того, что величины K и l постоянны, величина $(2\pi M)^N$ в (1.5) при конкретном значении $\xi(t)$ и заданной разности $\tau-\tau_0$ также постоянна. Нахождение же максимума обратной вероятности сводится к нахождению максимума величины

$$e^{-\frac{1}{M_0}\int\limits_{\tau_0}^{\tau} (z(t)-x_j(t))^2 dt},$$

или, что то же самое, к нахождению минимума следующей величины:

$$\int\limits_{\tau_0}^{\tau} (z(t)-x_j(t))^2 dt \tag{1.6}$$

(так как $M_0 = \mathrm{const}$ при фиксированных величинах M и Δ) [21–23].

2. Преобразование ключевой величины и функционал

Покажем, что величина (1.6) путем использования теоремы Котельникова о разложении случайной функции может быть сведена от интеграла к сумме.

Действительно, так как время диагностирования $\tau-\tau_0$ задано и характеристика шума $\xi(t)$ известна (в частности, известна ширина спектра Δ), то по теореме Котельникова существует число $N = [\Delta(\tau-\tau_0)]$ такое, что N значений

$$\xi_j(t_i),\ i = 1,\ldots,N,\ \ t_i = \frac{i}{\Delta},$$

являются *некоррелированными* (а при нашем предположении о нормальности белого шума и статистически независимыми) координатами процесса $\xi_j(t)$, и на конечном интервале времени (τ_0,τ) применимо разложение следующего вида:

$$\int\limits_{\tau_0}^{\tau} \xi_j^2(t)\,dt = \sum_{i=1}^{N} \xi_j^2(t_i). \tag{2.1}$$

Моменты времени t_i в (2.1) являются моментами измерений вектора $z(t)$ в процессе функционирования системы. Для тех же моментов времени t_i (в бортовом вычислителе по модели объекта) вычисляются все вектора состояний [24; 25]:

$$\overline{x_j},\ j = 1,\ldots,l.$$

Решающее правило определения номера j правой части (1.3) сформулируем теперь следующим образом.

На интервале времени (τ_0,τ) для всех возможных значений номеров j правой части (1.3) формируются следующие суммы:

$$S_j = \sum_{i=1}^{N}(z(t) - \overline{x_j}(t))^2. \tag{2.2}$$

Число j, для которого значение S_j минимально, указывает номер правой части (1.3), то есть номер случившейся в системе неисправности.

Заключение

Таким образом, в результате статистического решения задачи дифференциальной диагностики при траекторных измерениях с шумом получен алгоритм диагностики, аналогичный алгоритму, который влечет теорема предыдущей работы цикла [5], а также функционал диагностики (2.2), который в теореме вводился априори, то есть получено *замкнутое детерминированное решение* задачи дифференциальной диагностики: получен функционал, решающий задачу, и указано правило его минимизации (см. также [26–28]).

Полученный алгоритм верен и в случае, если вектор $z(t)$ содержит несущее информацию о характере функций $f_j(x,t)$, $j=1,\ldots,l$ в правых частях уравнений (1.3) подмножество $d<n$ измеряемых координат фазового вектора состояния $x(t)$ (ср. с [29; 30]).

Если динамическая управляемая система подвержена внутренним и внешним воздействиям шумов и математическая модель движения этой системы так или иначе описывает эти шумы, то диагностика управления такой системой также может быть осуществлена с помощью полученного алгоритма (см. также [31; 32]).

В дальнейшей работе данного цикла перейдем к конкретным задачам, касающимся систем прямого и непрямого управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 19-01-00016).

Литература

[1] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 1. Уравнения движения и классификация неисправностей // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2019. Т. 25, № 1. С. 32–43. DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-1-32-43.

[2] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 2. Задача дифференциальной диагностики // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2019. Т. 25, № 3. С. 22–31. DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-3-22-32.

[3] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 3. Задача контроля // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2019. Т. 25, № 4. С. 36–47. DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-4-36-47.

[4] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 4. Задача диагностирования (случай точных траекторных измерений) // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2020. Т. 26, № 1. С. 52–68. DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-1-52-68.

