УДК 338

*В.Н. Никишов, Н.А. Савдиеров**

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ НА ОСНОВЕ ПРОЦЕССА ВИНЕРА

Статья посвящена рассмотрению оценки эффективности инвестиционного проекта в условиях риска и неопределенности на основе непрерывного потока платежей, которые приходятся на конец года и представляют собой процесс Винера. В статье рассмотрен самый простой проект, на примере которого рассчитана эффективность как в условиях детерминированного мира, так и с учетом возможных внешних и внутренних изменений среды реализации проекта.

Ключевые слова: инвестиционный проект, процесс Винера, чистый денежный доход, приведенная стоимость, стохастический процесс.

В современных рыночных условиях одними из главных рычагов развития компании являются инвестиционные проекты, способные при правильном подходе к реализации, как принести дополнительный доход, так и вывести фирму на новые рынки сбыта, реализовать новые виды товаров на рынке. Оценка таких проектов производится на основе пяти интегральных показателей *NPV*, *PI*, *DPP*, *IRR*, *MIRR*, базирующихся на дисконтируемом чистом денежном потоке с учетом средневзвешенной стоимости привлекаемых инвестиций *WACC*.

Однако простая оценка проектов на основе данных показателей в рыночной экономике давно утратила силу, и в современном мире результаты, полученные данным способом, имеют статус «желаемых значений», так как добиться с учетом внешних и внутренних изменений среды реализации проекта «идеальных» результатов не предоставляется возможности. В связи с этим для реальной оценки бизнес-эффективности проекта применяется широкий спектр разработок, способных приблизить количественные и качественные оценки к реалиям экономики: применение управленческих и реальных опционов для учета возможных изменений внешней и внутренней среды проекта, метод *VAR* – оценки стоимости средств под риском, имитационное моделирование (метод Монте-Карло), применение принципов интервальной математики для оценки риска проекта, статистические и стохастические методы, призванные описать влияние среды проекта.

В данной статье будет рассмотрен стохастический подход, основанный на процессе Винера. Он имеет схожую концепцию с методом реальных и управленческих опционов, так как за основу взято стандартное отклонение, так называемая волатильность процесса σ. Концепция этого подхода основана на том, что если известно x_t, то $x_{(t+1)}$ будет определяться значением x_t и изменением случайной величины ε, а не всей историей x_t, …, x_{t-1}.

В общем виде учесть возможное воздействие внешних и внутренних факторов на чистый денежный поток с помощью Винеровского процесса можно через следующее стохастическое уравнение:

$$\widetilde{p}(t) = p(t)(1+\sigma_0 \cdot w(t)).$$

где $w(t)$ – стандартный процесс Винера с нулевым средним $E(w(t)) = 0$ и дисперсией $D(w(t)) = t$, σ_0 – волатильность процесса, относительно которой возможно некоторые предположения типа $\sigma_0 = 0{,}2 \div 0{,}4$. Под $p(t)$ понимается непрерывное поступление выручки, эквивалентное в определенном смысле фиксированным поступлениям P_k проекта [1].

Пускай имеется проект со следующим чистым денежным потоком *C*(*t*), который представлен в таблице 1, первоначальные инвестиции равны 6,3 млн руб., инвестиции на второй год – 9,2 млн руб.,

Никишов Виктор Николаевич (depth1337@yandex.ru), *Савдиеров Никита Александрович* (depth1337@yandex.ru), кафедра математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе. 34.

пускай стоимость капитала 14,58 %. На основании этих данных вычислен дисконтируемый поток и современная стоимость проекта *NPV* = 7, 56 млн руб.

Величины $P(t)$ в проекте указаны на конец года t и формируются за счет непрерывного поступления в течение этого года. Введем плотность потока поступления денежных средств от проекта $p(t)$ в течение всего срока проекта в виде полинома 4-й степени от времени:

$$p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 .$$

Нам необходимо найти неизвестные коэффициенты $a_k, k = 0,1..4$, которые определяются из следующего равенства:

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{p(t)}{(1+r)^t} dt = \frac{P_k}{(1+r)^k}, \tag{3}$$

преобразовав данное равенство в интегральную форму, получаем:

$$\frac{P_k}{(1+r)^k} = \sum_{j=0}^{4} a_j \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{t^j}{(1+r)^t} dt = \sum_{j=0}^{4} a_j I_{jk}, k = 1,2..5, \tag{4}$$

где $I_{jk} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{t^j}{(1+r)^t} dt = \int_{t_{k-1}}^{t_k} t^j \exp(\alpha t) dt$, $\alpha = -\ln(1+r)$.

