МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ
MATHEMATICAL AND INSTRUMENTAL METHODS OF ECONOMICS

DOI: 10.18287/2542-0461-2020-11-1-144-152
УДК 330.42
Научная статья / Scientific article
Дата: поступления статьи / Submitted: 10.11.2019
после рецензирования / Revised: 14.01.2020
принятия статьи / Accepted: 26.02.2020

Е.А. Ильина
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация
E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru

Влияние трансакционных издержек производственного предприятия на формирование его прибыли

Аннотация: В статье разработаны математические модели, учитывающие влияние трансакционных издержек на экономические показателей работы предприятия. Источником трансакционных издержек предприятия являются вынужденные расходы на поиск и обработку экономической информации, финансирование процедур проведения переговоров, проработку и заключение контрактов с партнерами, организацию защиты прав собственности, оплату оппортунистического поведения сотрудников и руководителей предприятия и т. д. Численный анализ полученных экономико-математических моделей прогнозирования экономических показателей предприятия, имеющего определенный уровень трансакционных издержек, показывает, что вместо максимального уровня прибыли предприятие может достичь только ее меньший оптимальный уровень.

Ключевые слова: предприятие, ресурсы, факторы производства, производственная функция, прибыль, производственные издержки, трансакционные издержки
Цитирование. Ильина Е.А. Влияние трансакционных издержек производственного предприятия на формирование его прибыли // Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2020. Т. 11. № 1. С. 144–152. DOI: http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-1-144-152.
Информация о конфликте интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

E.A. Ilyina
Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru

Influence of transaction costs of a production enterprise on the formation of its profit

Abstract: The published article proposes economic and mathematical models for predicting the profits of an enterprise that incurs certain transaction costs in addition to production costs. The source of transaction costs of an enterprise is the compelled expenses for the search and processing of economic information, financing of negotiations, elaboration and conclusion of contracts with partners, organization of protection of property rights, payment of opportunistic behavior of employees and managers of the enterprise, etc. A numerical analysis of the obtained economic and mathematical models for predicting the economic indicators of an enterprise having a certain level of transaction costs shows that instead of the maximum level of profit, an enterprise can only achieve its lower optimal level, which corresponds to the optimal value of the transaction utility function.

Key words: enterprise, resources, factors of production, production function, profit, transformation costs, transaction costs.
Citation. Ilyina E.A. *Vliyaniye transaktsionnykh izderzhek proizvodstvennogo predpriyatiya na formirovaniye yego pribyli* [Influence of transaction costs of a production enterprise on the formation of its profit]. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, vol. 11, no. 1, pp. 144–152. (In Russ.) DOI: http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-1-144-152.
Information on the conflict of interest: author declares no conflict of interest.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / INFORMATION ABOUT THE AUTHOR
© *Ильина Елена Алексеевна* – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математики и бизнес–информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.
© *Ilyina Elena Alexeevna* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, asspshiate professor of the Department of Mathematics and Business-Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Введение

Деятельность производственных предприятий осуществляется не только в сфере материального производства, но и в определенной социальной среде. Соответственно воздействия предприятий на сферу материального производства представляют собой некоторые трансформации, результатами которых являются выпуск продукции, производственные издержки и прибыль, а воздействия предприятий на социальную сферу выражаются определенными трансакциями, в результате которых возникают трансакционные издержки и перераспределение прибыли.

Производственная деятельность предприятия формирует его производственные издержки, а взаимодействие предприятия с социальной средой порождает непроизводственные трансакционные издержки.

Трансакционные издержки могут включать в себя издержки на поиск экономической информации, по измерению параметров различных благ, по ведению переговоров и заключению контрактов, по созданию спецификаций и защиты прав собственности, по расходам оппортунистического поведения руководства и т. д.

В некоторых случаях трансакционные издержки являются следствием усиления мер, принимаемых руководством для повышения качества выпускаемой продукции с новыми повышенными потребительскими свойствами. Значительная часть трансакционных издержек может направляться руководством на социальные программы для персонала, на программы повышения квалификации сотрудников, на экологию, на научные и благотворительные проекты и т. д.

