



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 330.42

Дата поступления: 13.01.2021
рецензирования: 19.02.2021
принятия: 26.02.2021

**Математическая модель перехода производственного предприятия
к циркулярной экономике**

Л.А. Сараев

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
г. Самара, Российская Федерация
E-mail: saraev_leo@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

М.Е. Таликина

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
г. Самара, Российская Федерация
E-mail: talikina@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8149-082X>

Аннотация: В публикуемой статье предложена математическая модель предприятия, производственная деятельность которого описывается двумя производственными функциями. Основная производственная функция преобразует ресурсы в продукцию предприятия, дополнительная производственная функция превращает ресурсы в его отходы, которые обычно включаются в издержки. Предприятия безотходной циркулярной экономики организуют собственное производство так, что отходы предприятия становятся новыми производственными факторами и полностью преобразуются в дополнительную полезную продукцию. Процесс перехода во времени предприятия обычной экономики в предприятие безотходной циркулярной экономики описывается с помощью специальной безразмерной функции трансформации, изменяющейся на отрезке от нуля до единицы. Рассмотрены два варианта особенностей изменений экономических показателей предприятия, возникающих при переходе к безотходному производству. В первом случае исследовано однофакторное производственное предприятие, которое в своей производственной деятельности использует только один ресурс, который интегрирует в себе объемы факторов производства, складывающихся из основного капитала, производственных фондов, привлекаемых в производство трудовых ресурсов, используемых в производстве материалов, применяемых технологий, различного рода инноваций. Во втором случае исследовано двухфакторное производственное предприятие, которое в своей производственной деятельности использует два ресурса, первый из которых представляет собой основной капитал и производственные фонды, ко второму производственному фактору относятся привлекаемые в производство трудовые ресурсы. Установлены закономерности для изменений во времени выпуска продукции, отходов, прибыли и издержек предприятия при внедрении безотходных технологий для случая однофакторного производства. Численный анализ полученной экономико-математической модели показывает, что максимальное значение прибыли предприятия изменяется во времени и соответствует уровню внедряемых циркулярных технологий.

Ключевые слова: предприятие; ресурсы; факторы производства; производственная функция; выпуск; отходы; прибыль; издержки.

Цитирование. Сараев Л.А., Таликина М.Е. Математическая модель перехода производственного предприятия к циркулярной экономике // Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2021. Т. 12, № 1. С. 144–156. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2021-12-1-144-156>.

Информация о конфликте интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Сараев Л.А., Таликина М.Е., 2021

Леонид Александрович Сараев – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Марина Евгеньевна Таликина – старший преподаватель кафедры математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

SCIENTIFIC ARTICLE

Submitted: 13.01.2021

Revised: 19.02.2021

Accepted: 26.02.2021

Mathematical model of transition of a production enterprise to a circular economy

L.A. Saraev

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: saraev_leo@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

M.E. Talikina

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: talikina@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8149-082X>

Abstract: In the published article, a mathematical model of an enterprise is proposed, the production activity of which is described by two production functions. The main production function converts resources into the products of an enterprise, the additional production function turns resources into its waste, which are usually included in costs. Enterprises of a waste-free circular economy organize their own production so that the waste of an enterprise becomes new production factors and is completely converted into additional useful products. The process of transition in time of an enterprise of an ordinary economy to an enterprise of a waste-free circular economy is described using a special dimensionless transformation function, which varies from zero to one. Two variants of the peculiarities of changes in the economic indicators of an enterprise that arise during the transition to waste-free production are considered. In the first case, a one-factor manufacturing enterprise was investigated, which in its production activity uses only one resource, which integrates the volumes of factors of production consisting of fixed capital, production assets involved in the production of labor resources, used in the production of materials, applied technologies, of various kinds innovation. In the second case, a two-factor manufacturing enterprise has been investigated, which in its production activity uses two resources, the first of which is fixed capital and production assets, the second production factor includes labor resources involved in production. Regularities have been established for changes in the time of production, waste, profits and costs of an enterprise when introducing waste-free technologies for the case of one-factor production. A numerical analysis of the obtained economic and mathematical model shows that the maximum value of the enterprise's profit changes over time and corresponds to the level of the introduced circular technologies.

Key words: enterprise; resources; factors of production; production function; output; waste; profit; costs.

Citation. Saraev L.A., Talikina M.E. Mathematical model of transition of a production enterprise to a circular economy. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2021, vol. 12, no. 1, pp. 144–156. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2021-12-1-144-156>. (In Russ.)

Information on the conflict of interest: authors declare no conflict of interest.

© Saraev L.A., Talikina M.A., 2021

Leonid A. Saraev – Doctor of Physics and Mathematics, professor, head of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Marina E. Talikina – senior lecturer, Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Введение

Разработка новых экономико-математических моделей модернизации технологического оснащения производственных предприятий является одной из актуальных проблем современной экономической теории.

Важным аспектом такого моделирования деятельности производственных предприятий является создание моделей, описывающих особенности их перехода к безотходному производству в рамках так называемой циркулярной экономики.

Основой циркулярной экономики, циклической экономики, или экономики замкнутого цикла, являются принципы переработки и использования отходов производства и потребления. Циркулярная

экономика представляет собой динамично развивающуюся область междисциплинарных теоретических и практических знаний со специальным базовым набором инструментария, которой постепенно расширяется.

Содержательная «сущность циркулярной экономики заключается в ее стремлении повторить закрытую природную систему, где все, что произведено или использовано, полностью перерабатывается внутри системы так, что не возникает экологических проблем» [1].