Пускай $I_{jk} = J_j(t_k) - J_j(t_{k-1})$, то

$$J_j(t) = \left(\frac{d}{d\alpha}\right)^j \int \exp(\alpha t) dt = \left(\frac{d}{d\alpha}\right)^j \left(\frac{1}{\alpha}\exp(\alpha t)\right). \tag{5}$$

Вычисляя $J_j(t_k)$ для моментов времени всех моментов времени реализации инвестиционного проекта $J_0(t) = \frac{1}{\alpha}\exp(\alpha t)$, $J_1(t) = \left(\frac{t}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}\right)\exp(\alpha t)$ и так далее до момента времени $T = 4$, мы получаем окончательные значения денежных потоков на конец каждого момента времени.

В таблице 2 приведены значения I_{jk} с учетом ставки *WACC* и значения дисконтируемого денежного потока.

Таблица 1

Описание инвестиционного проекта

t	1	2	3	4	5
C(t)	4,29	7,95	7,1	6,87	6,67
C/(1+r)^t	3,75	6,06	4,72	3,99	3,38
NPV(t)	-2,55	-4,53	0,19	4,18	7,56

Таблица 2

Матрица значений I_{jk}

I_{jk}	*j = 0*	*j = 1*	*j = 2*	*j = 3*	*j = 4*	*C/ /(1+r)^t*
k = 1	0,93	0,46	0,3	0,22	0,19	3,75
k = 2	0,82	1,21	1,88	3	4,94	6,06
k = 3	0,71	1,77	4,47	11,42	29,53	4,72
k = 4	0,62	2,17	7,62	26,93	95,84	3,99
k = 5	0,54	2,43	10,97	49,66	225,66	3,38

Таблица 3

Значения коэффициентов $a_k, k = 0,1..4$

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
-1,2	16,27	-10,3	2,57	-0,22

Решая систему уравнения (4) матричным способом, получаем следующие значения коэффициентов $a_k, k = 0,1..4$:

Следовательно, появляется возможность вычислить *NPV* с непрерывным поступлением *p(t)*:

$$NPV = -I_0 + \int_0^T \frac{p(t)}{(1+r)^t} dt = -I_0 + = \sum_{k=0}^{4} a_k \left(J_k(T) - J_k(0)\right) = 7{,}56\ . \qquad (6)$$

Приходим к выводу, что при непрерывном поступлении *p(t)* значение коэффициента *NPV* совпадает с коэффициентом в детерминированном мире.

После того как мы преобразовали уравнение для показателя *NPV* согласно условиям непрерывности поступлений денежных средств у нас появляется возможность учета внешних и внутренних факторов путем ввода в равенство процесса Винера и стандартного отклонения [4]. Для $\widetilde{N} = NPV$ с учетом изменений процесса Винера имеем:

$$\widetilde{N} = -I_0 + \int_0^T \frac{p(t)}{(1+r)^t}\left(1 + \sigma_0 w(t)\right)dt = N_0 + \sigma_0 \int_0^T p(t)\exp(\alpha t) w(t) dt\ , \qquad (7)$$

и с учетом полнома 4 степени:

$$\widetilde{N} = N_0 + \sum_{k=0}^{4} a_k \int_0^T t^k \exp(\alpha t) w(t) dt\ . \qquad (8)$$

Подынтегральное выражение есть Винеровский интеграл, в котором присутствует случайная величина ε, имеющая нормальное стандартное распределение $\varepsilon \in N(0,1)$.

$$\sigma^2(T) = \int_0^T \left(\int_t^T f(\tau) d\tau\right)^2 dt\ ;\ \rho_k = <\varepsilon\eta> = \frac{1}{\sigma_k(T)\sqrt{T}} \int_0^T \left(\int_t^T \tau^k \exp(\alpha\tau) d\tau\right) dt, \qquad (9)$$

где случайная гауссова величина η может быть скоррелированная со случайной величиной ε непосредственно с коэффициентом корреляции ρ:

$$\eta = \rho\varepsilon + \sqrt{1-\rho^2}\,\xi\ , \qquad (10)$$

где ε, ξ – независимые стандартно распределенные случайные величины.

