

К ТЕОРИИ ДИФФУЗИИ ИННОВАЦИЙ, УЧИТЫВАЮЩЕЙ ЭФФЕКТ ЗАПАЗДЫВАНИЯ МЕЖЛИЧНОСТНОЙ КОММУНИКАЦИИ

В статье предложена математическая модель диффузии потребительских инноваций, учитывающая запаздывание во времени информационной составляющей межличностной коммуникации потребителей. Уравнения динамики продаж инновационных товаров описывают процесс непрерывного и распределенного увеличения числа потребителей инновационных продуктов за счет роста их межличностного общения. Показано, что учет запаздывания во времени информационной составляющей межличностной коммуникации потребителей приводит к более плавному освоению рынка инновационными товарами.

Ключевые слова: инновация, диффузия инноваций, кумулятивная кривая диффузии инноваций, коэффициент инновации, коэффициент имитации.

Прогнозирование различных параметров реагирования рынков на появление и продвижение инновационных товаров является одной из актуальных задач современной экономической теории и практики ведения бизнеса. Математическое моделирование процессов диффузии потребительских инноваций способно в тех или иных случаях давать адекватные оценки скорости роста продаж новых товаров, рассчитывать параметры захвата рынков или их частей, описывать степени рисков для малого и среднего инновационного бизнеса и т. д. Разработка моделей диффузии инноваций как процесса заполнения и захвата рынков новыми продуктами, технологиями и идеями, обязательно должна учитывать всю историю их возникновения и распространения [1–5].

Пусть на некотором рынке появляется абсолютно новый продукт в виде товара, технологии, идеи или услуги. Для такого инновационного оригинального продукта характерно отсутствие аналогов и конкуренции со стороны других обычных продуктов. Возникающий вместе с этим продуктом новый спрос генерирует определенное количество потребителей Q , осуществивших его покупку.

Величина Q является функцией времени $Q = Q(t)$, которая предполагается непрерывной, непрерывно дифференцируемой и ограниченной на числовой полуоси ($0 < t < \infty$). Переменная времени t предполагается непрерывной, единицей ее измерения служит соответствующий обстоятельствам рыночный период (месяц, квартал, год). Функция $Q = Q(t)$ удовлетворяет неравенству

$$0 < Q(t) < Q_{\infty},$$

Здесь $Q(0) = 0$, $Q_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} Q(t)$ – максимальное число потенциальных покупателей продукта, определяющее потенциал рыночного спроса.

* © Сараев А.Л., 2015

Сараев Александр Леонидович (alex.saraev@gmail.com), кафедра математики и бизнес-информатики, Самарский государственный университет, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Приращение количества потребителей инновационного продукта ΔQ за некоторый малый промежуток времени Δt определяются воздействием на потребителей рекламы и средств массовой информации и влиянием отзывов уже совершивших приобретение людей.

Число покупателей-новаторов, полагающихся на рекламу и средства массовой информации, за промежуток времени Δt можно представить в виде

$$U(t) = p \cdot Q_{\infty} \cdot \left(1 - \frac{Q(t)}{Q_{\infty}}\right) \cdot \Delta t, \quad (1)$$

Здесь p – коэффициент инновации.

Число покупателей-имитаторов, полагающихся на отзывы уже совершивших приобретение потребителей, за промежуток времени Δt можно представить в виде [6; 7]

$$V(t) = q \cdot W(t) \cdot \left(1 - \frac{Q(t)}{Q_{\infty}}\right) \cdot \Delta t. \quad (2)$$

Здесь

$$W(t) = \int_{-\infty}^t R(t, \tau) \cdot Q(\tau) \cdot d\tau, \quad (3)$$

q – коэффициент имитации, $R(t, \tau)$ – функция распределения постепенного и непрерывного освоения рынка покупателями-имитаторами за весь период его работы, $Q(\tau)$ – число покупателей, совершивших покупку в момент времени τ .