Для изучения циркулярной экономики существует ряд подходов. Укажем здесь «два принципиальных подхода:

– Ресурсно-ориентированный, подразумевающий замкнутый поток материалов, энергии и отходов, что может быть достигнуто за счет повторного использования на уровне продукта (ремонт или восстановление), на уровне компонентов (повторное использование в производстве) и на уровне материала (рециркуляция);

– Экономико-ориентированный, согласно которому циркулярная экономика представляет собой экономическую систему, основанную на повторном использовании материалов и сохранении природных ресурсов, ориентированную на создание ценностей для людей и экономики в каждой части системы» [1].

Самая распространенная на данный момент модель циркулярной экономики, предложенная специалистами фонда Эллен Макартур, подразумевает интеграцию этих двух подходов [2].

Построение новых моделей трансформации обычных предприятий в предприятия циркулярной экономики позволит оценить снижение издержек, повышение выпуска продукции, увеличение прибыли и указать пути преодоления ресурсных ограничений.

Первоначально в основу разработки теории циркулярной экономики исследователями «было заложено три ключевых принципа, получивших название «3R»: reduce (сокращение) – reuse (повторное использование) – recycle (переработка), со временем трансформировавшихся в «9R» после добавления следующих шести принципов:

- Refuse – отказ от избыточного использования сырья;
- Repair – обслуживание и ремонт неисправного продукта с целью продления его срока службы;
- Refurbish – обновление и/или восстановление старого продукта при сохранении неизменным его большей части, например, ремонт зданий и сооружений, тяжелой техники и т. д.;
- Remanufacture – производство новых продуктов из элементов старого;
- Repurpose – использование продукта для других целей или более распространенное определение «вторая жизнь выброшенных вещей»;
- Recover – производство энергии из материалов» [3].

Разумеется, в дальнейшем с развитием теории и практики циркулярной экономики набор этих принципов может измениться [1–10].

Следует различать понятие циркулярной экономики и понятие зеленой экономики. «Циркулярная экономика представляет собой одно из направлений зеленой экономики, предлагающее государству и бизнесу современные подходы к повышению ресурсоэффективности, достижению социального эффекта в сфере потребления товаров, в частности за счет расширенной ответственности производителя, а также снижению экологического следа производства и выпущенных товаров» [11]. Конечная цель циркулярной экономики – быть инструментом для реализации зеленой экономики [11–15].

Внедрение безотходных технологий особенно актуально для стран, импортирующих широкий перечень природных ресурсов и не обладающих обширными территориями для захоронения отходов. В таких условиях они вынуждены планомерно и последовательно строить циркулярную экономику. Кроме того, переход к экономике замкнутого цикла дает экономическим субъектам возможность поднять конкурентоспособность своих товаров, защитить бизнес от нестабильных цен на сырье и материалы, преодолеть в определенной степени ограниченность ресурсов, повысить занятость и инновационную активность населения [16–20].

Установившийся в мире негативный комплекс эколого-экономических проблем в сфере ресурсов весьма велик. Для его преодоления требуются принципиально новые управленческие и технологические решения, которые может обеспечить потенциал циркулярной экономики. Его эффективное раз-

вите тормозит имеющаяся место вторичность экологических целей по отношению к экономическим. Тем не менее повсеместная нехватка ресурсов, стремительно растущие затраты сырья и энергии вынуждают многие страны искать оптимальные пути перехода к циркулярной экономике. Этому переходу способствуют такие факторы, как общее инновационное и экономическое развитие страны, использование более совершенных технологий, урбанизация, новые потребительские понятия ценности, степень влияния государства на формирование и развитие экономики замкнутого цикла и т. д. Переход к циркулярной экономике должен сопровождаться адекватными количественными оценками экономических показателей, мониторингом соответствующих индикаторов, методиками их измерения [21–33].

Обзор современных работ в области изучения особенностей циркулярной экономики показывает растущий интерес специалистов к этой тематике. Однако эти исследования в основном носят методологический характер или описывают конкретные технологические решения. Развитие экономико-математических методов и построение с их помощью моделей, описывающих деятельность предприятий в условиях перехода к экономике замкнутого цикла, представлены пока недостаточно широко. Результаты такого моделирования могут позволить анализировать деятельность предприятия и прогнозировать количественные оценки его экономических показателей [34].

Целью данной работы является разработка новой экономико-математической модели перехода производственного предприятия к циркулярной экономике.

Научная новизна и особенность этой модели состоят в том, что она описывает особенности изменений основных экономических показателей предприятия при переходе к экономике замкнутого цикла и позволяет установить закономерности этих изменений во времени.

Постановка задачи

Пусть производственное предприятие использует в своей деятельности некоторый набор ресурсов в виде факторов производства Q_1, Q_2, \dots, Q_n .

В качестве этих величин, выражаемых обычно в денежной форме, как правило, используются основной, оборотный, финансовый капиталы, трудовые ресурсы, материалы, технологии, инновации и т. д.

В общем случае производственные факторы $Q_s = Q_s(t)$ являются функциями времени. Переменная времени t предполагается непрерывной, единицей ее измерения служит некоторый производственный период (месяц, квартал, год). Сами функции $Q_s = Q_s(t)$ предполагаются непрерывными и непрерывно дифференцируемыми на временном интервале $(0 \leq t < \infty)$.

Поскольку любое производственное предприятие помимо выпуска полезной продукции производит отходы производства, его деятельность целесообразно описывать двумя производственными функциями.

Пусть первая производственная функция $U = U(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$, выражающая объем выпускаемой продукции предприятия задается мультипликативной производственной функцией Кобба – Дугласа

$$U = P_U \cdot \prod_{i=1}^n Q_i^{u_i}, \quad (1)$$

а вторая производственная функция $V = V(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$, выражающая объем выпускаемой продукции предприятия, задается мультипликативной производственной функцией Кобба – Дугласа

$$V = P_V \cdot \prod_{i=1}^n Q_i^{v_i}. \quad (2)$$

Здесь степенные показатели производственных функций (1) и (2) u_i и v_i представляют собой эластичности выпуска продукции и отходов по соответствующим ресурсам $(0 < u_i < 1, 0 < v_i < 1)$, P_U –

стоимость продукции, произведенной на единичные объемы ресурсов, P_V – стоимость произведенных отходов на единичные объемы ресурсов.

