

DOI: 10.18287/2542-0461-2020-11-2-125-131

УДК 519.873



Научная статья / Scientific article

Дата: поступления статьи / Submitted: 11.02.2020

после рецензирования / Revised: 24.03.2020

принятия статьи / Accepted: 25.05.2020

В.М. Монтлевич

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: vlmont@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8799-8974>

А.Д. Попов

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: alexpopov1641@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0732-3473>

Математическая модель размещения виртуальных машин на физических серверах вычислительных сетей

Аннотация: Переход к цифровой экономике означает широкое внедрение ИТ-технологий и вычислительной техники во всех сферах экономической деятельности. Это связано с ростом затрат на создание внутрифирменных сетей. Но размер материальных издержек на внедрение масштабных ИТ-проектов не всегда соразмерен финансовым возможностям предприятия. Одним из путей решения проблемы в данной ситуации может служить внедрение в производственный процесс технологий виртуализации, а именно организации функционирования ИТ-системы предприятия на базе сети виртуальных машин. В статье рассмотрены основные понятия в сфере виртуализации, а также дана краткая характеристика проблемы оптимального размещения виртуальных машин. Раскрывается содержательная постановка задачи, на основе которой была разработана модель размещения виртуальных машин на физических серверах локальных сетей. Также авторами приведены различные алгоритмы решения поставленной задачи.

Ключевые слова: математическая модель, виртуальная машина, ИТ-инфраструктура, размещение, физический сервер, кластер серверов, локальная сеть, дискретная оптимизация.

Цитирование. Монтлевич В.М., Попов А.Д. Математическая модель размещения виртуальных машин на физических серверах вычислительных сетей // Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2020. Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2020. Т. 11. № 2. С. 125–131. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-2-125-131>.

Информация о конфликте интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

V.M. Montlevich

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: vlmont@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8799-8974>

A.D. Popov

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: alexpopov1641@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0732-3473>

Mathematical model of hosting of virtual machines on physical servers of computer networks

Abstract: Transition to a digital economics leads to global introduction of IT-technology and computer engineering in every sphere of economic activity. In turn, it is related to growth of the cost for creating local networks. Size of material costs for introducing high-scale IT-projects is not always comparable to company's financial potential. One of the methods to solve this problem is introduction of virtualization technologies into the manufacturing process, concretely speaking, organization of IT-system's functioning on virtual machines network. In this paper, basic terms in the field of virtualization are reviewed; also, a brief description of optimal virtual machines' hosting problem is given. Paper discloses informative formulation of the problem that serve as

the basis of the model of virtual machines hosting on computer networks' physical servers. In addition, group of authors give various algorithms of solving the problem.

Key words: mathematical model, virtual machine, IT infrastructure, allocation, physical server, server cluster, local network, discrete optimization.

Citation. Montlevich V.M., Popov A.D. Mathematical model of hosting of virtual machines on physical servers of computer networks. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2020, vol. 11, no. 2, pp. 125–131. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-2-125-131>. (In Russ.)

Information on the conflict of interest: authors declare no conflict of interest.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

© Владимир Михайлович Монтлевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

© Александр Денисович Попов – студент магистратуры кафедры математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

© Vladimir M. Montlevich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

© Alexander D. Popov – Master's Degree Student of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Введение

Виртуальная машина (ВМ) – это изолированный экземпляр операционной системы, функционирующий в отдельной области оперативной памяти host-компьютера (хозяина) под управлением специализированного программного обеспечения (гипервизора), эмулирующего аппаратные средства физического компьютера. Для пользователя работа с виртуальной машиной не отличается от работы с обычным компьютером.

Технология виртуальных машин обеспечивает функционирование нескольких логических серверов, выполняющих в ИТ-системе предприятия различные задачи, на одном компьютере с уровнем изоляции, близким к уровню изоляции отдельных физических компьютеров. Имеющиеся на рынке решения для виртуализации обеспечивают совместную бесперебойную работу нескольких разделов на одном хосте и характеризуются высокой производительностью. В период постоянно растущих требований со стороны бизнеса виртуализация помогает уменьшить нагрузку на управление компьютерными ресурсами путем виртуализации рабочих станций пользователей и их консолидации на централизованных серверах.