Реализация подобных программ способствует росту выпуска качественной продукции и объемов продаж, развивает инновационную компоненту предприятия, привлекает новые объемы инвестиций. В тоже время внедрение этих программ порождает существенные трансакционные издержки и снижает прибыль предприятия.

Наличие трансакционных издержек вынуждает менеджмент предприятия максимизировать не функцию прибыли, а трансакционную функцию полезности, которая учитывает оппортунистические интересы руководства и отток части прибыли предприятия на непроизводственные нужды. Эти обстоятельства мешают достичь максимально возможной прибыли предприятия, вместо которой приходится ограничиваться ее оптимальным значением.

Таким образом, задача создания математических моделей расчета экономических показателей работы предприятия, учитывающих уровень трансакционных издержек, представляется весьма актуальной [1–3].

Ход исследования

Все ресурсы, участвующие в работе производств предприятия, удобно представлять в виде многомерного вектора пространства R^n

$$\mathbf{Q} = \left(Q_1, Q_2, \ldots, Q_m, S_1, S_2, \ldots, S_n\right).$$

Здесь компоненты вектора Q_i – представляют собой привлекаемые в производство объемы факторов производства в виде основных и трудовых ресурсов, а компоненты вектора S_i – непроизводственные ресурсы.

Очевидно, что величины Q_i – только производственные издержки, а величины S_i генерируют как производственные, так и трансакционные издержки.

Произвольная многофакторная производственная функция TR, обеспечивающая объем выпускаемой продукции производственного предприятия, может быть записана в виде

$$TR = F\left(Q_1, Q_2, \ldots, Q_m, S_1, S_2, \ldots, S_n\right). \tag{1}$$

В рамках рассматриваемой здесь экономико-математической модели ограничимся мультипликативной производственной функцией

$$TR = P \cdot \prod_{i=1}^{m} Q_i^{a_i} \cdot \prod_{j=1}^{n} S_j^{a_j}. \tag{2}$$

Здесь a_i – эластичность выпуска по ресурсу Q_i $\left(0 < a_i < 1\right)$, P – стоимость продукции, изготовленной из единичных объемов ресурсов.

Функция общих пропорциональных издержек имеет вид

$$TC = \sum_{i=1}^{m} A_Q^i \cdot Q_i + \sum_{j=1}^{n} A_S^j \cdot S_j + TFC. \tag{3}$$

Здесь A_Q^i, A_S^j – стоимости издержек, отнесенные к единичным объемам ресурсов, TFC – постоянные издержки.

Выражение для прибыли предприятия $PR = TR - TC$ записывается в виде

$$PR = P \cdot \prod_{i=1}^{m} Q_i^{a_i} \cdot \prod_{j=1}^{n} S_j^{a_j} - \sum_{i=1}^{m} A_Q^i \cdot Q_i - \sum_{j=1}^{n} A_S^j \cdot S_j - TFC. \tag{4}$$

Если не учитывать трансакционные издержки, то наибольший доход рассматриваемого предприятия соответствует максимуму функции прибыли (4).

Для учета трансакционных издержек вместе с функцией прибыли (4) необходимо максимизировать еще и целевую трансакционную функцию полезности, которая здесь принимается мультипликативной:

$$U = U\left(PR, S_1, S_2, \ldots, S_n\right) = PR \cdot \prod_{j=1}^{n} S_j^{u_j}. \tag{5}$$

Здесь u_j представляет собой эластичности целевой трансакционной функции полезности по соответствующим ресурсам $\left(0 < u_j \le 1\right)$

Рассмотрим сначала вариант предприятия, в котором за выпуск его продукции отвечает один производственный фактор Q и один непроизводственный ресурс S. В этом случае формулы (2)–(5) принимают вид:

$$TR = P \cdot Q^a \cdot S^c \tag{6}$$

$$TC = A_Q \cdot Q + A_S \cdot S + TFC. \tag{7}$$

$$PR = P \cdot Q^a \cdot S^c - A_Q \cdot Q - A_S \cdot S - TFC. \tag{8}$$

$$U = PR \cdot S^u. \tag{9}$$

Изучим сначала краткосрочный период работы предприятия, в течении которого производственный фактор Q не изменяется $\left(Q = const\right)$.