Выпуск предприятием продукции всегда сопровождается определенными издержками $TC_U = TC_U(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$, которые здесь принимаются пропорциональными

$$TC_U = \sum_{i=1}^n A_i \cdot Q_i + TFC . \quad (3)$$

Здесь A_i – стоимости затрат на единичные объемы ресурсов, соответственно, TFC – постоянные затраты предприятия.

Если рассматриваемое предприятие находится в процессе преобразования своих производств в безотходные производства циркулярной экономики, то часть объемов отходов (2) будет преобразована в дополнительный выпуск полезной продукции, а оставшаяся часть отходов останется в виде издержек.

Введем безразмерный коэффициент H , определяющий ту долю отходов производства $H \cdot V$, которая перерабатывается в дополнительный выпуск полезной продукции. Величина $H \cdot V$ представляет собой новый производственный фактор, который превращается в дополнительный продукт с помощью новой производственной функции Кобба – Дугласа нового перерабатывающего производства:

$$W = P_W \cdot (H \cdot V)^w . \quad (4)$$

Здесь степенной показатель производственной функции (4) w представляет собой эластичность выпуска продукции по соответствующему ресурсу ($0 < w < 1$), P_W – стоимость продукции произведенной на единичный объем ресурса.

Оставшаяся часть объема отходов производства представляет собой издержки по ресурсу V :

$$TC_V = (1 - H) \cdot V . \quad (5)$$

Процесс преобразования обычного полностью затратного предприятия в безотходное предприятие циркулярной экономики представляет собой систему поэтапных мер постепенного внедрения специальных инновационных технологий в его производство, преобразующих отходы производства в производственные факторы и выпуск дополнительной продукции.

Поэтому следует отметить, что безразмерный коэффициент H в общем случае не является константой. Он описывает процесс перехода предприятия от его варианта полностью затратного производства к безотходному производству, является функцией времени $H = H(t)$ и изменяется отрезке от нуля до единицы ($0 \leq H(t) \leq 1$).

Подстановка производственной функции (2) в выражения (4) и (5) дает:

$$W = P_W \cdot \left(H \cdot P_V \cdot \prod_{i=1}^n Q_i^{v_i} \right)^w . \quad (6)$$

$$TC_V = (1 - H) \cdot P_V \cdot \prod_{i=1}^n Q_i^{v_i} . \quad (7)$$

Таким образом, прибыль рассматриваемого предприятия, представляющая разность между выпуском продукции и издержками, задается формулой

$$PR = U + W - TC_U - TC_V ,$$

или

$$PR = P_U \cdot \prod_{i=1}^n Q_i^{u_i} + P_W \cdot \left(H \cdot P_V \cdot \prod_{i=1}^n Q_i^{v_i} \right)^w - \sum_{i=1}^n A_i \cdot Q_i - TFC - (1 - H) \cdot P_V \cdot \prod_{i=1}^n Q_i^{v_i} . \quad (8)$$

В качестве безразмерного показателя трансформации предприятия выберем здесь экспоненциальную функцию, предложенную в работе [35]:

$$H(t) = 1 - \exp\left(-\lambda \cdot \frac{t}{T}\right), \quad (9)$$

где λ – параметр, характеризующий начальную скорость внедрения безотходных технологий в производство, T – максимальная временная граница рассматриваемого процесса их внедрения.

Очевидно, что значение функции $H = 0$ означает отсутствие трансформации производства предприятия, значения функции $H \rightarrow 1$ означают практически полную трансформацию производственных отходов в дополнительную продукцию предприятия.

Однофакторная модель перехода предприятия к циркулярной экономике

Рассмотрим сначала однофакторное производственное предприятие, которое в своей производственной деятельности использует только один ресурс. Этот ресурс Q интегрирует в себе объемы факторов производства, складывающихся из основного капитала, производственных фондов, привлекаемых в производство трудовых ресурсов, используемых в производстве материалов, применяемых технологий, различного рода инноваций и т. д.

Тогда формулы (1) и (2) для объемов выпуска продукции и объемов отходов предприятия принимают вид:

$$U = P_U \cdot Q^u. \quad (10)$$

$$V = P_V \cdot Q^v. \quad (11)$$

Формула (3) для общих пропорциональных линейных издержек принимает вид:

$$TC_U = A \cdot Q + TFC. \quad (12)$$

Выражение для прибыли предприятия (8) записывается в виде:

$$PR = P_U \cdot Q^u + P_W \cdot (H \cdot P_V \cdot Q^v)^w - \\ - A \cdot Q - TFC - (1 - H) \cdot P_V \cdot Q^v \quad (13)$$

Максимальное значение прибыли предприятия PR_{\max} и соответствующее ему значение производственного фактора Q_{\max} находятся из условия

$$\frac{\partial PR}{\partial Q} = P_U \cdot u \cdot Q^{u-1} + P_W \cdot P_V^w \cdot H^w \cdot v \cdot w \cdot Q^{v \cdot w - 1} - \\ - A - (1 - H) \cdot P_V \cdot v \cdot Q^{v-1} = 0. \quad (14)$$

Решением уравнения (14) является значение производственного фактора $Q_{\max}(t)$, при котором функция прибыли (13) принимает максимальное значение $PR_{\max}(t)$. Следует отметить, что величины $Q_{\max}(t)$ и $PR_{\max}(t)$ представляют собой функции времени. Решение уравнения (14) возможно только численно.

