

DOI: 10.18287/2542-0461-2020-11-3-184-189

УДК 330.42



Научная статья / Scientific article

Дата: поступления статьи / Submitted: 28.06.2020
после рецензирования / Revised: 03.08.2020
принятия статьи / Accepted: 28.08.2020

Е.А. Ильина

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2590-6138>

А.Ю. Парфенова

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: egorovaalena@inbox.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7374-3663>

Л.А. Сараев

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: saraev_leo@mail.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

К теории диффузии инноваций, учитывающей сезонные периодические колебания числа потребителей

Аннотация: В статье предложено обобщение разработанной авторами математической модели диффузии потребительских инноваций на рынке с переменным общим объемом на случай периодических сезонных изменений числа потенциальных покупателей. Построена система, состоящая из уравнений диффузии инновационного товара, учитывающих периодические колебания числа участников рынка, и уравнений изменения общего числа потенциальных покупателей инновационного товара.

Ключевые слова: инновация, диффузия инноваций, коэффициент инновации, коэффициент имитации.

Цитирование. Ильина Е.А., Парфенова А.Ю., Сараев Л.А. К теории диффузии инноваций, учитывающей сезонные периодические колебания числа потребителей // Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2020. Т. 11, № 3. С. 184–189. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-3-184-189>.

Информация о конфликте интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Е.А. Ilyina

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2590-6138>

A.Yu. Parphenova

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: egorovaalena@inbox.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7374-3663>

L.A. Saraev

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: saraev_leo@mail.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

On the theory of innovation diffusion that takes into account seasonal periodic fluctuations in the number of consumers

Abstract: In the published article, a generalization of the mathematical model of the diffusion of consumer innovations in the market with a variable total volume, developed by the authors, is proposed for the case of periodic seasonal changes in the number of potential buyers. A system has been built, consisting of diffusion equations for an innovative product, taking into account periodic fluctuations in the number of market participants, and equations for changing the total number of potential buyers of an innovative product.

Key words: innovation, innovation diffusion, innovation coefficient, imitation coefficient.

Citation. Ilyina E.A., Parphenova A.Yu., Saraev L.A. On the theory of innovation diffusion that takes into account seasonal periodic fluctuations in the number of consumers. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2020, vol. 11, no. 3, pp. 184–189. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-3-184-189>. (In Russ.)

Information on the conflict of interest: authors declare no conflict of interest.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

© *Елена Алексеевна Ильина* – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

© *Алена Юрьевна Парфенова* – старший преподаватель кафедры математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

© *Леонид Александрович Сараев* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

© *Elena A. Ilyina* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

© *Alena Yu. Parfenova* – senior Lecturer of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

© *Leonid A. Saraev* – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Введение

Совершенствование методов прогнозирования освоения рыночного пространства инновационными товарами с принципиально новыми свойствами представляет собой одну из актуальных проблем современной экономической теории [1–7].

Создание на основе этих методов новых экономико-математических моделей, отражающих реальные процессы диффузии инноваций, способно во многих случаях достаточно точно оценивать скорости роста продаж товаров с новыми свойствами, описывать сезонные колебания потребительских предпочтений, учитывать влияние расширения или сужения рыночного пространства, вычислять параметры захвата рынков инновационными товарами, выявлять временные интервалы стагнации и сворачивания их продаж и т. д. [8–12].

Целью публикуемой работы является разработка новой экономико-математической модели диффузии инноваций, учитывающей изменения объема сегмента рынка инновационного товара и сезонные колебания потребителей. Такая модель представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

Научная новизна предлагаемой модели заключается в том, что она помимо изменений во времени общего числа потенциальных покупателей учитывает сезонные колебания числа покупателей-новаторов и числа покупателей-имитаторов. Кроме того, модель способна описывать такие варианты заполнения рынка инновационным товаром, как: монотонный процесс диффузии инноваций, процессы временной стагнации или временного падения продаж.

Ход исследования

Рассмотрим появление и распространение на некотором рынке принципиально нового инновационного товара.

Пусть непрерывная и непрерывно дифференцируемая на интервале $(0 \leq t < \infty)$ функция $U = U(t)$ аппроксимирует дискретное число покупателей нового товара в момент времени t , а функция $V = V(t)$ аппроксимирует дискретное число всех потенциальных покупателей нового товара в момент времени t . При этом сам аргумент времени t считается непрерывным.