Однако для рационального использования ресурсов и достижения максимальной производительности ИТ-системы необходимо оптимальным образом разместить планируемое множество виртуальных машин на имеющихся вычислительных мощностях предприятия. С самого начала информационная система, спроектированная на основе технологии виртуализации, строится с учетом запаса ресурсов. Так или иначе, в процессе функционирования неминуемы изменения не только их состояния, но и распределения. К этому приводит уменьшение или увеличение количества серверов, виртуальных машин, их требований к ресурсам и перемещениям между серверами. В данном случае решением проблемы служит перераспределение ресурсов [1–3].

Данная задача может решаться в двух ситуациях:

– ИТ-система предприятия формируется «с нуля», т. е. на стадии проектирования предполагается, что ИТ-системы нет, нет технических средств, физических серверов и т. д. В этом случае размещение ВМ является лишь одной из задач проектирования ИТ-системы, наряду с задачами определения состава и параметров технических средств, топологии локальной сети и множества других задач;

– На предприятии существует локальная сеть, множество серверов с известными параметрами. В этом случае размещение ВМ выделяется в самостоятельную задачу [4; 5].

Ход исследования

Первым этапом исследования является содержательная постановка задачи размещения виртуальных машин. Предположим, что имеется n физических серверов, разделенных на m кластеров ($m \leq n$). Кластер серверов – это группа физических серверов под управлением специализированного программного обеспечения для совместного выполнения определенных функций как целостная система, связывающаяся через сеть. Такое логическое объединение вычислительных мощностей компьютерных систем делается с целью обеспечения отказоустойчивости и/или равномерного распределения вычислительных нагрузок. При выходе из строя одного или нескольких серверов выполняемые ими задачи передаются другим серверам кластера, что обеспечивает бесперебойную работу системы [6].

Все серверы, входящие в один и тот же кластер, имеют общее файловое хранилище, емкость которого равна суммарному дисковому пространству отдельных серверов. Если в локальной сети серверы не объединяются в кластеры, то $m = n$. Каждый физический сервер имеет определенный объем оперативной памяти, каждый кластер – объем файлового хранилища.

Объединение физических серверов в кластеры может основываться на различных критериях: близость технических характеристик серверов (рекомендуется использовать набор совпадающих компьютеров, содержащих одинаковые или похожие компоненты); пространственная близость (снижается вероятность возникновения аварийных ситуаций на физических каналах и повышается надежность функционирования кластера); решение задач, предъявляющих специфические требования к ПО или техническим характеристикам оборудования и т. д.

Итак, требуется разместить k виртуальных машин (ВМ) на имеющихся n физических серверах, объединенных в кластеры [7]. При этом должны выполняться следующие условия.

1. Суммарный объем дискового пространства, необходимый для размещения и функционирования ВМ в некотором кластере, не должен превышать объема файлового хранилища кластера.

2. ВМ может быть размещена в кластере только в том случае, когда там имеется хотя бы один сервер, объем доступной оперативной памяти которого не меньше объема, необходимого для функционирования ВМ.

3. Некоторые ВМ должны иметь возможность перемещения (миграции) в случае отказа сервера, на котором они функционировали. В пределах кластера миграция осуществляется автоматически при условии, что выполняется условие 2 для оставшихся работоспособными серверов.

4. Вариант размещения должен удовлетворять условию оптимальности выбранного критерия.

Следующий этап – формулирование математической модели размещения ВМ на физических серверах локальных сетей. Решение рассматриваемой задачи требует формирования и сравнения большого количества вариантов и одновременного учета большого количества ресурсных и логических условий (ограничений), что невозможно без разработки и использования соответствующей математической модели.