Выражение для максимальной прибыли предприятия $PR_{\max}(t)$ записывается в виде:

$$PR_{\max}(t) = P_U \cdot Q_{\max}(t)^u + P_W \cdot (H(t) \cdot P_V \cdot Q_{\max}(t)^v)^w - \\ - A \cdot Q_{\max}(t) - TFC - (1 - H(t)) \cdot P_V \cdot Q_{\max}(t)^v \quad (15)$$

На рисунке 1 представлены графики функции объема используемых ресурсов $Q_{\max}(t)$ и функции максимальной прибыли $PR_{\max}(t)$, построенные по формулам (14) и (15).

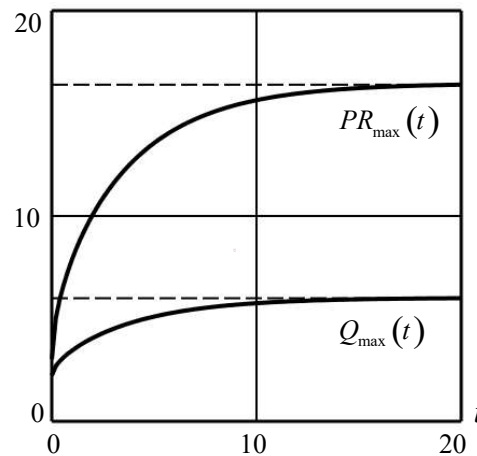


Рисунок 1 – Графики функции объема используемых ресурсов $Q_{\max}(t)$ и функции максимальной прибыли $PR_{\max}(t)$, построенные по формулам (14) и (15)

Figure 1 – Graphs of the function of the volume of resources used $Q_{\max}(t)$ and the function of maximum profit $PR_{\max}(t)$, built according to formulas (14) and (15)

На рисунке 2 представлены график поверхности функции прибыли, построенной по формуле (13), и график пространственной кривой максимальной прибыли, построенной по формулам (14), (15).

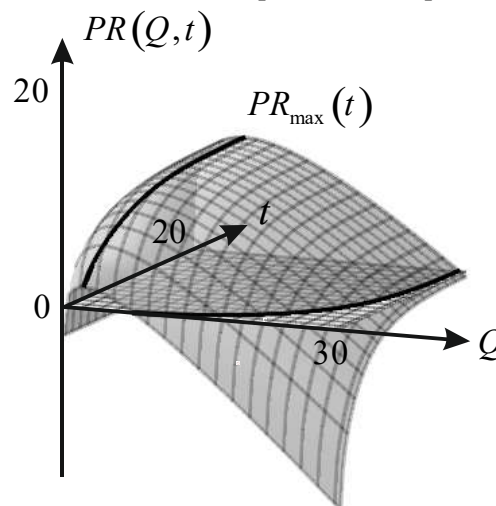


Рисунок 2 – График поверхности функции прибыли, построенный по формуле (13), и график пространственной кривой максимальной прибыли, построенной по формулам (14), (15).

Figure 2 – The graph of the surface of the profit function, built according to the formula (13), and the graph of the spatial curve of maximum profit, built according to the formulas (14), (15).

При построении рисунка 1 и рисунка 2 были использованы следующие расчетные значения: $P_U = 10$; $P_V = 2$; $P_W = 5$; $u = 0,35$; $v = 0,45$; $w = 0,51$; $A = 1,5$; $TFC = 4$; $T = 20$; $\lambda = 5$.

Двухфакторная модель перехода предприятия к циркулярной экономике

Рассмотрим теперь производственное предприятие, которое в своей производственной деятельности использует два ресурса. Производственный фактор K представляет собой основной капитал и производственные фонды, к производственному фактору L относятся привлекаемые в производство трудовые ресурсы.

Тогда формулы (1) и (2) для объемов выпуска продукции и объемов отходов предприятия принимают вид:

$$U = P_U \cdot K^{u_K} \cdot L^{u_L} . \quad (16)$$

$$V = P_V \cdot K^{v_K} \cdot L^{v_L} . \quad (17)$$

Формула (3) для общих пропорциональных линейных издержек записывается в виде

$$TC_U = A_K \cdot K + A_L \cdot L + TFC . \quad (18)$$

Формулы (6) и (7) для объемов дополнительного продукта из доли переработанных отходов и объемов оставшейся части непереработанных отходов производства сводятся к выражениям:

$$W = P_W \cdot (H \cdot P_V \cdot K^{v_K} \cdot L^{v_L})^w . \quad (19)$$

$$TC_V = (1 - H) \cdot P_V \cdot K^{v_K} \cdot L^{v_L} . \quad (20)$$

Выражение для прибыли предприятия для двухфакторной модели приобретает вид:

$$PR = P_U \cdot K^{u_K} \cdot L^{u_L} + P_W \cdot (H \cdot P_V \cdot K^{v_K} \cdot L^{v_L})^w - \quad (21)$$

$$- A_K \cdot K - A_L \cdot L - TFC - (1 - H) \cdot P_V \cdot K^{v_K} \cdot L^{v_L} .$$

Максимальное значение прибыли предприятия PR_{\max} и соответствующие ему значения производственных факторов K_{\max} и L_{\max} , находятся из условий

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial PR}{\partial K} = P_U \cdot u_K \cdot K^{u_K-1} \cdot L^{u_L} + P_W \cdot P_V^w \cdot H^w \cdot v_K \cdot w \cdot K^{v_K \cdot w-1} \cdot L^{v_L \cdot w} - \\ \quad - A_K - (1 - H) \cdot P_V \cdot v_K \cdot K^{v_K-1} \cdot L^{v_L} = 0, \\ \frac{\partial PR}{\partial L} = P_U \cdot u_L \cdot K^{u_K} \cdot L^{u_L-1} + P_W \cdot P_V^w \cdot H^w \cdot v_L \cdot w \cdot K^{v_K \cdot w} \cdot L^{v_L \cdot w-1} - \\ \quad - A_L - (1 - H) \cdot P_V \cdot v_L \cdot K^{v_K} \cdot L^{v_L-1} = 0. \end{array} \right. \quad (22)$$

