

### **ЗАДАЧА МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ РЕСУРСОВ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ БИЗНЕС – ПРОЦЕССА**

В статье рассматривается применение сетевой модели (сетевого графика) для оптимизации планирования и реализации бизнес-процесса компании. Сформулирована задача минимизации затрат ресурсов при реализации бизнес-процесса, описан алгоритм ее решения.

**Ключевые слова:** сетевая модель, оптимизация ресурсов, реинжиниринг бизнес-процессов, бизнес-планирование.

При реализации каждого бизнес-процесса одной из ключевых задач является оптимизация затрачиваемых ресурсов. Результаты этапов описания, моделирования, оптимизации и реинжиниринга бизнес-процессов могут быть как положительными, так и отрицательными для компании в случае неправильной организации работ. Для решения задачи оптимизации ресурсов в статье предлагается построение универсального сетевого графика, которое позволит спрогнозировать ход выполнения бизнес – процесса по длительности, трудозатратам и затратам ресурсов [5].

Любой бизнес-процесс можно определить как систему взаимосвязанных видов деятельности – операций (работ, процедур), каждая из которых требует затрат времени и ресурсов. Так как бизнес-процессы, как правило, многократно повторяются, то естественно ставить задачу минимизации затрат ресурсов и времени на выполнение процесса. Для постановки и решения подобной задачи требуется формальное описание бизнес-процесса. Подходящим способом описания является сетевая модель, представляющая собой графическое изображение процедур бизнес-процесса, выполнение которых необходимо для его реализации, с указанием технологических взаимосвязей между ними. Она может иметь вид сетевого графика, т.е. графика производства определенных работ с указанием установленных сроков их выполнения. Сетевой график – это удобная и информативная модель, позволяющая оптимизировать бизнес-процесс по длительности, загрузке участников, затратам ресурсов [1-2].

#### **Задача минимизации ресурсов при реализации бизнес-процесса**

Рассмотрим задачу оптимизации бизнес-процесса в следующей постановке.

Бизнес-процесс описан в виде сетевого графика, дуги которого изображают операции процесса, а узлы – события, связанные с началом и окончанием отдельных операций [3]. Введем обозначения:

$i$  – индекс узла;  $i=1$  – начальный узел графика;  $i=n$  – конечный узел;

$(i,j)$  – дуга, связывающая узлы  $i$  и  $j$ ;

$x_{ij}$  – затраты ресурса (например, денег) для выполнения операции  $(i,j)$ ;

$t_i$  – момент наступления события  $i$ .

---

\* © Жукова К.А., Монтлевич В.М., 2016

*Жукова Карина Андреевна* (karina.zhukova1@gmail.com), *Монтлевич Владимир Михайлович*, (vlmont@mail.ru), кафедра математики и бизнес-информатики, Самарский университет, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Каждой дуге  $(i, j)$  поставлена в соответствие функция  $t_{ij}(x_{ij})$  длительности выполнения операции  $(i, j)$  в зависимости от затрат ресурса. Будем предполагать, что

- все функции  $t_{ij}(x_{ij})$  непрерывные, выпуклые и убывающие;
- $t_{ij}(x_{ij}) > 0$  для всех  $(i, j)$  и  $x_{ij} > 0$ ;
- $\lim_{x_{ij} \rightarrow 0} t_{ij}(x_{ij}) = \infty$  и  $\lim_{x_{ij} \rightarrow \infty} t_{ij}(x_{ij}) = d_{ij}$

Общий вид функций  $t_{ij}(x_{ij})$  приведен на рисунке 1.

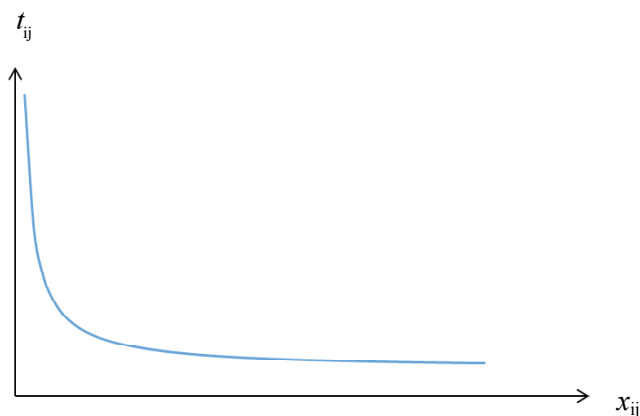


Рисунок 1. Общий вид функции длительности

Сформулируем задачу оптимизации бизнес-процесса: минимизировать суммарные затраты ресурса на выполнение бизнес-процесса при условии, что время выполнения процесса ограничено заданным директивным сроком.

Математическая модель задачи:

$$\sum_{(i,j)} x_{ij} \rightarrow \min \tag{1}$$

При условиях

$$t_1 = 0 \tag{2}$$

$$t_n \leq T \tag{3}$$

$$t_j \geq t_i + t_{ij}(x_{ij}) \quad \text{для всех } (i, j) \in \Gamma \tag{4}$$

$$t_i \geq 0, x_{ij} \geq 0. \tag{5}$$

Где  $T$  – директивный срок выполнения бизнес – процесса.