Локальный максимум функции прибыли (8) находится из условия

$$\frac{dPR}{dS} = c \cdot \left(P \cdot Q^a \cdot S^{c-1} - \alpha_S\right) = 0. \tag{10}$$

Здесь $\alpha_S = \dfrac{A_S}{c}$.

Решение уравнения (10) имеет вид

$$S_{\max} = \left(\frac{P \cdot Q^a}{\alpha_S} \right)^{\frac{1}{1-c}} . \qquad (11)$$

Максимальное значение прибыли предприятия вычисляется по формуле (8)

$$PR_{\max} = P \cdot Q^a \cdot \left(\frac{P \cdot Q^a}{\alpha_S} \right)^{\frac{c}{1-c}} - A_Q \cdot Q - A_S \cdot \left(\frac{P \cdot Q^a}{\alpha_S} \right)^{\frac{1}{1-c}} - TFC . \qquad (12)$$

Определим теперь оптимальные значения прибыли, в которых учтено влияние целевой трансакционной функции полезности на работу предприятия. Подстановка функции прибыли (8) в трансакционную функцию полезности (9) дает

$$U = PR(S) \cdot S^u = \left(P \cdot Q^a \cdot S^c - A_Q \cdot Q - A_S \cdot S - TFC \right) \cdot S^u . \qquad (13)$$

Для вычисления оптимального значения ресурса S_{opt}, учитывающего влияние целевой трансакционной функции полезности, приравняем нулю ее производную функции (13):

$$\frac{dU}{dS} = c \cdot \left(P \cdot Q^a \cdot S^{c-1} - \alpha_S \right) \cdot S^u + PR(S) \cdot u \cdot S^{u-1} = 0 ,$$

или

$$c \cdot \left(P \cdot Q^a \cdot S^{c-1} - \alpha_S \right) \cdot S + PR(S) \cdot u = 0 . \qquad (14)$$

Подстановка формулы (11) в уравнение (14) преобразует его в уравнение относительно оптимального значения ресурса S_{opt}:

$$c \cdot P \cdot Q^a \cdot S_{\text{opt}} \cdot \left(S_{\text{opt}}^{c-1} - S_{\max}^{c-1} \right) + PR\left(S_{\text{opt}}\right) \cdot u = 0 . \qquad (15)$$

Решить аналитически уравнение (15) не представляется возможным, оно допускает только численное решение.

Все коэффициенты уравнения (15) $u, P, Q, c, S_{\text{opt}}, PR$ являются неотрицательными, поэтому имеет место неравенство

$$S_{\text{opt}}^{c-1} - S_{\max}^{c-1} < 0,$$

или

$$\left(\frac{1}{S_{\text{opt}}} \right)^{1-c} < \left(\frac{1}{S_{\max}} \right)^{1-c} .$$

Учитывая, что показатель эластичности c удовлетворяет неравенствам

$$\left(0 < c < 1 \right) \Rightarrow \left(0 < 1 - c < 1 \right),$$

получаем

$$S_{\text{opt}} > S_{\max} . \qquad (16)$$

Таким образом, из соотношений (11), (13) и (14) следует, что

$$PR\left(S_{\text{opt}}\right) < PR\left(S_{\max}\right) . \qquad (17)$$

На рис. 1 представлены график функции прибыли $PR = PR(S)$ и кривая безразличия целевой трансакционной функции полезности $U(PR, S) = U_{\text{opt}}$. Координаты точки касания кривых $\left(PR_{\text{opt}}, S_{\text{opt}}\right)$ являются численным решением уравнения (15).