[5] Шамолин М.В. Задачи дифференциальной и топологической диагностики. Часть 5. Задача диагностирования (случай траекторных измерений с ошибкой) // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2020. Т. 26, № 3. С. 30–39. DOI: http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-3-30-39.

[6] Борисенок И.Т., Шамолин М.В. Решение задачи дифференциальной диагностики // Фундамент. и прикл. матем. 1999. Т. 5, Вып. 3. С. 775–790. DOI: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=fpm&paperid=401&option_lang=rus.

[7] Шамолин М.В. Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. Изд. 2-е, перераб. и дополн. Москва: Экзамен, 2007. URL: http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Shamolin2007-2ru.pdf.

[8] Shamolin M.V. Foundations of Differential and Topological Diagnostics // J. Math. Sci. 2003. Vol. 114, № 1. P. 976–1024. DOI: http://dx.doi.org/10.1023/A:1021807110899.

[9] Пархоменко П.П., Сагомонян Е.С. Основы технической диагностики. Москва: Энергия, 1981. URL: https://djvu.online/file/FmH1gaq0Jm2AJ.

[10] Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1980. № 8. С. 96–121. URL: http://mi.mathnet.ru/at7158

[11] Окунев Ю.М., Парусников Н.А. Структурные и алгоритмические аспекты моделирования для задач управления. Москва: Изд-во МГУ, 1983.

[12] Чикин М.Г. Системы с фазовыми ограничениями // Автоматика и телемеханика. 1987. № 10. С. 38–46. URL: http://mi.mathnet.ru/at4566.

[13] Жуков В.П. О достаточных и необходимых условиях асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1994. № 3. С. 24–36. URL: http://mi.mathnet.ru/at3855

[14] Жуков В.П. О достаточных и необходимых условиях грубости нелинейных динамических систем в смысле сохранения характера устойчивости // Автоматика и телемеханика. 2008. № 1. С. 30–38. URL: http://mi.mathnet.ru/at587.

[15] Жуков В.П. О редукции задачи исследования нелинейных динамических систем на устойчивость вторым методом Ляпунова // Автоматика и телемеханика. 2005. № 12. С. 51–64. URL: http://mi.mathnet.ru/at1475.

[16] Борисенок И.Т., Шамолин М.В. Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. 2001. № 1. С. 29–31. DOI: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=vmumm&paperid=1441&option_lang=rus.

[17] Beck A., Teboulle M. Mirror Descent and Nonlinear Projected Subgradient Methods for Convex Optimization // Operations Research Letters. May 2003. Vol. 31, № 3. P. 167–175. DOI: https://doi.org/10.1016/S0167-6377(02)00231-6.

[18] Ben-Tal A., Margalit T., Nemirovski A. The Ordered Subsets Mirror Descent Optimization Method with Applications to Tomography // SIAM Journal on Optimization. 2001. Vol. 12, № 1. P. 79–108. DOI: https://doi.org/10.1137/S1052623499354564.

[19] Su W., Boyd S., Candes E. A Differential Equation for Modeling Nesterov's Accelerated Gradient Method: Theory and Insights // The Journal of Machine Learning Research. 2016. № 17 (153). P. 1–43. Available at: https://www.researchgate.net/publication/311221666_A_differential_equation_for_modeling_Nesterov's_accelerated_gradient_method_Theory_and_insights

[20] Шамолин М.В. Диагностика гиростабилизированной платформы, включенной в систему управления движением летательного аппарата // Электронное моделирование. 2011. Т. 33:3. С. 121–126. URL: http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/61768.

[21] Шамолин М.В. Диагностика движения летательного аппарата в режиме планирующего спуска // Электронное моделирование. 2010. Т. 32:5. С. 31–44. URL: http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/61677.

[22] Fleming W.H. Optimal Control of Partially Observable Diffusions // SIAM Journal on Control. 1968. Vol. 6, № 2. P. 194–214. DOI: https://doi.org/10.1137/0306015.

[23] Choi D.H., Kim S.H., Sung D.K. Energy-efficient Maneuvering and Communication of a Single UAV-based Relay // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2014. Vol. 50, № 3. P. 2119–2326. DOI: https://doi.org/10.1109/TAES.2013.130074.