Следовательно, для показателя $\widetilde{N} = NPV$ получаем следующее выражение при непрерывном поступлении с учетом внешних и внутренних изменений реализации проекта:

$$\widetilde{N} = N_0 + \sigma_0 \sum_{k=0}^{4} a_k \sigma_k(T)\left(\rho_k \varepsilon_k + \xi_k \sqrt{1-\rho_k^2}\right), \qquad (11)$$

где $\sigma_k^2(T) = J_k^2(T)T - 2J_k(T)L_k(T) + M_k(T)$, $\rho_k = \frac{1}{\sigma_k(T)\sqrt{T}}\left(J_k(T)T - L_k(T)\right)$.

Для $L_k(T)$, $M_k(T)$ получаем следующие двойные интегралы по $J_k(T)$:

$$L_k(T) = \int_0^T J_k(t) dt\ ,\ M_k(T) = \int_0^T J_k^2(t) dt\ . \qquad (12)$$

Стоит отметить, что внутренний интеграл, входящий в выражения (9) для $\sigma^2(T)$, и в выражение для ρ_k (9), ранее был вычислен в формуле (5). Стоит обратить внимание на то, что в (11) $E(\widetilde{N}) = N_0$ и $D(\widetilde{N}) = \sigma_0^2(T)\sum a_k^2 \sigma_k^2(T)$.

Следовательно, в самом первом приближении можно считать, что $\widetilde{N}$ имеет нормальное распределение с $E(\widetilde{N})$ и $D(\widetilde{N})$ [1].

После долгих математических преобразований запишем окончательную формулу для показателя $\widetilde{N} = NPV$ в условиях непрерывности поступления денежных потоков и с учетом меняющейся среды реализации проекта:

$$\widetilde{N}_0 = E(\widetilde{N}) + 1{,}645\sqrt{D(\widetilde{N})}\ . \qquad (13)$$

Производя математические расчеты в прикладных информационных программах, таких как MathCad, Excel, получаем следующий результат для совокупного дисконтируемого чистого денежного потока, равный 25,19 млн руб., за вычетом первоначальных инвестиций показатель чистой приведенной стоимости $\bar{N}$ будет равен 10, 86 млн руб., что на 3,3 млн руб. больше, чем в детерминированном мире.

В заключение хочется сказать, что данный метод предполагает наличие случайных возмущений, в результате которых вместо заданных *P(t)* приходится иметь дело со случайными величинами $\bar{P}(t)$, достоинством этого метода является то, что он способен учесть внешние и внутренние изменения реализации проекта, но от лица, принимающего решение, требует определенных математических навыков.

Библиографический список

1. Степанов С.С. Стохастический мир. М.: Изд. Центр «Акционер», 2009. 369 с.
2. Уотшем Т.Дж., Паррамоу К. Количественные методы в финансах. М.: ЮНИТИ, 2009. 527 с.
3. Шарп У., Александер Г., Бейли Дж. Инвестиции. М.: ЮНИТИ, 2009. 1028 с.
4. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Изд. Центр «Акционер», 2014. 1056 с.

References

1. Stepanov S.S. *Stokhasticheskii mir* [Stochastic world]. M.: Izd. Tsentr «Aktsioner», 2009, 369 p. [in Russian].
2. Watsham T.J., Parramore K. *Kolichestvennye metody v finansakh* [Quantitative Methods in Finance]. M.: IuNITI, 2009, 527 p. [in Russian].
3. Sharpe W., Alexander G., Bailey J. *Investitsii* [Investments]. M.: IuNITI, 2009, 1028 p. [in Russian].
4. Shiryaev A.N. *Osnovy stokhasticheskoi finansovoi matematiki* [Fundamentals of stochastic financial mathematics]. M.: Izd. Tsentr «Aktsioner», 2014, 1056 p. [in Russian].

V.N. Nikishov, N.A. Savdierov*

EVALUATION OF INVESTMENT PROJECT EFFICIENCY UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY BASED ON THE PROCESS OF WIENER

The article is devoted to the consideration of estimate of effectiveness of an investment project in conditions of risk and uncertainty on the basis of continous slanting of payments which fall on the end of the year and represent Wiener process. In the article the easiest project on the example of which the effectiveness is calculated as well as in the conditions of a determined world and also with the consideration of possible internal and external changes of an environment of realization of a project.

Key words: investment project, Wiener process, net cash income, current value, stochastic process.

Статья поступила в редакцию 5/XII/2016.
The article received 5/XII/2016.

* *Nikishov Viktor Nikolaevich* (depth1337@yandex.ru), *Savdierov Nikita Aleksandrovich* (depth1337@yandex.ru), Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, 443086, Russian Federation.