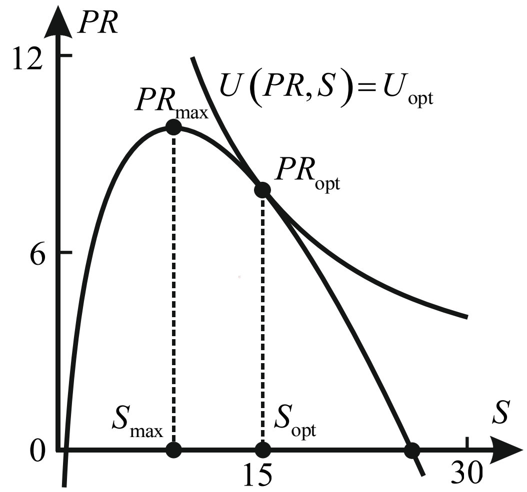

Рис. 1 – График функции прибыли $PR = PR(S)$ и кривая безразличия целевой трансакционной функции полезности $U(PR,S) = U_{\text{opt}}$. Расчетные значения: $P = 20$; $Q = 1{,}5$; $a = 0{,}25$; $c = 0{,}33$; $u = 1$; $A_Q = 0{,}4$; $A_S = 1{,}7$; $TFC = 20$; $S_{\max} = 8{,}8095$; $PR_{\max} = 9{,}8062$; $S_{\text{opt}} = 15{,}19042$; $PR_{\text{opt}} = 7{,}89767$; $U_{\text{opt}} = 119{,}9689$

Fig. 1 – The graph of the profit function and the indifference curve of the target transactional utility function $U(PR,S) = U_{\text{opt}}$. Estimated values: $P = 20$; $Q = 1{,}5$; $a = 0{,}25$; $c = 0{,}33$; $u = 1$; $A_Q = 0{,}4$; $A_S = 1{,}7$; $TFC = 20$; $S_{\max} = 8{,}8095$; $PR_{\max} = 9{,}8062$; $S_{\text{opt}} = 15{,}19042$; $PR_{\text{opt}} = 7{,}89767$; $U_{\text{opt}} = 119{,}9689$

Если производственный фактор ресурсов Q является переменной величиной, то период работы предприятия становится долгосрочным.

Условие локального максимума функции прибыли (8) принимает вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial PR}{\partial Q} = a \cdot \left(P \cdot Q^{a-1} \cdot S^{c} - \alpha_Q \right) = 0, \\ \dfrac{\partial PR}{\partial S} = c \cdot \left(P \cdot Q^{a} \cdot S^{c-1} - \alpha_S \right) = 0. \end{cases} \tag{18}$$

Здесь $\alpha_Q = \dfrac{A_Q}{c}$. Система уравнений (18) может быть представлена в виде

$$\begin{cases} P \cdot Q^{a} \cdot S^{c} = \alpha_Q \cdot Q, \\ P \cdot Q^{a} \cdot S^{c} = \alpha_S \cdot S. \end{cases} \tag{19}$$

Уравнения (19) показывают, что величины $S_{\max}$ и $Q_{\max}$ связаны соотношением

$$S_{\max} = \frac{\alpha_Q}{\alpha_S} \cdot Q_{\max}. \tag{20}$$

Подстановка формулы (20) в первое из уравнений (19) дает:

$$P \cdot Q_{\max}^{a+c-1} \cdot \left(\frac{\alpha_Q}{\alpha_S} \right)^{c} = \alpha_Q. \tag{21}$$

Решая систему уравнений (20), (21), находим:

$$\begin{cases} Q_{\max} = \left(\dfrac{P}{\alpha_Q}\right)^{\frac{1}{1-a-c}} \cdot \left(\dfrac{\alpha_Q}{\alpha_S}\right)^{\frac{c}{1-a-c}}, \\ S_{\max} = \left(\dfrac{P}{\alpha_S}\right)^{\frac{1}{1-a-c}} \cdot \left(\dfrac{\alpha_{SM}}{\alpha_Q}\right)^{\frac{a}{1-a-c}}, \end{cases} \tag{22}$$