Полное приращение числа покупателей инновационного товара ΔU за некоторый промежуток времени Δt можно представить в виде двух частных приращений

$$\Delta U = \Delta U^N + \Delta U^I, \quad (1)$$

где ΔU^N – частичное приращение за промежуток времени Δt числа покупателей-новаторов, ΔU^I – частичное приращение за промежуток времени Δt числа покупателей-имитаторов, полагающихся не только на рекламу и средства массовой информации, но и на отзывы уже совершивших приобретение людей. Величины ΔU^N , ΔU^I можно представить в виде

$$\begin{cases} \Delta U^N(t) = \theta(t) \cdot a(t) \cdot V(t) \cdot \left(1 - \frac{U(t)}{V(t)}\right) \cdot \Delta t, \\ \Delta U^I(t) = \theta(t) \cdot b(t) \cdot U(t) \cdot \left(1 - \frac{U(t)}{V(t)}\right) \cdot \Delta t. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $a(t)$ – переменный коэффициент инновации, определяющий долю покупателей-новаторов от общего числа потенциальных покупателей $V(t)$; $b(t)$ – переменный коэффициент имитации, определяющий долю покупателей-имитаторов от числа покупателей, уже совершивших покупку $U(t)$; $\theta(t)$ – функция, описывающая относительную скорость поступления на рынок инновационного товара.

Коэффициенты инновации и имитации, определяющие доли покупателей-новаторов и имитаторов от общего числа потенциальных покупателей, предполагаются сезонными периодическими функциями:

$$\begin{cases} a(t) = a_0 + \rho_a \cdot \sin(\omega \cdot t), \\ b(t) = b_0 + \rho_b \cdot \sin(\omega \cdot t). \end{cases} \quad (3)$$

Множитель $\left(1 - \frac{U(t)}{V(t)}\right)$ описывает процесс насыщения рынка до некоторого предельного значения общего объема рынка $V(t)$. Следует отметить, что в рассматриваемой модели в отличие от классической модели Ф. Басса общее число потенциальных покупателей $V(t)$ не является константой, а предполагается переменной величиной [2].

Подстановка соотношения (2) в формулу (1) дает

$$\Delta U(t) = \theta(t) \cdot (a(t) \cdot V(t) + b(t) \cdot U(t)) \cdot \left(1 - \frac{U(t)}{V(t)}\right) \cdot \Delta t. \quad (4)$$

Переход в соотношении (4) к пределу при условии $\Delta t \rightarrow 0$ приводит к нелинейному дифференциальному уравнению

$$\frac{dU(t)}{dt} = \theta(t) \cdot (a(t) \cdot V(t) + b(t) \cdot U(t)) \cdot \left(1 - \frac{U(t)}{V(t)}\right). \quad (5)$$

Начальное условие для уравнения (5) имеет вид

$$U(0) = U_0. \quad (6)$$

В общем случае значение U_0 не равно нулю, но если процесс диффузии инноваций наблюдается с самого начала, то начальное условие становится нулевым $U_0 = 0$.

Следует отметить, что нелинейная задача Коши (5), (6) с переменными коэффициентами $V(t), a(t), b(t)$ может быть решена только численно.

При продвижении на рынок инновационного товара значение объема всего рынка потенциальных покупателей $V(t)$ может плавно изменяться от начального значения V_0 до предельного значения V_∞ . Будем предполагать, что изменение числа покупателей $\Delta V(t)$ за время Δt будет пропорционально отклонению функции $V(t)$ от предельного значения V_∞ .

$$\Delta V(t) = -\lambda \cdot (V(t) - V_\infty) \cdot \Delta t. \quad (7)$$

Переход к пределу при условии $\Delta t \rightarrow 0$ приводит к дифференциальному уравнению для функции $V(t)$

$$\frac{dV(t)}{dt} = -\lambda \cdot (V(t) - V_\infty), \quad (8)$$

решение которого с начальным условием $V(0) = V_0$ дает

$$V(t) = V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty}) \cdot \exp(-\lambda \cdot t). \quad (9)$$

Здесь λ – параметр, характеризующий скорость изменения общего числа потенциальных покупателей инновационного товара.

Функция относительной скорости поступления на рынок инновационного товара $\theta(t)$ существенно влияет на интегральные кривые, получаемые при решении уравнения (5). Для близких к единице значений функции $\theta(t)$ они описывают монотонный, хотя и колебательный процесс заполнения рынка инновационным товаром. Для близких к нулю и для отрицательных значений функции $\theta(t)$ они описывают процессы стагнации и падения продаж инновационного товара соответственно.

Такие процессы стагнации и падения продаж в окрестности некоторого момента времени $t = t^*$ удобно описывать функцией вида [1]

$$\theta(t) = 1 - h \cdot \exp\left(-\frac{(t - t^*)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right). \quad (10)$$

Здесь h – максимальное отклонение функции $\theta(t)$ от единицы; σ – радиус временного интервала снижения продаж.

