

УДК 330.101.54

А.Л. Сараев *

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИБЫЛИ И ЗАТРАТ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ СТРУКТУРНОЙ МОДЕРНИЗАЦИИ

В статье предложена модель формирования прибыли и затрат производственного предприятия, образованного двумя различными производствами. Разработан вариант структурно-феноменологического подхода к описанию взаимодействия компонентов этого предприятия и его макроскопического функционирования в целом. Получены уравнения, описывающие динамику процесса модернизации предприятия путем замены старого производства новым производством. Вычислены макроскопические параметры производственной функции, функции затрат и функции предприятия в целом.

Ключевые слова: предприятие, структура, факторы производства, производственная функция, затраты, прибыль, ресурсы, модернизация, усреднение, макроскопические свойства.

Производство и выпуск продукции любого предприятия сопровождается использованием определенного набора ресурсов, которые в большинстве случаев могут быть интерпретированы трехмерным вектором объемов факторов производства

$$\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, Q_3) = (K, L, M).$$

Здесь K – основной капитал (производственные фонды), L – привлекаемые в производство трудовые ресурсы, M – используемые в производстве материалы и технологии.

Эти величины, выражаемые обычно в денежной форме, могут быть соотнесены с трехмерным евклидовым пространством, в декартовой системе координат которого радиус-вектор \mathbf{Q} представляет собой конфигурацию ресурсов и определяет положение в пространстве некоторой точки $N = (Q_1, Q_2, Q_3)$. Совокупность всех таких точек пространства образует некоторую область, трактуемую как математический континуум однопродуктового распределенного производства.

Выпуск продукции производства задается трехфакторной производственной функцией Кобба-Дугласа

$$TR = R \cdot K^a \cdot L^b \cdot M^c. \quad (1)$$

Здесь a, b, c представляют собой эластичности выпуска продукции по соответствующему ресурсу, R – стоимость продукции, произведенной на единицы объемов ресурсов.

Переменные пропорциональные затраты производства TVC выражаются в виде суммы

$$TVC = TVK + TVL + TVM. \quad (2)$$

* © Сараев А.Л., 2015

Сараев Александр Леонидович (alex.saraev@gmail.com), кафедра математики и бизнес-информатики, Самарский государственный университет, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Здесь $TVK = PK \cdot K$ – затраты, связанные с использованием основных производственных фондов, $TVL = PL \cdot L$ – затраты, связанные с использованием трудовых ресурсов, $TVM = PM \cdot M$ – затраты, связанные с использованием материалов и технологий, PK, PL, PM – стоимость единицы затрат объемов ресурсов соответственно. Таким образом, формула (2) принимает вид

$$TVC = PK \cdot K + PL \cdot L + PM \cdot M. \quad (3)$$

С учетом постоянных затрат предприятия TFC его прибыль, представляющая собой разность между стоимостью выпуска продукции и стоимостью затрат на его производство, выражается соотношением

$$PR = TR - TC = TR - TVC - TFC,$$

или

$$PR = R \cdot K^a \cdot L^b \cdot M^c - PK \cdot K - PL \cdot L - PM \cdot M - TFC. \quad (4)$$

Если предприятие подвергается определенной модернизации, полной или частичной смене некоторых технологий, то в его структуре может возникать и развиваться новый компонент производства с более высоким уровнем выпуска продукции производства и более низким уровнем производственных затрат.

Как правило, такой компонент производства связан с внедрением новых технологий, использованием современных материалов, рациональным использованием основных фондов и квалифицированных трудовых ресурсов.

Очевидно, что макроскопические характеристики всего производства в целом будут определяться числовыми параметрами производственных функций и функций затрат каждого компонента и способом взаимодействия компонентов производства.

В евклидовом трехмерном пространстве распределенного производства общему объему продукции производства можно поставить в соответствие геометрический объем $V = K_1 \cdot L_1 \cdot M_1$, объему продукции модернизированного производства соответствует объем $V_2 = K_2 \cdot L_2 \cdot M_2$, объему продукции старого производства соответствует объем $V_1 = V - V_2$.

Тогда формула для переменных затрат (3) принимает вид

$$TVC_s = PK_s \cdot K_s + PL_s \cdot L_s + PM_s \cdot M_s. \quad (5)$$

Формулы для производственных функций компонентов производства имеют вид

$$TR_s = R_s \cdot K_s^a \cdot L_s^b \cdot M_s^c. \quad (6)$$

Здесь K_s, L_s, M_s – объемы факторов компонентов производства и линейные размеры объемов V и V_2 , ($s=1,2$). Эластичности выпуска продукции по соответствующему ресурсу a, b, c принимаются одинаковыми для обоих компонентов производства.