[24] Ho D.-T., Grotli E.I., Sujit P.B., Johansen T.A., Sousa J.B. Optimization of Wireless Sensor Network and UAV Data Acquisition // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2015. Vol. 78, № 1. P. 159–179. DOI: https://doi.org/10.1007/s10846-015-0175-5.

[25] Ceci C., Gerardi A., Tardelli P. Existence of Optimal Controls for Partially Observed Jump Processes // Acta Applicandae Mathematicae. 2002. Vol. 74, № 2. P. 155–175. DOI: http://dx.doi.org/10.1023/A:1020669212384.

[26] Rieder U., Winter J. Optimal Control of Markovian Jump Processes with Partial Information and Applications to a Parallel Queueing Model // Mathematical Methods of Operations Research. 2009. Vol. 70, № 3, P. 567–596. DOI: http://dx.doi.org/10.1007/s00186-009-0284-7.

[27] Power Control in Wireless Cellular Networks / M. Chiang [et al.] // Foundations and Trends in Networking. 2008. Vol. 2, № 4. P. 381–533. DOI: http://dx.doi.org/10.1561/1300000009.

[28] Power control in wireless cellular networks / E. Altman [et al.] // IEEE Transactions on Automatic Control. 2009. Vol. 54, № 10. P. 2328–2340. DOI: http://dx.doi.org/10.1109/tac.2009.2028960.

[29] Ober R.J. Balanced Parameterization of Classes of Linear Systems // SIAM Journal on Control and Optimization. 1991. Vol. 29, № 6. P. 1251–1287. DOI: https://doi.org/10.1137/0329065.

[30] Ober R.J., McFarlane D. Balanced Canonical Forms for Minimal Systems: A normalized Coprime Factor Approach // Linear Algebra and Its Applications. 1989. Vol. 122–124. P. 23–64. DOI: http://dx.doi.org/10.1016/0024-3795(89)90646-0.

[31] Antoulas A.C., Sorensen D.C., Zhou Y. On the Decay Rate of Hankel Singular Values and Related Issues // Systems & Control Letters. 2002. Vol. 46, № 5, P. 323–342. DOI: http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6911(02)00147-0.

[32] Wilson D.A. The Hankel Operator and its Induced Norms // Int. J. Contr. 1985. Vol. 42. P. 65–70. DOI: https://doi.org/10.1080/00207178508933346.

Scientific article

DOI: 10.18287/2541-7525-2021-27-1-74-80

Submited: 27.12.2020
Revised: 18.01.2021
Accepted: 28.02.2021

M.V. Shamolin

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation
E-mail: shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru. ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9534-0213

PROBLEMS OF DIFFERENTIAL AND TOPOLOGICAL DIAGNOSTICS. PART 6. STATISTICAL SOLVING OF THE PROBLEM OF DIFFERENTIAL DIAGNOSTICS[2]

ABSTRACT

Proposed work is the sixth work of the cycle on differential and topological diagnostics. It is shown that the diagnostics in the case of trajectorial measurements corrupted by noise, which is a stochastic process of the normal white noise type with zero mean value and bounded spectrum, can be performed by using the diagnostic algorithms obtained in [5], i.e., the results of this section remain valid even in this rather general case; moreover, the diagnostic functional, which was introduced in the theorem of [5] a priori, is now obtained a posteriori.

Key words: the diagnostic problem; diagnostic algorithms; statistical solving.

Citation. Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 6. Statistical solving of the problem of differential diagnostics. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2021, vol. 27, no. 1, pp. 74–80. DOI: http://doi.org/10.18287/2541-7525-2021-27-1-74-80. (In Russ.)

Information about the conflict of interests: author and reviewers declare no conflict of interests.

© Shamolin M.V., 2021

Maxim Vladimirovich Shamolin — Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, leading researcher of the Institute of Mechanics, academic of the Russian Academy of Natural Sciences, Lomonosov Moscow State University, 1, Michurinsky Avenue, Moscow, 119192, Russian Federation.