В общем случае задача является задачей выпуклого программирования, точное решение которой является достаточно сложным.

Рассмотрим частный случай задачи, когда функции  $t_{ij}(x_{ij})$  имеют вид

$$t_{ij}(x_{ij}) = \begin{cases} M, & \text{если } x_{ij} < a_{ij} \\ c_{ij} - k_{ij}x_{ij}, & \text{если } x_{ij} \in [a_{ij}, b_{ij}] \\ d_{ij}, & \text{если } x_{ij} \geq b_{ij} \end{cases} \quad (6)$$

где  $M > T$ , а  $d_{ij} = c_{ij} - k_{ij}b_{ij}$ . График функции приведен на рисунке 2.

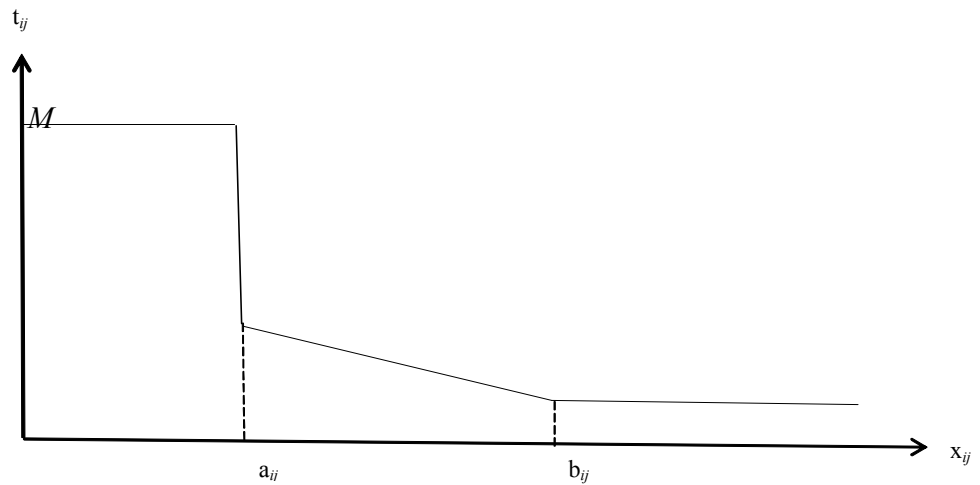


Рисунок 2. Вид функции длительности

Как видно из рисунка 2, такой вид функций  $t_{ij}(x_{ij})$  отражает особенности их поведения. Покажем, что в этом случае задача (1) – (5) сводится к задаче линейного программирования.

Теорема. Если все функции  $t_{ij}(x_{ij})$  имеют вид (6), то в оптимальном плане  $(x_{ij}^*)$  задачи (1) – (5)  $x_{ij}^* \in [a_{ij}, b_{ij}]$  для всех  $(i,j)$ .

Действительно, если

1. для некоторой дуги (операции)  $(i,j)$  в оптимальном плане выделен ресурс  $x_{ij}^* < a_{ij}$ , то  $t_{ij}(x_{ij}^*) > T$ , что противоречит ограничению (3). Следовательно, все  $x_{ij}^* \geq a_{ij}$ ;

2. для некоторой дуги (операции)  $(i,j)$  в оптимальном плане выделен ресурс  $x_{ij}^* > b_{ij}$ , то  $t_{ij}(x_{ij}^*) = d_{ij} = t_{ij}(b_{ij})$ . Следовательно, можно уменьшить значение  $x_{ij}^*$  на величину что противоречит оптимальности плана  $(x_{ij}^*)$ .

Таким образом, задачу (1) – (5) с функциями длительности (6) можно записать как задачу линейного программирования

$$\sum_{(i,j)} x_{ij} \rightarrow \min \quad (7)$$

При условиях

$$t_1 = 0 \quad (8)$$

$$t_n \leq T \quad (9)$$

$$t_j - t_i + k_{ij}x_{ij} \geq c_{ij} \quad \text{для всех } (i, j) \in \Gamma \quad (10)$$

$$a_{ij} \leq x_{ij} \leq b_{ij} \quad (11)$$

$$t_i \geq 0, x_{ij} \geq 0. \quad (12)$$

Функции (6) можно использовать для аппроксимации функций длительности других видов. При этом нужно положить  $a_{ij} = t_{ij}^{-1}(M)$ ,  $M > T$ , а  $b_{ij}$  выбирать из условия  $d_{ij} - t_{ij}(b_{ij}) < \varepsilon_{ij}$ , где  $\varepsilon_{ij} > 0$  – заданные числа. Если на отрезке  $[a_{ij}, b_{ij}]$  аппроксимирующую функцию (6)  $\tilde{t}_{ij}(x_{ij})$  задать уравнением секущей

$$\frac{\tilde{t}_{ij} - M}{t_{ij}(b_{ij}) - M} = \frac{x_{ij} - a_{ij}}{b_{ij} - a_{ij}},$$

то в силу выпуклости  $t_{ij}(x_{ij})$  на отрезке  $[a_{ij}, b_{ij}]$  будет выполняться неравенство  $\tilde{t}_{ij}(x_{ij}) \geq t_{ij}(x_{ij})$ . Тогда затраты ресурса на выполнения процесса, рассчитанные с помощью аппроксимирующей задачи (7) – (12) могут оказаться выше оптимальных затрат задачи (1) – (5).