Стоимость продукции, произведенной на единицы объемов ресурсов R_s , представляются в виде произведения единиц объемов ресурсов каждого фактора производства в отдельности:

$$R_s = RK_s^a \cdot RL_s^b \cdot RM_s^c, \quad (7)$$

а трехфакторная производственная функция записывается в виде произведения трех однофакторных функций:

$$TR_s = TRK_s \cdot TRL_s \cdot TRM_s. \quad (8)$$

Здесь

$$TRK_s = RK_s^a \cdot K_s^a,$$

$$TRL_s = RL_s^b \cdot L_s^b,$$

$$TRM_s = RM_s^c \cdot M_s^c.$$

Для установления макроскопических характеристик всего неоднородного производства в целом необходимо установить связь между средними значениями величин выпуска продукции, затрат и факторов производства

$$\langle TVC \rangle = PK^* \cdot \langle K \rangle + PL^* \cdot \langle L \rangle + PM^* \cdot \langle M \rangle, \quad (9)$$

$$\langle TR \rangle = R^* \cdot \langle K \rangle^a \cdot \langle L \rangle^b \cdot \langle M \rangle^c.$$

Здесь PK^* , PL^* , PM^* – эффективные значения стоимости единицы затрат объемов ресурсов соответственно, R^* – эффективная стоимость продукции, произведенной на единицы объемов ресурсов.

Все эти величины вычисляются с помощью процедуры усреднения локальных соотношений для затрат и локальных производственных функций, описанных в работах [1–3].

Выражения для эффективных значений стоимостей единиц затрат объемов ресурсов имеют вид

$$\begin{aligned} PK^* &= PK_1 \cdot \frac{q + c_2 \cdot (pk - 1)}{q - c_2 \cdot (pk - 1) \cdot (q - 1)}, \\ PL^* &= PL_1 \cdot \frac{l + c_2 \cdot (pl - 1)}{l - c_2 \cdot (pl - 1) \cdot (l - 1)}, \\ PM^* &= PM_1 \cdot \frac{m + c_2 \cdot (pm - 1)}{m - c_2 \cdot (pm - 1) \cdot (m - 1)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $k = \frac{K_2}{K_1}$, $l = \frac{L_2}{L_1}$, $m = \frac{M_2}{M_1}$ – относительные линейные размеры нового

компонента производства, $c_2 = \frac{V_2}{V} = k \cdot l \cdot m$ – объемное содержание второго

компонента производства, $pk = \frac{PK_2}{PK_1}$, $pl = \frac{PL_2}{PL_1}$, $pm = \frac{PM_2}{PM_1}$.

Выражения для эффективных стоимостей продукции, произведенной на единицы объемов ресурсов, определяются выражениями

$$\begin{aligned} RK^* &= RK_1 \cdot \frac{k + c_2 \cdot (rk - 1)}{k - c_2 \cdot (rk - 1) \cdot (k - 1)}, \\ RL^* &= RL_1 \cdot \frac{l + c_2 \cdot (rl - 1)}{l - c_2 \cdot (rl - 1) \cdot (l - 1)}, \\ RM^* &= RM_1 \cdot \frac{m + c_2 \cdot (rm - 1)}{m - c_2 \cdot (rm - 1) \cdot (m - 1)}. \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{Здесь } rk = \frac{RK_2}{RK_1}, \quad rl = \frac{RL_2}{RL_1}, \quad rm = \frac{RM_2}{RM_1}.$$

Таким образом, формула для эффективной стоимости продукции произведенной на единицы объемов ресурсов, имеет вид

$$R^* = (RK^*)^a \cdot (RL^*)^b \cdot (RM^*)^c. \quad (12)$$

Макроскопические постоянные затраты неоднородного производства представляют собой среднее значение постоянных затрат компонентов производства и вычисляются по правилу смесей:

$$\langle TFC \rangle = c_1 \cdot TFC_1 + c_2 \cdot TFC_2. \quad (13)$$

$$\text{Здесь } c_1 = \frac{V_1}{V} = 1 - c_2 = 1 - q \cdot l \cdot m.$$

Макроскопическая функция прибыли модернизируемого предприятия

$$\langle PR \rangle = \langle TR \rangle - \langle TC \rangle = \langle TR \rangle - \langle TVC \rangle - \langle TFC \rangle$$

принимает вид

$$\begin{aligned} \langle PR \rangle = R^* \cdot \langle K \rangle^a \cdot \langle L \rangle^b \cdot \langle M \rangle^c - \langle TFC \rangle - \\ - PK^* \cdot \langle K \rangle - PL^* \cdot \langle L \rangle - PM^* \cdot \langle M \rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

При полной или частичной модернизации производства, выражающейся в замене и вытеснении старого производства новым производством, его объемное содержание c_2 и соответствующие относительные размеры q, l, m будут меняться от нуля до единицы. При этом зависимости скоростей изменений этих размеров от изменения объемного содержания в общем случае могут быть непостоянными. Такой процесс модернизации предприятия можно условно разделить на несколько этапов.