значения объемов ресурсов, отвечающих максимальной прибыли предприятия:

$$PR_{\max} = P \cdot Q_{\max}^a \cdot M_{\max}^c - A_Q \cdot Q_{\max} - A_M \cdot M_{\max} - TFC.$$

Оптимальные значения прибыли, в которых учтено влияние целевой трансакционной функции полезности на работу предприятия, находятся из системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial Q} = \left(P \cdot a \cdot Q^{a-1} \cdot S^c - A_Q\right) \cdot S^u = 0, \\ \dfrac{\partial U}{\partial S} = \left(P \cdot c \cdot Q^a \cdot S^{c-1} - A_S\right) \cdot S^u + PR \cdot u \cdot S^{u-1} = 0. \end{cases} \tag{23}$$

Из первого уравнения системы (23) следует соотношение между величинами S_{opt} и Q_{opt}:

$$S_{\text{opt}}^c = \frac{A_Q}{a \cdot P \cdot Q_{\text{opt}}^{a-1}} = \frac{\alpha_Q}{P} \cdot Q_{\text{opt}}^{1-a}. \tag{24}$$

Второе уравнение системы (23) преобразуется к виду

$$S_{\text{opt}} \cdot \left(P \cdot c \cdot Q_{\text{opt}}^a \cdot S_{\text{opt}}^{c-1} - A_S\right) + u \cdot PR\left(Q_{\text{opt}}, S_{\text{opt}}\right) = 0. \tag{25}$$

Так как входящие в уравнение (25) параметры $u, P, Q_{\text{opt}}, c, S_{\text{opt}}, PR$ являются неотрицательными, то имеет место очевидное неравенство

$$P \cdot c \cdot Q_{\text{opt}}^a \cdot S_{\text{opt}}^{c-1} - A_S < 0,$$

или

$$P \cdot Q_{\text{opt}}^a \cdot S_{\text{opt}}^{c-1} - \alpha_S < 0. \tag{26}$$

Умножая соотношение (24) на величину Q_{opt}^a,

$$Q_{\text{opt}}^a \cdot S_{\text{opt}}^c = \frac{\alpha_Q}{P} \cdot Q_{\text{opt}}, \tag{27}$$

и подставляя формулу (27) в неравенство (26), находим:

$$\alpha_Q \cdot Q_{\text{opt}} < \alpha_S \cdot S_{\text{opt}},$$

или

$$\frac{Q_{\text{opt}}}{S_{\text{opt}}} < \frac{\alpha_S}{\alpha_Q}. \tag{28}$$

Пропорция (20) и неравенство (28) показывают, что при $Q_{\text{opt}} > Q_{\max}$ имеет место неравенство $S_{\text{opt}} > S_{\max}$.

Подстановка формулы (27) в уравнение (25) дает:

$$c \cdot \left(\alpha_Q \cdot Q_{\text{opt}} \cdot -\alpha_S \cdot S_{\text{opt}}\right) + u \cdot \left(\alpha_Q \cdot Q_{\text{opt}} - a \cdot \alpha_Q \cdot Q_{\text{opt}} - c \cdot \alpha_S \cdot S_{\text{opt}} - TFC\right) = 0.$$

Выразим отсюда величину S_{opt}:

$$S_{\text{opt}} = \frac{c + v \cdot (1-a)}{(1+u) \cdot c} \cdot \frac{\alpha_Q}{\alpha_S} \cdot Q_{\text{opt}} - \frac{u \cdot TFC}{(1+u) \cdot c \cdot \alpha_S} \cdot \quad (29)$$

Исключая из соотношений (24) и (29) величину S_{opt}, находим уравнение для величины Q_{opt}:

$$\left(\frac{\alpha_Q}{P}\right)^{\frac{1}{c}} \cdot Q_{\text{opt}}^{\frac{1-a}{c}} - \frac{c + u \cdot (1-a)}{(1+u) \cdot c} \cdot \frac{\alpha_Q}{\alpha_S} \cdot Q_{\text{opt}} + \frac{u \cdot TFC}{(1+u) \cdot c \cdot \alpha_S} = 0 \cdot \quad (30)$$

Очевидно, что уравнение (30) допускает только численное решение.