Введем обозначения:

1) n – число серверов, на которых могут размещаться виртуальные машины; j – индекс сервера ($j = \overline{1, n}$);

2) m – число кластеров, на которые разбиты физические серверы, i – индекс кластера ($i = \overline{1, m}$);

3) n_i – число серверов в кластере i , $\sum_{i=1}^m n_i = n$;

4) k – число виртуальных машин, которые необходимо разместить на серверах, s – индекс ВМ ($s = \overline{1, k}$);

5) D_i – доступный объем памяти файлового хранилища в кластере i ;

6) d_s – объем памяти файлового хранилища, необходимый для размещения ВМ s ;

7) M_j – доступная память сервера j ;

8) V_s – память, необходимая для размещения виртуальной машины s ;

9) p_s – число серверов, на которых должны размещаться виртуальные машины s ; условие $p_s > 1$ резервирует ресурсы, необходимые для миграции i -й ВМ на нескольких серверах;

10) $A = (a_{ij})$ – матрица отношения принадлежности серверов (узлов) к кластерам:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если узел } j \text{ находится в кластере } i, \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases},$$

11) y_{is} и x_{sj} – целочисленные переменные

$$y_{is} = \begin{cases} 1, & \text{если VM } s \text{ размещается в кластере } i, \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases},$$

$$x_{sj} = \begin{cases} 1, & \text{если VM } s \text{ размещается на узле } j, \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases},$$

11) c_{is} – параметры целевой функции (критерия качества варианта размещения), отражающей полезность размещения виртуальной машины s в кластере i .

Используя вышеприведенные обозначения, сформулируем математическую модель задачи размещения виртуальных машин:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^k c_{is} y_{is} \rightarrow \max; \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m y_{is} = 1, \quad s = \overline{1, k}; \quad (2)$$

$$\sum_{s=1}^k d_s y_{is} \leq D_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_{sj} = p_s y_{is}, \quad i = \overline{1, m}; \quad s = \overline{1, k}; \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^k V_s x_{sj} \leq M_j, \quad j = \overline{1, n}; \quad (5)$$

$$y_{is}, x_{sj} \in \{0, 1\}. \quad (6)$$

Здесь соотношение (1) – целевая функция, которая отражает качество варианта размещения в зависимости от выбранного критерия.

Ограничения (2) означают, что каждая виртуальная машина размещается только в одном кластере.

Ограничения (3) – файловое пространство, необходимое для размещения виртуальной машины в кластере, не превышает доступного объема памяти файлового хранилища.

Ограничения (4) – условия, означающие, что для размещения виртуальной машины s резервируется место на p узлах кластера для возможности миграции внутри кластера.

Ограничения (5) означают, что суммарная оперативная память, необходимая для работы всех виртуальных машин, размещенных на узле, не превосходит доступную оперативную память для этого узла.

Данная задача является задачей дискретной оптимизации. Ее можно охарактеризовать как двухуровневую дискретную распределительную задачу, относящуюся к классу сложности NP. В настоящее время известно большое число различных подходов, методов, алгоритмов решения задач дискретной оптимизации. Большинство из них можно отнести к одной из четырех групп:

- методы отсечений (отсекающих плоскостей);
- комбинаторные методы;
- динамическое программирование;
- приближенные и эвристические методы.

Методы трех первых групп ориентированы прежде всего на получение точных решений задачи, хотя некоторые из них позволяют находить приближенные решения с обоснованной оценкой погрешности.

Теоретические результаты оценки сложности алгоритмов дискретной оптимизации и практический опыт их использования дают следующие результаты [8; 9]. Во-первых, большинство задач дискретной оптимизации относится к классу сложности NP, что означает экспоненциальный рост времени решения в зависимости от размерности задачи.

Во-вторых, практика использования алгоритмов показывает «непредсказуемость» их поведения: изменение структуры задачи, ее размерности и даже просто числовых данных при неизменных размерности и структуре могут приводить к значительному увеличению времени решения.

Однако для эффективного практического применения предлагаемой модели (или ее аналогов) от алгоритма решения требуется возможность получения оптимального или приближенного варианта в минимально возможное время.

