

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ

УДК 338.27

*Е.Н. Барышева, А.Ю. Трусова**

ПРОГНОЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ МЕТОДОЛОГИЕЙ АДАПТИВНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В статье рассматривается одно из современных направлений статистического анализа и прогнозирования временных рядов – адаптивное прогнозирование. На примере биржевых данных рассчитывается прогноз показателей методологией авторегрессии первого порядка (АР 1), модели авторегрессии конечных разностей АР (1,1) и АРИСС(1,1,1) – модели Бокса – Дженкинса.

Ключевые слова: биржевые операции, ретропрогноз, адаптивные модели, авторегрессия, модель Бокса – Дженкинса.

В настоящее время применение методов прогнозирования и масштабы его практического применения в деятельности бизнес-аналитиков постоянно растут и совершенствуются. Разработка и принятие стратегических решений в большинстве случаев определяется расчетными прогнозными значениями. Специфичность адаптивных моделей прогнозирования исследуемого объекта позволяет эволюционизировать его динамические характеристики. В статье на примере биржевых данных рассчитывается прогноз показателей методологией авторегрессии первого порядка (АР 1), модели авторегрессии конечных разностей АР (1,1) и АРИСС (1,1,1) – модели Бокса – Дженкинса.

На сегодняшнем этапе развития экономики и торговли, биржевая система является неотъемлемым финансовым институтом. В литературе выделяются ключевые показатели, которые выступают характеристиками товарного рынка: емкость рынка, динамика и уровень развития товарных рынков страны; степень охвата рынка различными видами продукции; качество, реализуемого товара; конкурентоспособность товара.

Многообразие методов прогнозирования в настоящее время широко представлено в научной и научно-исследовательской литературе. Методология методов прогнозирования отличается математическим аппаратом и областью применения. Для краткосрочного прогнозирования экономических показателей при изменении внешних условий применяются адаптивные методы. При этом учитывается «неравноценность» данных временного ряда. Успех применения адаптивных моделей прогноза обусловлен сохранением факторов и тенденции, свойственных прошлой составляющей. Дисконтированность данных обеспечивает приспособляемость к изменению условий, влияющих на тот или иной процесс.

Алгоритм процедур адаптивных моделей базируется на схеме постоянного пошагового сопоставления оценок ретропрогноза, полученных на основе модели, с фактическими уровнями ряда и корректировки параметров модели в соответствии с имеющимися расхождениями. Таким образом, осуществляется приспособление (адаптирование) модели к новой информации, объективно отражающей фактическое развитие экономического процесса.

Общая схема построения адаптивных моделей включает следующие шаги:

- 1) по некоторой выборке первых уровней ряда осуществляется первоначальная оценка параметров модели;
- 2) уровни ряда делятся на две последовательности: первая последовательность является базой для построения прогнозной модели, вторая – контрольной. Базовую выборку применяют также для корректировки параметров модели, а контрольную последовательность – для определения качества модели и выбора ее параметров;
- 3) по выбранной модели дается прогноз на один шаг вперед;

* © Барышева Е.Н., Трусова А.Ю., 2018

Барышева Евгения Николаевна (barisheva_zh@hotmail.com), институт экономики и управления, кафедра математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Трусова Алла Юрьевна (a_yu_ssu@mail.ru), институт экономики и управления, кафедра математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

4) определяется отклонение расчетного от фактического уровня ряда. На основе этого отклонения выполняется корректировка модели в соответствии с принятым алгоритмом метода;

5) по модели с новыми скорректированными параметрами рассчитывается прогнозная величина уровня ряда.

Задача по созданию авторегрессионной модели является многоплановой, именно по этой причине, что при решении АР- моделей были использованы различные методы анализа данных. Общий вид модели авторегрессии представляется соотношением:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + a_3 y_{t-3} + \dots + a_m y_{t-m} + \varepsilon_t \text{ при } t = 2, 3 \dots n, \quad (1)$$

где: a_j – коэффициенты авторегрессионной модели; ε_t – случайная ошибка с математическим ожиданием, равным нулю.

После перехода к разностным рядам модель первых и вторых разностей выглядит следующим образом:

$$\Delta \hat{y}_t = a_0 + a_1 \Delta y_{t-1} + a_2 \Delta y_{t-2} + \dots + a_m \Delta y_{t-m}; \quad (2)$$

$$\Delta^2 \hat{y}_t = a_0 + a_1 \Delta^2 y_{t-1} + a_2 \Delta^2 y_{t-2} + \dots + a_m \Delta^2 y_{t-m}.$$

$$\Delta^0 y_t = y_t, t = 1, 2, \dots, n; \text{ при } d = 0, \text{ при } d = 1,$$

$$\Delta^1 y_t = y_{t+1} - y_t, t = 1, 2, \dots, n - 1;$$

В работе описывается применение адаптивной модели авторегрессии первого порядка. Исходный ряд данных о продажах приведен в таблице 1.