References

[1] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 1. Motion equations and classification of malfunctions. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2019, vol. 25, no. 1, pp. 32–43. Available at: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-1-32-43. (In Russ.)

[2] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 2. Problem of differential diagnostics. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2019, vol. 25, no. 3, pp. 22–31. DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-3-22-32. (In Russ.)

[3] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 3. The checking problem. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2019, vol. 25, no. 4, pp. 36–47. DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-4-36-47. (In Russ.)

[4] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 4. The case of exact trajectorial measurements. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2020, vol. 26, no. 1, pp. 52–68. DOI: https://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-1-52-68.

[5] Shamolin M.V. Problems of differential and topological diagnostics. Part 5. The case of trajectorial measurements with error. *Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaia seriia = Vestnik of Samara University. Natural Science Series*, 2020, vol. 26, no. 3, pp. 30–39. DOI: http://doi.org/10.18287/2541-7525-2020-26-3-30-39. (In Russ.)

[6] Borisenok I.T., Shamolin M.V. Solution of a problem of differential diagnostics. *Fundamental and Applied Mathematics*, 1999, vol. 5, no. 3, pp. 775–790. Available at: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=fpm&paperid=401&option_lang=rus. (In Russ.)

[7] Shamolin M.V. Certain problems of differential and topological diagnostics. 2nd edition, revised and enlarged. Moscow: Ekzamen, 2007. Available at: http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Shamolin2007-2ru.pdf. (In Russ.)

[8] Shamolin M.V. Foundations of Differential and Topological Diagnostics. *Journal of Mathematical Sciences*, 2003, vol. 114, no. 1, pp. 976–1024. DOI: http://dx.doi.org/10.1023/A:1021807110899.

[9] Parkhomenko P.P., Sagomonian E.S. Foundations of technical diagnostics. Moscow: Energiya, 1981. Available at: https://djvu.online/file/FmH1gaq0Jm2AJ. (In Russ.)

[10] Mironovskii L.A. Functional diagnosis of dynamic systems. *Avtomatika i Telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1980, no. 8, pp. 96–121. Available at: http://mi.mathnet.ru/at7158. (In Russ.)

[2] The work is carried out with the financial support from Russian Foundation for Basic Research (grant 19-01-00016).

[11] Okunev Yu.M., Parusnikov N.A. Structural and Algorithmic Aspects of Modeling for Control Problems. Moscow: Izd-vo MGU, 1983. (In Russ.)

[12] Chikin M.G. Phase-constrained systems. *Avtomatika i Telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1987, no. 10, pp. 38–46. Available at: http://mi.mathnet.ru/at4566. (In Russ.)

[13] Zhukov V.P. Sufficient and necessary conditions for the asymptotic stability of nonlinear dynamical systems. *Avtomatika i Telemekhanika = Automation and Remote Control*, 1994, vol. 55, no. 3, pp. 321–330. Available at: http://mi.mathnet.ru/at3855 (English; Russian original).

[14] Zhukov V.P. On the sufficient and necessary conditions for robustness of the nonlinear dynamic systems in terms of stability retention. *Avtomatika i Telemekhanika = Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 1, pp. 27–35. DOI: https://doi.org/10.1134/S0005117908010037. (English; Russian original).

[15] Zhukov V.P. Reduction of Stability Study of Nonlinear Dynamic Systems by the Second Lyapunov Method. *Avtomatika i Telemekhanika = Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 12, pp. 1916–1928. DOI: https://doi.org/10.1007/s10513-005-0224-9 (English; Russian original).

[16] Borisenok I.T., Shamolin M.V. Solving the problem of differential diagnostics by the method of statistical tests. *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 1. Matematika. Mekhanika = Moscow University Mechanics Bulletin*, 2001, no. 1, pp. 29–31. Available at: http://mi.mathnet.ru/vmumm1441. (In Russ.)

[17] Beck A., Teboulle M. Mirror descent and nonlinear projected subgradient methods for convex optimization. *Operations Research Letters*, May 2003, vol. 31, Issue 3, pp. 167–175. DOI: https://doi.org/10.1016/S0167-6377(02)00231-6.