Опыт решения задач дискретной оптимизации убедительно свидетельствует, что наиболее эффективны алгоритмы, учитывающие специфику решаемых задач. Показательным примером является алгоритм ветвей и границ Дж. Литл, К. Мурти, Д. Суини, К. Кэрл для решения задачи коммивояжера, а также алгоритм Форда – Фалкерсона для задачи о максимальном потоке, алгоритмы Прима, Краскала для задачи построения минимального остовного дерева, алгоритм Дейкстры для задачи о кратчайшем пути в графе и ряд других [9; 10].

Одним из методов, хорошо зарекомендовавшим себя при решении ряда прикладных задач, в том числе задач размещения в различных постановках, является аппроксимационно-комбинаторный метод (АКМ), разработанный В.Р. Хачатуровым [11; 12]. Суть метода заключается в замене решения сложной задачи дискретной оптимизации большой размерности задачей формирования небольшого подмножества вариантов более простой аппроксимирующей задачи и последующего решения на этом подмножестве исходной задачи. Аппроксимирующая задача выбирается так, чтобы существовал эффективный алгоритм формирования указанного подмножества.

Опишем основные положения метода. Пусть на конечном множестве Ω задана функция $F(\omega)$, $\omega^* \in \Omega$ – решение задачи $F(\omega) \rightarrow \max$, $\omega \in \Omega$, $X \supseteq \Omega$ – конечное расширение множества Ω .

1. На множестве X определяется аппроксимирующая функция $P(\omega)$, такая, что $P(\omega^*) \geq F(\omega^*)$ и для $P(\omega)$ имеются эффективные методы определения не только решения ω_0 задачи $P(\omega) \rightarrow \max$, $\omega \in X$, но и всех элементов $\omega \in X$, для которых выполняется условие $P(\omega_0) \geq P(\omega) \geq P(\omega_0) - R$, где $R > 0$ – заданное число. Обозначим множество тех $\omega \in X$, для которых выполняется это условие, через $X_0(R)$ (множество R -близких вариантов) и положим $\bar{C} = P(\omega_0) - R$.

2. Определим множество $\Omega_0(R) = X_0(R) \cap \Omega$, и $\tilde{\omega}$ – решение задачи $F(\omega) \rightarrow \max$, $\omega \in \Omega_0(R)$.

Далее приведем критерий оптимальности:

- 1) Если $F(\tilde{\omega}) \geq \bar{C}$, то $\omega^* = \tilde{\omega}$;
- 2) Если же $F(\tilde{\omega}) < \bar{C}$, то $F(\tilde{\omega}) < F(\omega^*) < \bar{C}$.

Таким образом, в первом случае мы получаем точное решение исходной задачи, а во втором – приближенное с оценкой погрешности. Параметр R позволяет регулировать мощность множеств $X_0(R)$ и $\Omega_0(R)$ и, соответственно, время решения задачи (получения варианта $\tilde{\omega}$).

По сути, аппроксимационно-комбинаторный метод является схемой, в рамках которой могут строиться конкретные алгоритмы для решения различных классов задач. Рассмотрим применение этого метода к решению задачи (1)–(6) размещения виртуальных машин.

Пусть $K = \{1, 2, \dots, k\}$ – множество виртуальных машин. Каждый вариант размещения ВМ, в силу условий (2), порождает разбиение множества K на m попарно не пересекающихся подмножеств K_i , $i = \overline{1, m}$ виртуальных машин, размещенных в кластере i . И наоборот, каждому разбиению ω соответствует вектор Y_ω переменных $y_{is} \in \{0, 1\}$ задачи (1)–(6). Разбиение ω будем называть допустимым, если для вектора Y_ω существует такой вектор переменных X_ω , $x_{is} \in \{0, 1\}$, что пара (Y_ω, X_ω) удовлетворяет условиям (3)–(5). Обозначим через Ω_0 множество всех допустимых разбиений множества K .