При этом функция распределения ввода инвестиций $R(t, \tau)$ удовлетворяет условию

$$\int_{\tau}^{\infty} R(t, \tau) \cdot d\tau = 1. \quad (4)$$

Процесс освоения и заполнения рынка считается стационарным, поэтому формула (3) принимает вид

$$W(t) = \int_{-\infty}^t R(t - \tau) \cdot Q(\tau) \cdot d\tau. \quad (5)$$

Для экспоненциального распределения ввода инвестиций $R(t - \tau) = \lambda \cdot e^{-\lambda(t - \tau)}$ соотношение (5) принимает вид

$$W(t) = \lambda \cdot \int_{-\infty}^t e^{-\lambda(t - \tau)} \cdot Q(\tau) \cdot d\tau. \quad (6)$$

С помощью дифференцирования обеих частей интегрального уравнения (6) по времени t легко убедиться, что оно эквивалентно дифференциальному уравнению

$$\frac{dW(t)}{dt} = \lambda \cdot Q(t) - \lambda \cdot W(t). \quad (7)$$

Таким образом, приращение количества потребителей инновационного продукта ΔQ за некоторый малый промежуток времени Δt имеет вид

$$\Delta Q(t) = \theta(t) \cdot (p \cdot Q_\infty + q \cdot W(t)) \cdot \left(1 - \frac{Q(t)}{Q_\infty}\right) \cdot \Delta t.$$

Здесь $\theta(t)$ – функция относительной удельной скорости изменения объемов продаж ($0 \leq \theta(t) \leq 1$).

Предельный переход при $\Delta t \rightarrow 0$ приводит к нелинейному дифференциальному уравнению

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \theta(t) \cdot (p \cdot Q_\infty + q \cdot W(t)) \cdot \left(1 - \frac{Q(t)}{Q_\infty}\right). \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) образуют систему нормальных нелинейных связанных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dQ(t)}{dt} = \theta(t) \cdot (p \cdot Q_\infty + q \cdot W(t)) \cdot \left(1 - \frac{Q(t)}{Q_\infty}\right), \\ \frac{dW(t)}{dt} = \lambda \cdot Q(t) - \lambda \cdot W(t). \end{cases} \quad (9)$$

Начальные условия для системы (9) имеют вид

$$\begin{cases} Q(0) = Q|_{t=0} = 0, \\ W(0) = W|_{t=0} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Стационарным решением задачи Коши (9) и (10) являются значения $W_\infty = Q_\infty$.

Если параметр $\lambda = 0$ и величины $W(t)$ и $Q(t)$ совпадают, то процесс заполнения и захвата рынков новыми продуктами, технологиями и идеями не учитывает историю их возникновения и распространения. В этом случае построенная модель (9), (10) совпадает с известной моделью Ф. Басса [8].

В общем случае нелинейная задача Коши (9), (10) может быть решена только численно.

Легко видеть, что формы интегральных кривых уравнений (11) определяются уровнем отклонения функции относительной удельной скорости роста продаж $\theta = \theta(t)$ от единицы. Размер такого отклонения задает варианты развития процесса захвата рынка инновационным продуктом. Для значений функции $\theta = \theta(t)$, близких к единице, кривые, построенные в соответствии с решениями уравнений (9), описывают монотонный эволюционный процесс заполнения рынка. Для близких к нулю и для отрицательных значений функции $\theta = \theta(t)$ интегральные кривые уравнений (9) описывают процессы стагнации и падения продаж инновационного продукта соответственно.

Процесс замедления, провала и последующего восстановления продаж в момент времени $t = t^*$ может быть описан уравнением [5]

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\sigma^2} \cdot (t - t^*) \cdot (1 - \theta) \quad (11)$$

с начальными условиями $\theta(t^*) = 1 - \omega$. Решениями уравнения (11) с такими начальными условиями является функция

$$\theta(t) = 1 - \omega \cdot \exp\left(-\frac{(t - t^*)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right). \quad (12)$$

Здесь ω – максимальное значение глубины падения удельной скорости роста, σ – размер ширины временного интервала снижения продаж.

На рис. 1 построены кривые функции (12) для различных значений параметров ω и t^* .

Цифры у кривых – значения параметра ω , расчетное значение величины $\sigma = 1, 2$.