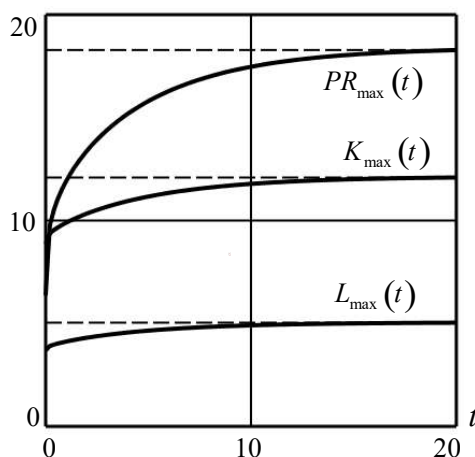


Рисунок 3 – Графики функции объемов используемых ресурсов $K_{\max}(t)$, $L_{\max}(t)$ и функции максимальной прибыли $PR_{\max}(t)$, построенные по формулам (22) и (23)

Figure 3 – Graphs of the function of the volumes of resources used $K_{\max}(t)$, $L_{\max}(t)$ and the function of maximum profit $PR_{\max}(t)$, built according to formulas (22) and (23)

Решением уравнений (22) являются значения производственных факторов $K_{\max}(t)$ и $L_{\max}(t)$, при которых функция прибыли (21) принимает максимальное значение $PR_{\max}(t)$. Следует отметить, что величины $K_{\max}(t)$, $L_{\max}(t)$ и $PR_{\max}(t)$ представляют собой функции времени. Решение системы уравнений (22) возможно только численно.

Выражение для максимальной прибыли предприятия $PR_{\max}(t)$ вычисляется по формуле

$$PR_{\max}(t) = P_U \cdot K_{\max}(t)^{u_K} \cdot L_{\max}(t)^{u_L} + P_W \cdot \left(H \cdot P_V \cdot K_{\max}(t)^{v_K} \cdot L_{\max}(t)^{v_L} \right)^w - \quad (23) \\ - A_K \cdot K_{\max}(t) - A_L \cdot L_{\max}(t) - TFC - (1 - H) \cdot P_V \cdot K_{\max}(t)^{v_K} \cdot L_{\max}(t)^{v_L}.$$

На рисунке 3 представлены графики функции объемов используемых ресурсов $K_{\max}(t)$, $L_{\max}(t)$ и функции максимальной прибыли $PR_{\max}(t)$, построенные по формулам (22) и (23).

При построении рисунка 3 были использованы следующие расчетные значения: $P_U = 10$; $P_V = 2$; $P_W = 5$; $u_K = 0,45$; $u_L = 0,15$; $v_K = 0,30$; $v_L = 0,10$; $w = 0,25$; $A_K = 1,5$; $A_L = 1,2$; $TFC = 4$; $T = 20$; $\lambda = 4$.

Заключение

Разработана новая математическая модель предприятия, производственная деятельность которого описывается производственной функцией выпуска продукции и функцией производства отходов.

Рассмотрен процесс преобразования части отходов предприятия в производственные факторы для увеличения выпуска продукции и снижения издержек. Постепенное преобразование обычного предприятия в предприятие циркулярной экономики осуществляется с помощью специальной безразмерной функции трансформации, изменяющейся на отрезке от нуля до единицы.

Подробно исследован вариант однофакторной модели предприятия и вариант двухфакторной модели предприятия.

Рассмотрены особенности изменений экономических показателей предприятия, сопровождающие его обычное производство в безотходное производство.

Установлены закономерности для изменений во времени выпуска продукции, отходов, прибыли и издержек предприятия при внедрении безотходных технологий.

Численный анализ полученных вариантов экономико-математической модели показывает, что максимальное значение прибыли предприятия, изменяется во времени и соответствует уровню внедряемых циркулярных технологий.

Библиографический список

1. Александрова В.Д. Современная концепция циркулярной экономики // Международный журнал гуманитарных и естественных наук (International Journal of Humanities and Natural Sciences). 2019. № 5–1. С. 87–93. DOI: <http://doi.org/10.24411/2500-1000-2019-10867>.
2. Ellen MacArthur Foundation: Towards a Circular Economy: Business Rationale For An Accelerated Transition. 2015. URL: https://www.ellenmacarthurfoundation.org/assets/downloads/TCE_Ellen-MacArthur-Foundation-9-Dec-2015.pdf.
3. Гурьева М.А. Теоретические основы концепта циркулярной экономики // Экономические отношения. 2019. № 3. С. 2311–2336. DOI: <http://doi.org/10.18334/eo.9.3.40990>.
4. Валько Д.В. Циркулярная экономика: теоретическая модель и эффекты реализации // Национальные интересы: приоритеты и безопасность. 2018. Т. 14, № 8. С. 1415–1429. DOI: <https://doi.org/10.24891/ni.14.8.1415>.
5. Валько Д.В. Циркулярная экономика: понятийный аппарат и диффузия концепции в отечественных исследованиях // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия экономика и экологический менеджмент. 2019. № 2. С. 42–49. DOI: <http://doi.org/10.17586/2310-1172-2019-12-2-42-49>.
6. Ратнер С.В. Циркулярная экономика: теоретические основы и практические приложения в области региональной экономики и управления // Инновации. 2018. № 9 (239). С. 29–37.
7. Jawahir I.S., Bradley R. Technological Elements of Circular Economy and the Principles of 6R-Based Closed-loop Material Flow in Sustainable Manufacturing // 13th Global Conference on Sustainable Manufacturing –

Decoupling Growth from Resource Use. *Procedia CIRP* 40, 2016, pp. 103–108. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.procir.2016.01.067>.