На рис. 2 показаны график поверхности функции прибыли $PR = PR(Q,S)$ и график поверхность безразличия целевой трансакционной функции полезности $U(PR,S) = U_{\text{opt}}$. Координаты точки касания поверхностей $(PR_{\text{opt}}, Q_{\text{opt}}, S_{\text{opt}})$ являются численным решением уравнений (24) и (30).

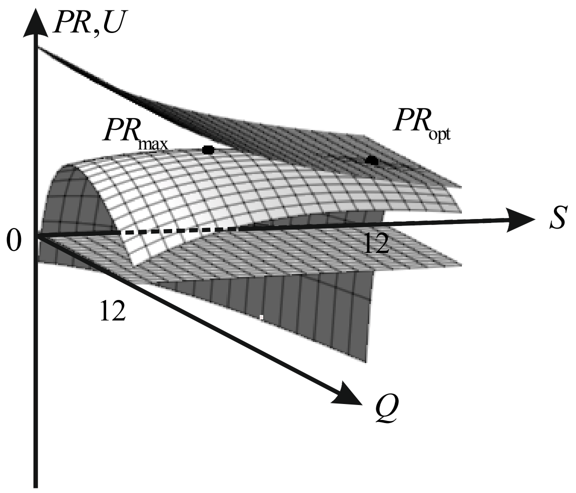

Рис. 2 – График поверхности функции прибыли $PR = PR(S)$ и график поверхности безразличия целевой трансакционной функции полезности $U(PR,S) = U_{\text{opt}}$. Расчетные значения: $P = 20$; $a = 0,25$; $c = 0,33$; $u = 1$; $A_Q = 2,4$; $A_S = 2,7$; $TFC = 20$; $Q_{\max} = 6,5087$; $S_{\max} = 7,6369$; $PR_{\max} = 6,2431$; $S_{\text{opt}} = 10,9260$; $PR_{\text{opt}} = 5,3612$; $U_{\text{opt}} = 58,5768$

Fig. 2 – The graph of the surface of the profit function $PR = PR(S)$ and the graph of the surface of indifference of the target transactional utility function $U(PR,S) = U_{\text{opt}}$. Estimated values: $P = 20$; $a = 0,25$; $c = 0,33$; $u = 1$; $A_Q = 2,4$; $A_S = 2,7$; $TFC = 20$; $Q_{\max} = 6,5087$; $S_{\max} = 7,6369$; $PR_{\max} = 6,2431$; $S_{\text{opt}} = 10,9260$; $PR_{\text{opt}} = 5,3612$; $U_{\text{opt}} = 58,5768$

Пусть теперь выпуск продукции предприятия обеспечивается двумя производственными факторами K, L и одним непроизводственным ресурсом S. Тогда формулы (2)–(5) принимают вид:

$$TR = P \cdot K^a \cdot L^b \cdot S^c \ , \quad (31)$$

$$TC = A_K \cdot K + A_L \cdot L + A_S \cdot S + TFC \ , \quad (32)$$

$$PR = P \cdot K^a \cdot L^b \cdot S^c - A_K \cdot K - A_L \cdot L - A_S \cdot S - TFC \ , \quad (33)$$

$$U = PR \cdot S^u \ . \quad (34)$$

Здесь K – основной капитал (производственные фонды), L – привлекаемые в производство трудовые ресурсы, степенные показатели производственной функции $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, $0 < c < 1$ –

эластичности выпуска по соответствующим ресурсам, P – стоимость продукции, произведенной на единичные объемы ресурсов, A_K, A_L, A_S – стоимости затрат на единичные объемы ресурсов.