Опишем алгоритм улучшения решения задачи (7) – (12).

1. Рассчитываем показатели:

$$\text{а) } t_1^p = 0; \quad t_j^p = \max_{(i,j) \in \Gamma} \{t_i^p + t_{ij}(x_{ij})\};$$

$$\text{б) } t_n^n = T; \quad t_i^n = \min_{(i,j) \in \Gamma} \{t_j^n - t_{ij}(x_{ij})\};$$

$$\text{в) } r_i = t_i^n - t_i^p;$$

$$\text{г) } R_{ij} = t_j^n - t_i^p - t_{ij}(x_{ij}).$$

В сетевом планировании и управлении эти показатели называют соответственно ранними и поздними сроками наступления событий и резервами времени событий и работ.

2. Известно, что в оптимальном плане задачи (1) – (5) резервы времени всех событий и работ равны 0. Если для решения аппроксимирующей задачи (7) – (12) это условие не выполняется (имеются  $R_{ij} > 0$ ), то выполняем следующее:

выбираем операцию с максимальным резервом  $R_{ij} > 0$  и уменьшаем ресурс, выделяемый на ее выполнение. Ресурс уменьшается до тех пор, пока резерв  $R_{ij}$  не достигнет значения  $0 \leq R_{ij} < \varepsilon$ . При этом, резервы остальных операций должны оставаться неотрицательными. Процесс продолжается до тех пор, пока резервы всех операций не станут меньше  $\varepsilon$ .

Таким образом, для решения задачи (1) – (5) с произвольными функциями длительности предлагается двухэтапная схема решения: на первом этапе решается аппроксимирующая задача линейного программирования, на втором этапе ее решение улучшается с помощью описанной процедуры. Так как задачи линейного программирования эффективно решаются симплекс-алгоритмом, это обеспечивает эффективность предлагаемой схемы. Использование данной задачи как инструментария для реализации процесса бизнес – планирования позволит компании повысить свой экономический потенциал и конкурентоспособность [4].

### Библиографический список

1. Аксенов К.А., Ван К.В., Аксенова О.П. Решение задачи планирования портфеля проектов и анализа узких мест бизнес-процесса на основе мультиагентного моделирования и метода критического пути // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 2.
2. Крейчман Ф.С. Эффективное управление предприятием на основе демократизации собственности. М.: РАЕН, 2009. С. 528.
3. Кутинов К.А. Построение сетевого плана бизнес-процессов стратегического развития предприятия // Российское предпринимательство. 2011. № 12-2 (198). С. 52–57.
4. Буценко Е.В., Шориков А.Ф. Реализация сетевого экономико-математического моделирования для процесса бизнес-планирования // Вестник УрФУ. Серия экономика и управление. 2015. № 6. С. 948.
5. Тимохин А. Моделирование бизнес-процессов на раз, два, три: ликбез для руководителей, 2012. URL: <http://www.e-xecutive.ru>.

### References

1. Aksyonov K.A., van K.V., Aksenova O.P. the Decision of the task of planning the portfolio of projects and analyzing bottlenecks in the business process based on multi-agent modeling and critical path method // Modern problems of science and education. 2014. No. 2.
2. Kreichman F.S. Effective management of the enterprise on the basis of democratic ownership. « M.: RANS, 2009. S. 528.
3. Kutinov K. A. making a network plan of business procedures for strategic development of enterprises // Journal of Russian entrepreneurship. 2011. No. 12-2 (198). P. 52–57.
4. Butsenko E.V., Shorikov A.F. Implementation of a network of economic-mathematical modeling for the process of business planning // Vestnik Urfu. Ser.: Economics and management. 2015. No. 6. S. 948.
5. Timokhin A. Modeling business processes on one, two, three: educational program for managers, 2012. URL: <http://www.e-xecutive.ru>.

*K.A. Zhukova, V.M. Montlevich\**

**THE PROBLEM OF MINIMIZING OF EXPENSES OF RESOURCES  
AT REALIZATION BUSINESS-PROCESS**

The article discusses the use of the network model (network graph) for the optimization of planning and implementation of the company's business process. To solve the problem of minimizing the cost of resources in the implementation of the business process was described an algorithm.

**Key words:** network schedule, resource optimization, reengineering of business-processes, the problem of resource optimization, business planning.

---

\*© *Karina Andreevna Zhukova* (karina.zhukova1@gmail.com), *Vladimir Michajlovich Montlevich* (vlmont@mail.ru) Department of Mathematics and Business Informatics, Samara University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.