8. Kalmykova Y., Sadagopan M., Rosado L. Circular economy – From review of theories and practices to development of implementation tools // *Resources, Conservation and Recycling*. 2018. Vol. 135. P. 190–201. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.resconrec.2017.10.034>.

9. Kirchherr Julian et al. Conceptualizing the circular economy: An analysis of 114 definitions // *Resources, Conservation and Recycling*. 2017. Vol. 127. P. 221–232. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.resconrec.2017.09.005>.

10. Potting J., Hekkert M., Worrell E., Hanemaaijeret A. Circular Economy: Measuring Innovation in the Product Chain. The Hague: Netherlands Environmental Assessment Agency, 2017. 46 p. URL: <http://www.pbl.nl/sites/default/files/cms/publicaties/pbl-2016-circular-economy-measuring-innovation-in-product-chains-2544.pdf>.

11. Батова Н., Сачек П., Точицкая И. На пути к зеленому росту: окно возможностей циркулярной экономики // *BEROC Green Economy Policy Paper Series*, PP GE no. 1. URL: https://aqm.by/upload/iblock/803/ge_1.pdf.

12. Фюкс Р. Зеленая революция. Экономический рост без ущерба для экологии. Москва: Альпина нон-фикшн, 2016. 330 с. URL: <https://www.litmir.me/br/?b=550157&p=1>.

13. D'Amato D., Korhonen J., Toppinen A. Circular, Green, and Bio Economy: How Do Companies in Land-Use Intensive Sectors Align with Sustainability Concepts? *Ecological economics*. 2019;(158):116–133. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2018.12.026>.

14. Ghisellini, P., Cialani C. and Ulgiati S. Review on circular economy: the expected transition to a balanced interplay of environmental and economic systems // *Journal of Cleaner Production*. 2014. Vol. 114. P. 11–32. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jclepro.2015.09.007>.

15. Heshmati A. (2016) A Review of the Circular Economy and its Implementation // *IZA Discussion Paper No. 9611*. URL: <http://ftp.iza.org/dp9611.pdf>.

16. Носко П.А. Тенденции развития экономики замкнутого цикла в Европейском союзе // *Отходы и ресурсы*. 2019. Т. 6, № 1. DOI: <http://doi.org/10.15862/04ECOR119>.

17. Ратнер С.В. Европейский опыт развития циркулярной экономики // *Экономический анализ: теория и практика*. 2020. Т. 19. Вып. 4 (499). С. 598–617. DOI: <https://doi.org/10.24891/ea.19.4.598>.

18. Сысоев С. Обзор систем сбора и обработки муниципальных отходов в Швеции и Финляндии. Центр экономических исследований БЕРОК. URL: <http://www.beroc.by/upload/iblock/0d1/0d131a530b903ac2531797a4f4c04e81.pdf>.

19. Bastein T. et al. Opportunities for a Circular Economy in the Netherlands. TNO, Report commissioned by the Netherlands Ministry of Infrastructure and Environment. 2013. URL: <https://www.tno.nl/media/8551/tno-circular-economy-for-ienm.pdf>.

20. COMMUNICATION FROM THE COMMISSION TO THE EUROPEAN PARLIAMENT, THE COUNCIL, THE EUROPEAN ECONOMIC AND SOCIAL COMMITTEE AND THE COMMITTEE OF THE REGIONS. A new Circular Economy Action Plan For a cleaner and more competitive Europe. URL: <https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2012:0582:FIN:EN:PDF>.

21. Александрова В.Д. Актуальность перехода к модели циркулярной экономики в России // *Международный журнал гуманитарных и естественных наук (International Journal of Humanities and Natural Sciences)*. 2017. №. 11. С. 106–110. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30725246>.

22. Батова Н., Точицкая И. Готовность белорусских предприятий к внедрению принципов циркулярной экономики: традиционные vs циркулярные // *BEROC Green Economy Policy Paper Series*, PP no. 14. URL: <http://www.beroc.by/upload/iblock/286/286daf39532f2ec8cad438ff08d1a7b8.pdf>.

23. Григорян А.А., Бородавкина Н.Ю. Страны Прибалтики на пути к экономике замкнутого цикла // *Балтийский регион*. 2017. Т. 9, № 3. С. 7–22. DOI: <http://doi.org/10.5922/2074-9848-2017-3-1>.

24. Гурьева М.А. Построение теоретических прогнозных сценариев развития циркулярной экономики в России // *Экономика, предпринимательство и право*. 2020. Т. 10, № 8. С. 2151–2178. DOI: <http://doi.org/10.18334/epp.10.8.110689>.