Если параметр $h = 0$, то рынок будет заполняться инновационным товаром монотонно, если параметр $h = 1$, то в момент времени $t = t^*$ рост функции $U(t)$ прекращается и на интервале времени $(t^* - \sigma, t^* + \sigma)$ распространение инновационного товара приостанавливается, если параметр $h > 1$, то на интервале времени $(t^* - \sigma, t^* + \sigma)$ продажи падают.

На рисунке приведены три пары вариантов графиков функции $U(t)$, построенных по результатам численного решения задачи Коши (5), (6), для монотонного процесса заполнения рынка инновационным товаром, при котором параметр $h = 0$.

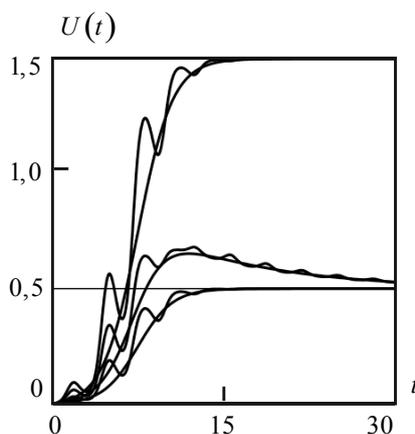


Рисунок – Графики интегральных кривых функции $U(t)$

Figure – Graphs of the integral curves of the function $U(t)$

Верхняя пара кривых соответствует максимальной неизменяемой емкости рынка $V_{\infty} = 1,5$. Плавная кривая построена для параметра $\omega = 0$ без учета сезонного изменения числа потребителей, осциллирующая кривая построена для параметра $\omega = 2$ с учетом сезонного изменения числа потребителей.

Нижняя пара кривых соответствует минимальной неизменяемой емкости рынка $V_{\infty} = 0,5$. Плавная кривая построена для параметра $\omega = 0$ без учета сезонного изменения числа потребителей, осциллирующая кривая построена для параметра $\omega = 2$ с учетом сезонного изменения числа потребителей.

Средняя пара кривых соответствует плавному переходу рынка от максимального значения $V_{\infty} = 1,5$ до минимального своего значения $V_{\infty} = 0,5$. Плавная кривая построена для параметра $\omega = 0$ без учета сезонного изменения числа потребителей, осциллирующая кривая построена для параметра $\omega = 2$ с учетом сезонного изменения числа потребителей.

Расчетные значения величин: $V_0 = 1$; $U_0 = 0$; $\lambda = 0,1$; $a_0 = 0,005$; $a_1 = 0,005$; $b_0 = 0,65$; $\rho_b = 1,5$.

Заключение

Разработана новая модель диффузии инноваций, учитывающая изменение во времени общего числа участников рынка инновационного товара и сезонные колебания числа покупателей-инноваторов и покупателей-имитаторов.

Исследовано влияние изменений общего объема рынка и сезонных колебаний числа потенциальных покупателей на процесс диффузии инноваций.

Рассмотрены три пары вариантов процесса диффузии инноваций. Первый случай соответствует максимальной неизменяемой емкости рынка, второй случай – минимальной неизменяемой емкости рынка, третий случай – плавному переходу рынка от максимального значения до минимального своего значения.

В частном случае при отсутствии сезонных колебаний числа потребителей результаты совпадают с моделью, построенной в работе [1].