Максимально возможное значение функции прибыли (33) вычисляется с помощью уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial PR}{\partial K} = P\cdot a\cdot K^{a-1}\cdot L^b\cdot S^c - A_K = 0, \\ \dfrac{\partial PR}{\partial L} = P\cdot b\cdot K^{a}\cdot L^{b-1}\cdot S^c - A_L = 0, \\ \dfrac{\partial PR}{\partial S} = P\cdot c\cdot K^{a}\cdot L^b\cdot S^{c-1} - A_S = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} P\cdot K^a_{\max}\cdot L^b_{\max}\cdot S^c_{\max} = \alpha_K\cdot K_{\max}, \\ P\cdot K^a_{\max}\cdot L^b_{\max}\cdot S^c_{\max} = \alpha_L\cdot L_{\max}, \\ P\cdot K^a_{\max}\cdot L^b_{\max}\cdot S^c_{\max} = \alpha_S\cdot S_{\max}. \end{cases} \tag{35}$$

Выразим из уравнений (35) величины $L_{\max}, S_{\max}$ через значение $K_{\max}$

$$L_{\max} = \frac{\alpha_K}{\alpha_L}\cdot K_{\max}, \; S_{\max} = \frac{\alpha_K}{\alpha_S}\cdot K_{\max}\;. \tag{36}$$

Подставляя формулы (36) в первое уравнение системы (35), находим:

$$P\cdot K_{\max}^{a+b+c-1}\cdot\left(\frac{\alpha_K}{\alpha_L}\right)^b\cdot\left(\frac{\alpha_K}{\alpha_S}\right)^c = \alpha_K\;. \tag{37}$$

С помощью формул (36), (37) вычисляем максимальные значения величин ресурсов

$$K_{\max} = \left(\frac{P}{\alpha_K}\cdot\left(\frac{\alpha_K}{\alpha_L}\right)^b\cdot\left(\frac{\alpha_K}{\alpha_S}\right)^c\right)^{\frac{1}{1-a-b-c}}, \tag{38}$$

$$L_{\max} = \left(\frac{P}{\alpha_L}\cdot\left(\frac{\alpha_L}{\alpha_K}\right)^a\cdot\left(\frac{\alpha_L}{\alpha_S}\right)^c\right)^{\frac{1}{1-a-b-c}}, \tag{39}$$

$$S_{\max} = \left(\frac{P}{\alpha_S}\cdot\left(\frac{\alpha_S}{\alpha_K}\right)^a\cdot\left(\frac{\alpha_S}{\alpha_L}\right)^b\right)^{\frac{1}{1-a-b-c}}. \tag{40}$$

Оптимальная прибыль предприятия находится из условия локального максимума для функции полезности (34)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial K} = \left(a\cdot P\cdot K^{a-1}_{\text{opt}}\cdot L^b_{\text{opt}}\cdot S^c_{\text{opt}} - A_K\right)\cdot S^u_{\text{opt}} = 0, \\ \dfrac{\partial U}{\partial L} = \left(b\cdot P\cdot K^{a}_{\text{opt}}\cdot L^{b-1}_{\text{opt}}\cdot S^c_{\text{opt}} - A_L\right)\cdot S^u_{\text{opt}} = 0, \\ \dfrac{\partial U}{\partial S} = \left(c\cdot P\cdot K^{a}_{\text{opt}}\cdot L^b_{\text{opt}}\cdot S^{c-1}_{\text{opt}} - A_S\right)\cdot S^u_{\text{opt}} + PR\cdot u\cdot S^{u-1}_{\text{opt}} = 0. \end{cases} \tag{41}$$