Сформулируем задачу (1)–(6) как задачу на множестве Ω_0 . Координаты вектора Y_ω :

$$F(\omega) = \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^k c_{is} y_{is}^\omega, \quad y_{is}^\omega.$$

Задача $F(\omega) \rightarrow \max$, $\omega \in \Omega_0$ эквивалентна задаче (1)–(6).

В качестве аппроксимирующей рассмотрим задачу $P(\omega) = F(\omega) \rightarrow \max$, $\omega \in \Omega \supset \Omega_0$, которая, очевидно, удовлетворяет условиям применимости аппроксимационно-комбинаторного метода. Для этой задачи в работе [13] формулируется критерий принадлежности вариантов $\omega \in \Omega$ к множеству R -близких вариантов и описывается эффективный алгоритм формирования этого множества.

Решение исходной задачи (1)–(6) сводится к формированию множества $\Omega(R)$ R -близких вариантов, проверке их допустимости и выбора максимального из них. Алгоритм успешно применялся для решения сходных по структуре задач размещения внутрицехового электрооборудования при проектировании цеховых электросетей.

Заключение

Современные тенденции развития экономики, связанные с широким внедрением информационных технологий во всех сферах экономической деятельности, предъявляют повышенные требования к техническому обеспечению предприятий средствами вычислительной техники. Это, в свою очередь, требует увеличения инвестиций в развитие ИТ-сферы, что не всегда соответствует финансовым возможностям предприятия. Эту проблему отчасти можно решить применением технологии виртуальных машин, которая позволяет на одном физическом компьютере разместить несколько виртуальных для решения различных задач и независимой работы различных пользователей.

Реализация технологии ВМ требует решения ряда задач технического и системного характера, одной из которых является задача рационального размещения ВМ и совместного использования ограниченных ресурсов физических компьютеров для обеспечения их надежной работы. При большом числе физических компьютеров и виртуальных машин она становится сложной комбинаторной задачей.

В статье задача рационального размещения ВМ на физических серверах рассматривается как задача дискретной оптимизации. Приводится содержательная постановка задачи, для которой формулируется математическая модель целочисленного программирования и описывается алгоритм ее решения.

Библиографический список

1. Королев О.Л., Гавриков И.В., Смирнов А.Д. Экономическая роль виртуализации в информационных системах // International scientific review. 2017. № 5. P. 36–39. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29227318>.
2. Соловьев В.П., Удовиченко А.О. Метод планирования размещения группы виртуальных машин с перераспределением ресурсов // Программные продукты и системы. 2012. № 1. С. 134–138. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metod-planirovaniya-razmescheniya-gruppy-virtualnyh-mashin-s-pereraspredeleniem-resursov>.
3. Рахман П.А. Концептуальный подход к повышению эффективности использования вычислительных ресурсов корпоративных сетей при применении технологии виртуальных машин // Объединенный научный журнал. 2005. № 2. С. 59–67. URL: <https://bugtraq.ru/library/internals/.keep/vminfra1.pdf>.
4. Ворожцов А.С., Тутова Н.В., Тутов А.В. Методика оптимального распределения виртуальных серверов в центрах обработки данных // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 7. С. 5–10. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=24195883>.
5. Воробьев А.А., Данг С.Б. Формализация задач оптимизации размещения виртуальных машин и распределения сетевых ресурсов в облачной вычислительной системе // Системы управления и информационные технологии. 2016. № 3. С. 28–32. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26539045>.
6. Отказоустойчивая кластеризация в Windows Server. URL: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/windows-server/failover-clustering/failover-clustering-overview>, режим доступа – свободный.
7. Пальчевский Е.В., Халиков А.Р. Равномерное распараллеливание сетевой нагрузки по физическим серверам кластера // Актуальные вопросы современных научных исследований: материалы Международной научно-практич. конф. Москва, 2017. № 1. С. 119–122. URL: http://science-peace.ru/files/AVSNI_2017.pdf.
8. Финкельштейн Ю.Ю. Приближенные методы и прикладные задачи дискретного программирования. Москва: Наука, 1976. 265 с.
9. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы: учеб. пособие. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 240 с.
10. Есиков Д.О. Оценка эффективности методов решения задач обеспечения устойчивости функционирования распределенных информационных систем // Программные продукты и системы. 2017. № 2. С. 241–256. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-effektivnosti-metodov-resheniya-zadach-obespecheniya-ustoychivosti-funktsionirovaniya-raspredeleennyh-informatsionnyh>.