25. Каменик Л.Л. Модернизация экономики России. Рециклинг ресурсов – новый вектор развития бизнеса // Экономика и предпринимательство. 2015. № 3 (56). С. 177–184. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23343053>.
26. Кудрявцева О.В., Митенкова Е.Н., Солодова М.А. Циркулярная экономика как инструмент устойчивого развития России // Экономическое возрождение России. 2019. № 3. С. 115–126. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39547848>.
27. Молчанова С.М. Инструменты круговой экономики // Учет и контроль. 2020. № 2 (52). С. 24–30. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42507392>.
28. Пахомова Н.В., Рихтер К.К., Ветрова М.А. Переход к циркулярной экономике и замкнутым цепям поставок как фактор устойчивого развития // Вестник СПбГУ. Экономика. 2017. Т. 33. Вып. 2. С. 244–268. DOI: <http://doi.org/10.21638/11701/spbu05.2017.203>.
29. Пахомова Н.В., Рихтер К.К., Ветрова М.А. Циркулярная экономика как вызов четвертой промышленной революции // Инновации. 2017. № 7 (225). С. 66–70. URL: <https://maginnov.ru/ru/zhurnal/arhiv/2017/innovacii-n7-2017/cirkulyarnaya-ekonomika-kak-vyzov-chetvertoj-promyshlennoj-revolyucii>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30736992>.
30. Старостин А.Л., Филиппова Т.В. Опыт развития модели экономики замкнутого цикла России и Китая // Экономика России в XXI веке: сб. науч. тр. XII Всерос. науч.-практ. конф. «Экономические науки и прикладные исследования»: в 2 т. / под ред. Г.А. Барышевой, Л.М. Борисовой. Томск: Томский политехнический ун-т, 2015. С. 458–467. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25754175>; http://earchive.tpu.ru/bitstream/11683/15460/1/conference_tpu-2015-C40-V2-089.pdf.
31. Точицкая И. Шершунович Е. FREE Policy Brief: На пути к циркулярной экономике: оценка прогресса в Беларуси // Центр экономических исследований БЕРОК. URL: <http://www.beroc.by/upload/iblock/bc4/bc472a61d034288bf36c261a83ee9aa9.pdf>.
32. Chang N.B. Economic and policy instrument analyses in support of the scrap tire recycling program in Taiwan // Journal of Environmental Management. 2006. № 86 (3). P. 435–450. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jenvman.2006.12.026>.
33. Su B., Heshmati A., Geng Y., Yu X. A review of the circular economy in China: Moving from rhetoric to implementation // Journal of Cleaner Production. 2013. P. 215–227. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jclepro.2012.11.020>.
34. Прасолов А.В. Математические методы экономической динамики. Санкт-Петербург: Лань, 2015. 352 с. URL: <https://klex.ru/uzv>.
35. Ilyina E.A. Saraev L.A. Predicting the dynamics of the maximum and optimal profits of innovative enterprises // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1784. P. 012002. DOI: <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1784/1/012002>.

References

1. Alexandrova V.D. Actual concept of circular economy. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*, 2019, no. 5–1, pp. 87–93. DOI: <http://doi.org/10.24411/2500-1000-2019-10867>. (In Russ.)
2. Ellen MacArthur Foundation: Towards a Circular Economy: Business Rationale For An Accelerated Transition. 2015. Available at: https://www.ellenmacarthurfoundation.org/assets/downloads/TCE_Ellen-MacArthur-Foundation-9-Dec-2015.pdf.
3. Gureva M.A. The theoretical basis of the concept of circular economy. *Journal of international economic affairs*, 2019, no. 3, pp. 2311–2336. DOI: <http://doi.org/10.18334/eo.9.3.40990>. (In Russ.)
4. Val'ko D.V. Circular economy: a theoretical model and implementation effects. *National interests: Priorities and Security*, 2018, vol. 14, no. 8, pp. 1415–1429. DOI: <https://doi.org/10.24891/ni.14.8.1415>. (In Russ.)
5. Valko D.V. Circular economy: definitions and diffusion of the concept in Russian research. *Scientific Journal NRU ITMO. Series "Economics and Environmental Management"*, 2019, no. 2, p. 42–49. DOI: <http://doi.org/10.17586/2310-1172-2019-12-2-42-49>. (In Russ.)

6. Ratner S.V. Circular economy: theoretical foundations and practical applications in the field of regional economy and management. *Innovations*, 2018, no. 9 (239), pp. 29–37. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36693260>. (In Russ.)
7. Jawahir I.S., Bradley R. Technological Elements of Circular Economy and the Principles of 6R-Based Closed-loop Material Flow in Sustainable Manufacturing. In: *13th Global Conference on Sustainable Manufacturing Decoupling Growth from Resource Use. Procedia CIRP 40*, 2016, pp. 103–108. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.procir.2016.01.067>.
8. Kalmykova Y., Sadagopan M., Rosado L. Circular economy – From review of theories and practices to development of implementation tools. *Resources, Conservation and Recycling*, 2018, vol. 135, pp. 190–201. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.resconrec.2017.10.034>.
9. Kirchherr Julian et al. Conceptualizing the circular economy: An analysis of 114 definitions. *Resources, Conservation and Recycling*, 2017, vol. 127, pp. 221–232. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.resconrec.2017.09.005>.
10. Potting J., Hekkert M., Worrell E., Hanemaaijeret A. Circular Economy: Measuring Innovation in the Product Chain. The Hague: Netherlands Environmental Assessment Agency, 2017, 46 p. Available at: www.pbl.nl/sites/default/files/cms/publicaties/pbl-2016-circular-economy-measuringinnovation-in-product-chains-2544.pdf.
11. Batova N., Sachek P., Tochitskaya I. On the way to green growth: a window of opportunities for the circular economy. *BEROC Green Economy Policy Paper Series, PP GE no. 1*. Available at: https://aqm.by/upload/iblock/803/ge_1.pdf. (In Russ.)
12. Füks R. Green revolution. Economic growth without damage to the environment. Moscow: Al'pina non-fikshn, 2016, 330 p. Available at: <https://www.litmir.me/br/?b=550157&p=1>. (In Russ.)
13. D'Amato D., Korhonen J., Toppinen A. Circular, Green, and Bio Economy: How Do Companies in Land-Use Intensive Sectors Align with Sustainability Concepts? *Ecological economics*, 2019, no. 158, pp. 116–133. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2018.12.026>.
14. Ghisellini P., Cialani C. and Ulgiati S. Review on circular economy: The expected transition to a balanced interplay of environmental and economic systems. *Journal of Cleaner Production*, 2014, vol. 114, no. 7, pp. 11–32. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jclepro.2015.09.007>.
15. Heshmati A. (2016) A Review of the Circular Economy and its Implementation. *IZA Discussion Paper No. 9611*. Available at: <http://ftp.iza.org/dp9611.pdf>.
16. Nosko P.A. Trends in the circular economy development in the European Union. *Russian Journal of Resources, Conservation and Recycling*, 2019, no. 1, vol. 6. DOI: <http://doi.org/10.15862/04ECOR119>. (In Russ.)
17. Ratner S.V. European experience in transition to circular economy. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 2020, vol. 19, issue 4 (499), pp. 598–617. DOI: <https://doi.org/10.24891/ea.19.4.598>. (In Russ.)
18. Sysoev S. Review of municipal waste collection and treatment systems in Sweden and Finland. *BEROC Green Economy Policy Paper Series, PP no. 16*. Available at: <http://www.beroc.by/upload/iblock/0d1/0d131a530b903ac2531797a4f4c04e81.pdf>. (In Russ.)
19. Bastein T. et al. (2013) Opportunities for a Circular Economy in the Netherlands. *TNO, Report commissioned by the Netherlands Ministry of Infrastructure and the Environment*. Available at: <https://www.tno.nl/media/8551/tno-circular-economy-for-ienm.pdf>.
20. COMMUNICATION FROM THE COMMISSION TO THE EUROPEAN PARLIAMENT, THE COUNCIL, THE EUROPEAN ECONOMIC AND SOCIAL COMMITTEE AND THE COMMITTEE OF THE REGIONS. A new Circular Economy Action Plan For a cleaner and more competitive Europe. Available at: <https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2012:0582:FIN:EN:PDF>.
21. Alexandrova V.D. The actuality of transition to the model of circular economy in Russia. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*, 2017, no. 11, pp. 106–110. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30725246>. (In Russ.)
22. Batova N., Tochitskaya I. Readiness of Belarusian enterprises to implement the principles of circular economy: traditional vs circular. *BEROC Green Economy Policy Paper Series, PP no. 14*. Available at: <http://www.beroc.by/upload/iblock/286/286daf39532f2ec8cad438ff08d1a7b8.pdf>. (In Russ.)