Первые два уравнения системы (41) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \alpha_K \cdot K_{\text{opt}} &= P \cdot K_{\text{opt}}^a \cdot L_{\text{opt}}^b \cdot S_{\text{opt}}^c, \\ \alpha_L \cdot L_{\text{opt}} &= P \cdot K_{\text{opt}}^a \cdot L_{\text{opt}}^b \cdot S_{\text{opt}}^c. \end{aligned} \tag{42}$$

Из уравнений системы (42) следует соотношение:

$$L_{\text{opt}} = \frac{\alpha_K}{\alpha_L} \cdot K_{\text{opt}}. \tag{43}$$

Подставляя соотношение (43) в первое уравнение системы (42), находим:

$$S_{\text{opt}}^c = \frac{\alpha_K^{1-b} \cdot \alpha_L^b}{P} \cdot K_{\text{opt}}^{1-a-b}.. \tag{44}$$

Исключая из формул (42), (43) и третьего уравнения системы (41) величины $L_{\text{opt}}, S_{\text{opt}}$, находим уравнение относительно величины K_{opt}:

$$\alpha_S \cdot (1+u) \cdot \left(\frac{\alpha_K^{1-b} \cdot \alpha_L^b}{P} \right)^{\frac{1}{c}} \cdot K_{\text{opt}}^{\frac{1-a-b}{c}} = \left(1 + u \cdot \frac{1-a-b}{c} \right) \cdot \alpha_K \cdot K_{\text{opt}} - \frac{u}{c} \cdot TFC \cdot \tag{45}$$

С помощью формул (38)–(40) и (43)–(45) для расчетных данных $P = 20$; $a = 0,25$; $b = 0,24$; $c = 0,33$; $A_K = 2$; $A_L = 3$; $A_S = 4$; $TFC = 20$ вычислены максимально возможные значения функции прибыли $K_{\max} = 41,8326$, $L_{\max} = 26,7729$, $S_{\max} = 27,6095$, $PR_{\max} = 40,2389$ и оптимальные значения функции прибыли, учитывающие трансакционную функцию полезности: $K_{\text{opt}} = 59,2209$, $L_{\text{opt}} = 37,9014$, $S_{\text{opt}} = 47,2456$, $PR_{\text{opt}} = 32,6391$.

Заключение

Численный анализ полученных экономико-математических моделей прогнозирования экономических показателей предприятия, имеющего определенный уровень трансакционных издержек, показывает, что вместо максимального уровня прибыли предприятие может достичь только ее меньший оптимальный уровень.

Библиографический список

1. Уильямсон О.И. Экономические институты капитализма. Фирмы, рынки, отношенческая контрактация. Санкт-Петербург: Лениздат, SEV Press. 1996. 702 с. URL: https://b-ok.cc/book/3290260/b663ac.

2. Фуруботн Э.Г., Рихтер Р. Институты и экономическая теория. Достижения новой институциональной экономической теории. Санкт-Петербург: Изд. дом СПб. гос. ун-та. 2005. 702 с. URL: http://bookre.org/reader?file=1514995.

3. Попов Е.В., Коновалов А.А. Модель оптимизации издержек поиска информации // Проблемы управления. 2008. № 3. С. 69–72. URL: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=pu&paperid=160&wshow=paper&option_lang=rus.

References

1. Oliver E. Williamson The economic institutions of capitalism. Firms, Markets, Relational Contracting]. Saint Petersburg: Lenizdat, SEV Press, 1996, 702 p. (In Russ.) Available at: https://b-ok.cc/book/3290260/b663ac.

2. Furubotn E.G., Richter R. Institutions and Economic Theory. The Contribution of the New Institutional Economics of Markets. Saint Petersburg: Izd. dom SPb. gos. un-ta, 2005, 702 p. (In Russ.) Available at: http://bookre.org/reader?file=1514995.

3. Popov E.V., Konovalov A.A. A model of information retrieval costs optimization. *Problemy upravleniya = Control Sciences*, 2008, no. 3, pp. 69–72. (In Russ.) Available at: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=pu&paperid=160&wshow=paper&option_lang=rus.