[18] Ben-Tal A., Margalit T., Nemirovski A. The Ordered Subsets Mirror Descent Optimization Method with Applications to Tomography. *SIAM Journal on Optimization*, 2001, vol. 12, no. 1, pp. 79–108. DOI: https://doi.org/10.1137/S1052623499354564.

[19] Su W., Boyd S., Candes E. A Differential Equation for Modeling Nesterov's Accelerated Gradient Method: Theory and Insights. *Journal of Machine Learning Research*, 2016, No. 17(153), pp. 1–43. Available at: https://www.researchgate.net/publication/311221666_A_differential_equation_for_modeling_Nesterov's_accelerated_gradient_method_Theory_and_insights.

[20] Shamolin M.V. Diagnostics of Gyro-Stabilized Platform, Included in the Aircraft Motion Control System. *Elektronnoe modelirovanie = Electronic Modeling*, 2011, vol. 33, no. 3, pp. 121–126. Available at: http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/61768. (In Russ.)

[21] Shamolin M.V. Diagnostics of Aircraft Motion in Planning Descent Mode. *Elektronnoe modelirovanie = Electronic Modeling*, 2010, vol. 32, no. 5, pp. 31–44. Available at: http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/61677. (In Russ.)

[22] Fleming W.H. Optimal Control of Partially Observable Diffusions. *SIAM Journal on Control*, 1968, vol. 6, no. 2, pp. 194–214. DOI: https://doi.org/10.1137/0306015.

[23] Choi D.H., Kim S.H., Sung D.K. Energy-efficient maneuvering and communication of a single UAV-based relay. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, vol. 50, no. 3, pp. 2119–2326. DOI: https://doi.org/10.1109/TAES.2013.130074.

[24] Ho D.-T., Grotli E.I., Sujit P.B., Johansen T.A., Sousa J.B. Optimization of Wireless Sensor Network and UAV Data Acquisition. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2015, vol. 78, no. 1, pp. 159–179. DOI: https://doi.org/10.1007/s10846-015-0175-5.

[25] Ceci C., Gerardi A., Tardelli P. Existence of Optimal Controls for Partially Observed Jump Processes. *Acta Applicandae Mathematicae*, 2002, vol. 74, no. 2, pp. 155–175. DOI: http://dx.doi.org/10.1023/A:1020669212384.

[26] Rieder U., Winter J. Optimal Control of Markovian Jump Processes with Partial Information and Applications to a Parallel Queueing Model. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2009, vol. 70, no. 3, pp. 567–596. DOI: http://dx.doi.org/10.1007/s00186-009-0284-7.

[27] Chiang M., Tan C.W., Hande P., Lan T. Power Control in Wireless Cellular Networks. *Foundations and Trends in Networking*, 2008, vol. 2, no. 4, pp. 381–533. DOI: http://dx.doi.org/10.1561/1300000009.

[28] Altman E., Avrachenkov K., Menache I., Miller G., Prabhu B.J., Shwartz A. Power control in wireless cellular networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 10, pp. 2328–2340. Avaiilable at: http://dx.doi.org/10.1109/tac.2009.2028960.

[29] Ober R.J. Balanced Parameterization of Classes of Linear Systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1991, vol. 29, no. 6, pp. 1251–1287. DOI: https://doi.org/10.1137/0329065.

[30] Ober R.J., McFarlane D. Balanced canonical forms for minimal systems: a normalized coprime factor approach. *Linear Algebra and Its Applications*, 1989, vol. 122-124, pp. 23–64. DOI: http://dx.doi.org/10.1016/0024-3795(89)90646-0.

[31] Antoulas A.C., Sorensen D.C., Zhou Y. On the decay rate of Hankel singular values and related issues. *Systems & Control Letters*, 2002, vol. 46, no. 5, pp. 323–342. DOI: http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6911(02)00147-0.

[32] Wilson D.A. The Hankel Operator and its Induced Norms. *International Journal of Control*, 1985, vol. 42, pp. 65–70. DOI: https://doi.org/10.1080/00207178508933346.