Таблица 1

Значения показателей продаж товара А

1	1092,2	9	1122,2	17	1196,9
2	1104,9	10	1130,5	18	1245
3	1102,1	11	1131,6	19	1238,8
4	1100,1	12	1144	20	1206,2
5	1111	13	1158	21	1204,3
6	1123	14	1174	22	1208,8
7	1128	15	1190,4	23	1239,8
8	1118	16	1192,9	24	1227
				25	1232,7

Прогноз на три будущих периода составляет:

$$y_{26} = 1210; y_{26} = 1231,1; y_{26} = 1236,8.$$

Вычисления осуществляются с использованием соотношения

$$\hat{y}_{t+k} = \bar{y} + \alpha_1 (\hat{y}_{t+k-1} - \bar{y}). \text{ Результаты расчета прогнозных значений:}$$

$$\hat{y}_{26} = 1222,17; \hat{y}_{27} = 1219,9; \hat{y}_{28} = 1217,72.$$

Результаты расчетов представлены в таблице 2.

Таблица 2

Расчетные значения для модели АР (1)

Дисперсия ошибки	215,51
Среднеквадратическая ошибка	14,68
Средняя относительная ошибка аппроксимации (%)	0,93347
Средняя ошибка	5,74

С учетом того что средняя относительная ошибка аппроксимации равна $\bar{\varepsilon}\% = 0,93$, можно сказать, что остаточные отклонения показывают высокую точность модели. Точечный ретропрогноз дает точные результаты, так как относительная ошибка без наибольшего выброса составила 0,96%. Полученный прогноз представлен в таблице 3.

Таблица 3

Ретропрогноз по модели AP (1)

Утверждение k	Номер уровня ряда при $t=n=25, t+k$	Значение нормы расхода		Ошибка прогноза $\hat{\epsilon}_{t+k}$	Относительная ошибка прогноза $\hat{\epsilon} \%_{1+k}$
		Фактическое Y_{t+k}	Прогнозное \hat{Y}_{t+k}		
1	26	1210	1222,169891	-12,17	1,005776076
2	27	1231,1	1219,89759	11,20	0,909951298
3	28	1236,8	1217,715441	19,08	1,543059464
Средний модуль ошибки прогноза				14,1522868	1,152928946
Средняя ошибка прогноза без наибольшего выброса				15,14	0,957863687

Рассмотрим результаты вычислений по модели авторегрессии конечных разностей AP (1,1). Вычисления производятся при коэффициенте $\alpha_1 = 0,03$ и $\bar{y} = 5.84$.

В результате расчетов получаем следующие результаты, представленные в таблице 4.

Таблица 4

Расчетные значения для модели AP (1,1)

Дисперсия ошибки	229,9
Среднеквадратическая ошибка	15,16
Средняя относительная ошибка аппроксимации (%)	0,8747
Средняя ошибка	- 0,29

При помощи модели выполняется ретропрогноз на 3 периода, $K = 1,2,3$. Вычисления осуществляются следующим образом:

$$\hat{y}_{t+k} = y_{t+k-1} + \Delta \hat{y}_{t+k}$$

Тогда:

$$\hat{y}_{26} = 1238,55; \hat{y}_{27} = 1214,71; \hat{y}_{28} = 1237,56.$$

Средняя относительная ошибка аппроксимации равна $\bar{\epsilon} \% = 0,87$, что свидетельствует о высокой точности модели. Полученный прогноз представлен в таблице 5.

Следующая модель, использованная для получения прогнозных значений, – это модель авторегрессии – скользящего среднего (APCC).

Таблица 5

Ретропрогноз по модели AP (1,1)

Утверждение k	Номер уровня ряда при $t=n=25, t+k$	Фактическое значение нормы расхода Y_{t+k}	Конечная разность Δy_{t+k}	Прогнозный уровень разностного ряда $\Delta \hat{y}_{t+k}$	Прогнозный уровень $\hat{y}_{t+k} = y_{t+k-1} + \Delta \hat{y}_{t+k}$	Ошибка прогноза $\hat{\epsilon}_{t+k}$	Относительная ошибка прогноза, $\% \hat{\epsilon}_{t+k} $
1	26	1210	-23	5,85	1251,29	-28,55	2,3593388
2	27	1231,1	21	4,71	1256,86	16,39	1,3311672
3	28	1236,8	6	6,46	1234,83	-0,76	0,0617723
Средний модуль ошибки прогноза						15,23	1,25
Средняя ошибка прогноза без наибольшего выброса						7,81	0,70

Таблица 6

Расчетные значения для модели APCC (1,1,1)

Дисперсия ошибки	262,6
Среднеквадратическая ошибка	16,2
Средняя относительная ошибка аппроксимации (%)	0,9
Средняя ошибка	-2,565

Как показывает таблица 6, получены достаточно точные результаты, так как средняя относительная ошибка аппроксимации равна 0,9 %.