11. Хачатуров В.Р. Аппроксимационно-комбинаторный метод и некоторые его приложения // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1974. № 14. С. 1464–1487. URL: <http://mi.mathnet.ru/zvmmf6381>.
12. Хачатуров В.Р. Математические методы регионального программирования. Москва: Наука, 1989. 302 с.
13. Монтлевич В.М. Задача размещения предприятий с типовыми мощностями и неделимыми потребителями // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2000. Т. 40. № 10. С. 1491–1507.

References

1. Korolyov O.L., Gavrikov I.V., Smirnov A.D. The economic role of virtualization in information systems. *International scientific review*, 2017, no. 5, pp. 36–39. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29227318>. (In Russ.)
2. Solovyov V.P., Udovichenko A.O. Planning method of virtual machines' group hosting with redistribution of resources. *Programmnye produkty i sistemy = Software & systems*, 2012, no. 1, pp. 134–138. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/metod-planirovaniya-razmescheniya-gruppy-virtualnyh-mashin-s-pereraspredeleniem-resursov>. (In Russ.)
3. Rakhman P.A. Conceptual approach for efficiency of using computing resources in corporate network with virtual machines' technology application. *Ob"edinennyi nauchnyy zhurnal*, 2005, no. 2, pp. 59–67. Available at: <https://bugtraq.ru/library/internals/.keep/vminfra1.pdf>. (In Russ.)
4. Vorozhtsov A.S., Tutova N.V., Tutov A.V. The technique of virtual server placement in data centers. *T-Comm*, 2015, vol. 9, no. 7, pp. 5–10. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=24195883>. (In Russ.)
5. Vorobyev A.A., Dang S.B. Formalizing the optimization problem of virtual machines allocation network resources distribution in cloud computing systems. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*, 2016, no. 3 (65), pp. 28–32. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26539045>. (In Russ.)
6. Fault tolerant clustering in Windows Server. Available at: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/windows-server/failover-clustering/failover-clustering-overview>, free access mode. (In Russ.)
7. Palchevkiy Ye.V., Khalikov A.R. Uniform multisequencing of the network load on physical servers of the cluster. In: *Topical issues of modern scientific research: materials of the International research and practical conference*, 2017, no. 1, pp. 119–122. Available at: http://science-peace.ru/files/AVSNI_2017.pdf. (In Russ.)
8. Finkelshtein Yu.Yu. Approximate methods and applied tasks of discrete programming. Moscow: Nauka, 1976, 265 p. (In Russ.)
9. Sigal I.Kh., Ivanova A.P. Introduction to applied discrete programming: models and computational algorithms: textbook. Moscow: FIZMATLIT, 2003, 240 p. (In Russ.)
10. Esikov D.O. Evaluating the effectiveness of sustainability problem solving methods of distributed information system functioning. *Programmnye produkty i sistemy = Software & systems*, 2017, no. 2, pp. 241–256. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-effektivnosti-metodov-resheniya-zadach-obespecheniya-ustoychivosti-funktsionirovaniya-raspredelennyh-informatsionnyh>. (In Russ.)
11. Khachaturov V.R. The combinatoric-approximation method and some of its applications. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1974, vol. 14, issue 6, pp. 90–112. DOI: [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(74\)90172-4](https://doi.org/10.1016/0041-5553(74)90172-4). (In Russ.)
12. Khachaturov V.R. Mathematical methods of regional programming. Moscow: Nauka, 1989, 302 p. (In Russ.)
13. Montlevich V.M. The plant location problem enterprises with discrete capacities and indivisible customers. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2000, vol. 40, no. 10, pp. 1430–1446. Available at: <http://mi.mathnet.ru/eng/zvmmf1433>. (In Russ.)