Библиографический список

1. Ильина Е.А., Парфенова А.Ю., Сараев Л.А. Влияние изменений общего объема рынка на кинетику процесса диффузии инноваций // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2019. № 12. С. 61–67.
2. Bass F.M. A new product growth model for consumer durables // Management Science. 1969. Vol. 15, № 5. P. 215–227.
3. Bass F.M. Comments on «A new product growth model for consumer durables» // Management Science. 2004. Vol. 50, № 12 (Supplement). P. 1833–1840.
4. Rogers E.M. Diffusion of innovations. Third Edition. New York: The Free Press, A Division of Macmillan Publishing Co., Inc., 1983. 453 p. (1st Edition – 1962).
5. Кузнецов Ю.А., Маркова С.Е., Мичасова О.В. Математическое моделирование динамики конкурентного замещения поколений инновационного товара // Вестник Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. 2014. № 2 (1). С. 170–179.
6. Кузнецов Ю.А., Маркова С.Е., Мичасова О.В. Экономико-математическое моделирование динамики смены поколений телекоммуникационных услуг // Финансовая аналитика: теория и практика. 2014. № 34 (220). С. 43–55.
7. Комаров В.М. Основные положения теории инноваций. Москва: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2012. 190 с.
8. Полтерович В.М., Хенкин Г.М. Эволюционная модель взаимодействия процессов создания и заимствования технологий // Экономика и математические методы. 1988. Т. 24, № 6. С. 1071–1083.
9. Хенкин Г.М., Шананин А.А. Математическое моделирование шумпетеровской инновационной динамики // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 8. С. 3–19.
10. Easingwood C., Mahajan V., Muller E. A nonuniform influence innovation diffusion model of new product acceptance // Marketing Science. 1983. Vol. 2, № 3. P. 273–293.
11. Казанцев С.Ю. Использование диффузионной модели в прогнозировании долей рынка (на примере развития сетей сотовой связи стандартов GSM и CDMA 2000) // Научные труды ИНИП РАН. Российская академия наук. Институт народнохозяйственного прогнозирования. Москва: МАКС Пресс, 2005. С. 248–260.
12. Li X., Liao Z. The dynamic multi-innovation diffusion model with active potential consumers and its application to the diffusion of local telephony and mobile telephony in China // International Journal of Management Science and Engineering Management. 2006. Vol. 1, № 2. P. 148–160.

References

1. Ilyina E.A., Parphenova A.Yu., Saraev L.A. Influence of changes to the total volume of the market on the kinetics of the process of diffusion of innovations. *Vestnik Altaiskoi akademii ekonomiki i prava*, 2019, no. 12, pp. 61–67. DOI: <http://doi.org/10.17513/vaael.848>. (In Russ.)
2. Bass F.M. A new product growth model for consumer durables. *Management Science*, 1969, vol. 15, pp. 215–227. Available at: https://math.la.asu.edu/~dieter/courses/APM_598/Bass_69.pdf.
3. Bass F.M. Comments on «A new product growth model for consumer durables». *Management Science*, 2004, vol. 50, no. 12 (Supplement), pp. 1833–1840.
4. Rogers E.M. Diffusion of innovations. Third Edition. New York: The Free Press, A Division of Macmillan Publishing Co., Inc., 1983, 453 p. (1st Edition – 1962). Available at: <https://teddykw2.files.wordpress.com/2012/07/everett-m-rogers-diffusion-of-innovations.pdf>.
5. Kuznetsov Yu.A., Markova S.E., Michasova O.V. Mathematical model of compatitive replacement dynamics of innovation product generations. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*, 2014, no. 2 (1), pp. 170–179. Available at: http://www.unn.ru/pages/issues/vestnik/19931778_2014_-_2-1_unicode/28.pdf. (In Russ.)
6. Kuznetsov Yu.A., Markova S.E., Michasova O.V. Economic and mathematical modeling of dynamics of change of generations of telecommunications services. *Finansovaia analitika: teoriia i praktika*, 2014, no. 34 (220), pp. 43–55. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/ekonomiko-matematicheskoe-modelirovanie-dinamiki-smeny-pokoleniy-telekommunikatsionnyh-uslug>. (In Russ.)
7. Komarov V.M. Basic foundations of the theory of innovations. Moscow: Izdatel'skii dom «Delo» RANKhiGS, 2012, 190 p. (In Russ.)
8. Polterovich V.M., Khenkin G.M. An evolutionary model of interaction between the processes of creating and borrowing technologies. *Economics and Mathematical Methods*, 1988, vol. 24, no. 6, pp. 1071–1083. Available at: http://mathecon.cemi.rssi.ru/vm_polterovich/files/PH-EMM1.pdf. (In Russ.)
9. Henkin G.M., Shanenin A.A. Mathematical modeling of the Shumpeterian dynamics of innovation. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2014, vol. 26, no. 8, pp. 3–19. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22834374>. (In Russ.)
10. Easingwood C., Mahajan V., Muller E. A nonuniform influence innovation diffusion model of new product acceptance. *Marketing Science*, 1983, vol. 2, no. 3, pp. 273–293. DOI: <http://dx.doi.org/10.1287/mksc.2.3.273>.
11. Kazantsev S.Yu. Use of diffusion models in forecasting shares of market (example of cellular communication in standards GSM and CDMA2000 networks development). In: *Scientific Articles – Institute of Economic Forecasting Russian Academy of Sciences*. Moscow: MAKS Press, 2005, pp. 248–260. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12911557>. (In Russ.)
12. Li X., Liao Z. The dynamic multi-innovation diffusion model with active potential consumers and its application to the diffusion of local telephony and mobile telephony in China. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 2006, vol. 1, no. 2, pp. 148–160.