Если на рынке происходит несколько разнесенных во времени периодов падений продаж инновационного продукта, то в качестве функции относительной удельной скорости роста или снижения продаж целесообразно выбрать произведение функций вида (12)

$$\Theta = \prod_{s=1}^n \theta_s(t) = \prod_{s=1}^n \left(1 - \omega_s \cdot \exp\left(-\frac{(t - t_s^*)^2}{2 \cdot \sigma_s^2}\right) \right). \quad (13)$$

На рис. 2 построена кривая функции (13) в случае $n = 3$ для различных значений параметров ω и t^* .

Цифры у кривых – значения параметров ω_s , расчетное значение величины $\sigma = 1, 2$.

На рис. 3 сплошными линиями представлены интегральные кривые для функций $Q(t)$ и $W(t)$, построенные по результатам численного решения задачи Коши (11), (12). Штриховой линией отражена интегральная кривая, соответствующая модели Ф. Басса.

Построенные кривые соответствуют параметрам $\omega = 0$ и $\theta = 1$, поэтому они описывают монотонный эволюционный процесс заполнения рынка.

На рис. 4 сплошными линиями представлены интегральные кривые для функций $Q(t)$ и $W(t)$, построенные по результатам численного решения задачи Коши (11), (12). Штриховой линией показана интегральная кривая, соответствующая модели Ф. Басса. Здесь построенные кривые соответствуют параметрам $\omega = 1$ и $\sigma = 3$, поэтому они описывают процесс стагнации продаж инновационного продукта.

На рис. 5 сплошными линиями представлены интегральные кривые для функций $Q(t)$ и $W(t)$, построенные по результатам численного решения задачи Коши (11), (12). Штриховой линией представлена интегральная кривая, соответствующая модели Ф. Басса. Здесь построенные кривые соответствуют параметрам $\omega = 1, 09$ и $\sigma = 3$, поэтому они описывают процесс стагнации продаж инновационного продукта.

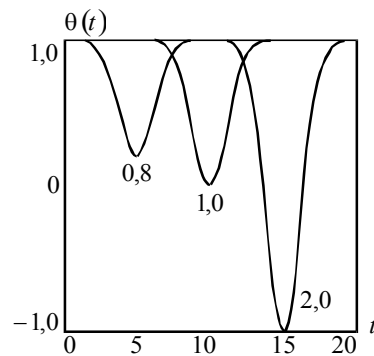


Рис. 1

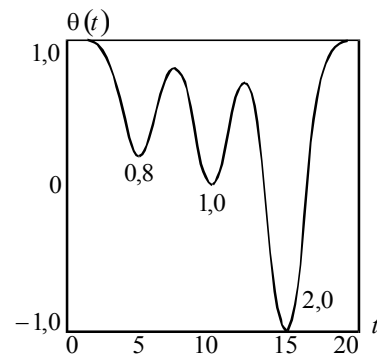


Рис. 2

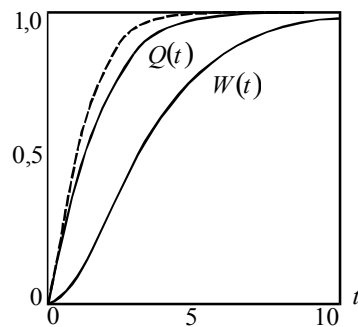


Рис. 3

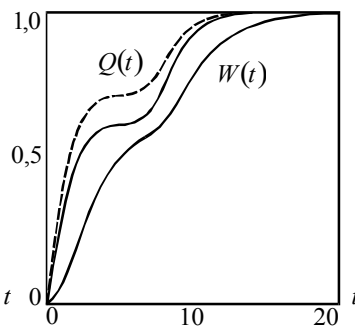


Рис. 4

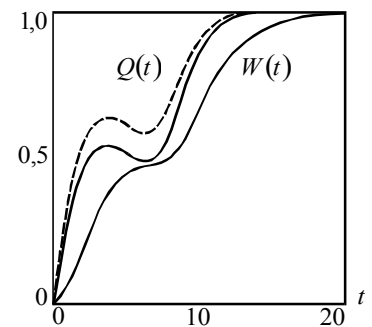


Рис. 5

Расчетные значения — $p = 0,5; q = 0,75; \lambda = 0,5; Q_\infty = 1$.