23. Grigoryan A.A., Borodavkina N.Yu. The Baltics on their way towards a circular economy. *Baltic Region*, 2017, vol. 9, no. 3, pp. 7–22. DOI: <http://doi.org/10.5922/2074-9848-2017-3-1>.
24. Guryeva M.A. The theoretical forecast scenarios of the circular economy development in Russia. *Journal of Economics, Entrepreneurship and Law*, 2020, vol. 10, no. 8, pp. 2151–2178. DOI: <http://doi.org/10.18334/epp.10.8.110689>. (In Russ.)
25. Kamenik L.L. Modernization of Russian economy. Recycling of resources – a new vector business development. *Journal of Economy and entrepreneurship*, 2015, no. 3 (56), pp. 177–184. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23343053>. (In Russ.)
26. Kudryavtseva O.V., Mitenkova E.N., Solodova M.A. Circular economy: prospects for sustainable development in Russia. *Economic Revival of Russia*, 2019, no. 3 (61), pp. 115–126. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39547848>. (In Russ.)
27. Molchanova S.M. Circular economy tools. *Uchet i kontrol'*, 2020, no. 2 (52), pp. 24–30. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42507392>. (In Russ.)
28. Pakhomova N.V., Richter K.K., Vetrova M.A. Transition to circular economy and closed-loop supply chains as driver of sustainable development. *St. Petersburg University Journal of Economic Studies*, 2017, vol. 33, issue 2, pp. 244–268. DOI: <http://doi.org/10.21638/11701/spbu05.2017.203>.
29. Pakhomova N.V., Richter K.K., Vetrova M.A. Circular economy as challenge to the fourth industrial revolution. *Innovations*, 2017, no. 7 (225), pp. 66–70. Available at: <https://maginnov.ru/ru/zhurnal/arhiv/2017/innovacii-n7-2017/cirkulyarnaya-ekonomika-kak-vyzov-chetvertoj-promyshlennoj-revolyucii>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30736992>. (In Russ.)
30. Starostin A.L., Filippova T.V. Experience of the development of the closed-loop economy model in Russia and China. In: *Barysheva G.A., Borisova L.M. (Eds.) Economy of Russia in the XXI century: collection of scientific papers of the XII All-Russian research and practical conference «Economic Sciences and Applied Research»: in 2 vols.* Tomsk: Tomskii politekhnicheskii universitet, 2015, pp. 458–467. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25754175>; http://earchive.tpu.ru/bitstream/11683/15460/1/conference_tpu-2015-C40-V2-089.pdf. (In Russ.)
31. Tochitskaya I., Shershunovich E. FREE Policy Brief: Towards a More Circular Economy: Progress Assessment of Belarus. *Free Network. Policy Brief Series*. URL: <http://www.beroc.by/upload/iblock/bc4/bc472a61d034288bf36c261a83ee9aa9.pdf>. (original in English)
32. Chang N.V. Economic and policy instrument analyses in support of the scrap tire recycling program in Taiwan. *Journal of Environmental Management*, 2006, no. 86 (3), pp. 435–450. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jenvman.2006.12.026>.
33. Su B., Heshmati A., Geng Y., Yu X. A review of the circular economy in China: Moving from rhetoric to implementation. *Journal of Cleaner Production*, 2013, pp. 215–227. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jclepro.2012.11.020>.
34. Prasolov A.V. *Mathematical methods of economic dynamics*. Saint-Petersburg: Lan', 2015, 352 p. Available at: <https://klex.ru/uzv>. (In Russ.)
35. Ilyina E.A., Saraev L.A. Predicting the dynamics of the maximum and optimal profits of innovative enterprises. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1784, p. 012002. DOI: <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1784/1/012002>.