Модель АРСС позволяет так же, как и АР (1) и АР (1,1), получить ретропрогноз временного ряда данных. Прогноз осуществляется на 3 периода, $k = 1,2,3$.

Таблица 7

Ретропрогноз по модели АРСС (1,1,1) – модели Бокса – Дженкинса

Упреждение К	Номер уровня при t $= 25_{t+k}$	Фактическое значение y_{t+k}	Конечная разность Δy_{t+k}	Прогнозный уровень разностного ряда $\Delta \hat{y}_{t+k}$	Прогнозный уровень $\hat{y}_{t+k} = y_{t-1} + \Delta \hat{y}_{t+k}$	Ошибка прогноза e_{t+k}	Относительная ошибка прогноза, % $ e\%_{t+k} $
1	26	1210	-22,7	5,62	1238,32	-28,32	2,340534203
2	27	1231,1	21,1	3,4	1213,36	17,74	1,440648618
3	28	1236,8	5,7	4,9	1235,98	0,82	0,066086631
Средний модуль ошибки прогноза						15,62	1,282423151
Средняя абсолютная ошибка прогноза без наибольшего выброса						9,28	0,753367625

Как видно из таблицы 7, средняя относительная ошибка прогноза без наибольшего выброса составила 0,75 %, что также говорит о высокой точности полученных результатов.

По показателям были получены следующие данные:

- 1) средняя относительная ошибка аппроксимации, %: 0,93; 0,87; 0,95;
- 2) ретропрогноз по модели АР (1): 1222,17; 1219,9; 1217,76;
- 3) ретропрогноз по модели АР (1,1): 1251,29; 1256,86; 1234,83;
- 4) ретропрогноз по модели АРСС (1,1,1): 1238,32; 1213,36; 1235,98.

Данные методы прогнозирования позволяют в короткие сроки принимать наиболее выгодные и правильные решения при выполнении биржевых операций. Полученные прогнозы краткосрочного прогнозирования показывают высокие результаты прогноза, что говорит о качестве моделей при работе с ними.

Библиографический список

1. Дайитбегов Д.М. Компьютерные технологии анализа данных в эконометрике: монография. 3-е изд., испр. и доп. М.: Вузовский учебник: Инфра-М, 2013. XIV, 587 с.
2. Дегтярева О.И. Биржевое дело: учебник. М.: Магистр, 2010. 624 с.
3. Елисеева И.И. Эконометрика: учебник / под ред. И.И. Елисеевой. М.: Юрайт, 2018. 449 с.
4. Мхитарян В.С., Агапова Т.Н., Ильенкова С.Д., Суринов А.Е. Статистика: в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. В.С. Мхитаряна. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2018. 270 с

References

1. Dayitbegov D.M. *Kompyuternye tekhnologii analiza dannykh v ekonometrike. Monografiya. 3-e izd., ispr. i dop.* [Computer technologies of the analysis of data in econometrics: monograph. 3rd edition, revised and enlarged]. М.: Vuzovskii uchebник: Infra-M, 2013. XIV, 587 p. [in Russian].
2. Degtyareva O.I. *Birzhevoe delo: uchebник* [Exchange business: textbook]. М.: Magistr, 2010, 624 p. [in Russian].
3. Eliseeva I.I. *Ekonometrika: uchebник. Pod red. I.I. Elisevoi* [Econometrics: textbook. I.I. Eliseeva (Ed.)]. М.: Yurait, 2018, 449 p. [in Russian].
4. Mkhitaryan V.S., Agapova T.N., Il'enkova S.D., Surinov A.E. *Statistika: v 2 ch. Chast' 2: uchebник i praktikum dlya akademicheskogo bakalavriata. Pod red. V.S. Mkhitaryana. 2-e izd., per. i dop.* [Statistics: in 2 parts. Part 2: textbook and workshop for academic undergraduate studies. V.S. Mkhitaryan (Ed.). 2nd edition, revised and enlarged]. М.: Yurait, 2018, 270 p. [in Russian].

*E.N. Barysheva, A.Yu. Trusova**

FORECAST OF DYNAMIC INDICATORS BY ADAPTIVE FORECASTING METHODOLOGY

The article deals with adaptive forecasting, which is one of the modern directions of statistical analysis and forecasting of time series. Using the stock data as an example, the forecast is calculated by the method of autoregression of the AR (1,1), the autoregression model of the final varieties of the AR (1,1), and ARISS (1,1,1) – the Box – Jenkins model.

Key words: exchange operations, retroprognosis, adaptive models, autoregression, Box – Jenkins model.

Статья поступила в редакцию 15/V/2018.
The article received 15/V/2018.

* *Barysheva Evgeniya Nikolaevna* (barisheva_zh@hotmail.com), Department of Mathematics and Business-Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Trusova Alla Yurievna (a_yu_ssu@mail.ru), Department of Mathematics and Business-Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.