Численный анализ всех трех представленных случаев показывает, что модель Ф. Басса дает завышенные значения продаж, при продвижении на рынок инновационного продукта. Это связано с тем, что модель Ф. Басса не учитывает постепенность распространения информационной составляющей об инновационном продукте, а принимает во внимание только наличие продаж в данный момент времени.

Библиографический список

1. Дубровина Н.А., Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории нелинейной динамики многофакторных экономических систем // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 2(113). С. 186–191.
2. Дубровина Н.А., Сараев Л.А. Модель экономического развития машиностроения, учитывающая кумулятивную динамику факторов производства // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 4(115). С. 177–183.
3. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Особенности динамики выпуска продукции и производственных факторов модернизируемых предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 6(117). С. 251–260.
4. Сараев А.Л. Уравнения динамики экономического развития предприятия, модернизирующего производственные технологии // Основы экономики, управления и права. 2014. № 3(15). С. 93–100.
5. Сараев А.Л. Уравнения нелинейной динамики кризисных явлений для многофакторных экономических систем // Вестник Самарского государственного университета. 2015. № 2(124). С. 262–272.
6. Егорова А.Ю., Сараев А.Л., Сараев Л.А. Вариант динамической модели переоборудования производственного предприятия, учитывающей эффект запаздывания внутренних инвестиций // Вестник Самарского государственного университета. 2015. № 5(127). С. 210–216.

7. Сараев А.Л. Динамическая многофакторная модель модернизации производственного предприятия // Вестник Самарского государственного университета. 2015. № 5(127). С. 224–232.

8. Bass F.M. A new product growth model for consumer durables // Management Science. 1969. Vol. 15.

References

1. Dubrovina N.A., Saraev A.L., Saraev L.A. On the theory of nonlinear dynamics of multifactor economic systems. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 2(113), pp. 186–191 [in Russian].

2. Dubrovina N.A., Saraev L.A. Model of economic development of machine building industry taking into consideration cumulative dynamics of factors of production. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 4(115), pp. 177–183 [in Russian].

3. Saraev A.L., Saraev L.A. Peculiarities of dynamics of issue of production and production factors of modernizing enterprises. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 6(117), pp. 251–260 [in Russian].

4. Saraev A.L. Equations of dynamics of economic development of an enterprise modernizing production technologies. *Osnovy ekonomiki, upravleniia i prava* [Foundations of economics, management and law], 2014, no. 3(15), p. 93–100 [in Russian].

5. Saraev A.L. Equations of nonlinear dynamics of crisis phenomena for multifactor economic systems. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2015, no. 2(124), pp. 262–272 [in Russian].

6. Egorova A.Yu., Saraev A.L., Saraev L.A. Variant of dynamic model of reequipment of industrial enterprise taking into consideration lagged effect of domestic investments. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2015, no. 5(127), pp. 210–216 [in Russian].

7. Saraev A.L. Dynamic multifactor model of modernization of an industrial enterprise. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2015, no. 5(127), pp. 224–232 [in Russian].

8. Bass F.M. A new product growth model for consumer durables. *Management Science*. 1969, Vol. 15 [in English].

*A.L. Saraev **

ON THE THEORY OF DIFFUSION OF INNOVATION, CONSIDERING THE EFFECT OF INTERPERSONAL COMMUNICATION LAG

In the published article the mathematical model of diffusion of consumer innovations, taking into account time lag in the information component of interpersonal communications of consumers. Equations of dynamics of sales of innovative products describe the process of continuous and distributed increase of the number of consumers of innovative products due to the growth of their interpersonal communication. It is shown that taking into account time lag in the information component of interpersonal communication of consumers leads to a smoother development of market with innovative products.

Key words: innovation, diffusion of innovations, cumulative curve of innovation diffusion, coefficient of innovation, imitation factor.

Статья поступила в редакцию 12/VI/2015.
The article received 12/VI/2015.

* *Saraev Alexander Leonidovich* (alex.saraev@gmail.com), Department of Mathematics and Business-Informatics, Samara State University, 1, Acad. Pavlov Street, Samara, 443011, Russian Federation.