Сначала для сравнительно небольших значений c_2 происходит сравнительно медленное формирование организации нового производства. Этому начальному этапу соответствует плавный рост величин объемного содержания c_2 и относительных размеров q, l, m . Затем для средних значений c_2 развитие нового производства ускоряется. Наконец, для значений c_2 , сравнимых с единицей, рост нового производства замедляется и сопровождается асимптотическим полным вытеснением старого производства.

Деление процесса фазового превращения ($V_q \rightarrow V_p$) на два этапа достаточно условно, так как на практике оба процесса наблюдаются параллельно с преобладанием одного из них в разных стадиях развития уровней структурных деформаций. Поскольку объемное содержание новой фазы удовлетворяет неравенству $0 \leq c_2 \leq 1$, то целесообразно ввести вспомогательную переменную

$$\xi = \frac{c_2}{1 - c_2}, \quad (15)$$

описывающую протяженность процесса модернизации предприятия и изменяющейся на полубесконечном интервале ($0 \leq \xi \leq +\infty$). Значение параметра $\xi = 0$ соответствует началу процесса модернизации и отсутствию нового производ-

ства, а неограниченное увеличение параметра $\xi \rightarrow \infty$ соответствует асимптотическому приближению к концу процесса модернизации и исчезновению старого производства.

Процесс возникновения и развития нового производства может быть описан кинетическими уравнениями роста относительных размеров q, l, m нового производства [4–7]

$$\begin{aligned}\frac{dk}{d\xi} &= \lambda_k \cdot \theta(\xi) \cdot (1 + h_k \cdot k) \cdot (1 - k), \\ \frac{dl}{d\xi} &= \lambda_l \cdot \theta(\xi) \cdot (1 + h_l \cdot l) \cdot (1 - l), \\ \frac{dm}{d\xi} &= \lambda_m \cdot \theta(\xi) \cdot (1 + h_m \cdot m) \cdot (1 - m).\end{aligned}\quad (16)$$

Здесь величины $\lambda_k \cdot (1 + h_k \cdot k)$, $\lambda_l \cdot (1 + h_l \cdot l)$, $\lambda_m \cdot (1 + h_m \cdot m)$ в уравнениях (16) отвечают за начальный и последующий интенсивный рост относительных размеров компонента предприятия, а величины $(1 - k)$, $(1 - l)$, $(1 - m)$ отвечают за процесс насыщения, при котором образование нового производства замедляется.

Функция удельной скорости роста объемного содержания нового производства рассматриваемого модернизируемого предприятия $\theta(\xi)$ описывает особенности процесса смены технологических укладов, связанных с возможными неблагоприятными внешними воздействиями и кризисными явлениями. Эта функция принимает значения на единичном интервале ($0 \leq \theta(\xi) \leq 1$).

Начальные условия для уравнений (16) имеют вид

$$\begin{aligned}k|_{\xi=0} &= 0, \\ l|_{\xi=0} &= 0, \\ m|_{\xi=0} &= 0.\end{aligned}\quad (17)$$

Решение задачи Коши (16) и (17) имеет вид

$$\begin{aligned}k &= \frac{\omega_k - 1}{\omega_k + h_k}, \quad \omega_k = \exp\left(\lambda_k \cdot (1 + h_k) \cdot \int_0^\xi \theta(x) \cdot dx\right), \\ l &= \frac{\omega_l - 1}{\omega_l + h_l}, \quad \omega_l = \exp\left(\lambda_l \cdot (1 + h_l) \cdot \int_0^\xi \theta(x) \cdot dx\right), \\ m &= \frac{\omega_m - 1}{\omega_m + h_m}, \quad \omega_m = \exp\left(\lambda_m \cdot (1 + h_m) \cdot \int_0^\xi \theta(x) \cdot dx\right).\end{aligned}\quad (18)$$

Если процесс возникновения и развития нового производства является однородным и равномерным, то функция удельной скорости роста объемного содержания нового производства тождественно равна единице ($\theta(\xi) \equiv 1$), а соотношение (18) принимает вид

$$k = \frac{\omega_k - 1}{\omega_k + h_k}, \quad \omega_k = \exp(\lambda_k \cdot (1 + h_k) \cdot \xi),$$

$$l = \frac{\omega_l - 1}{\omega_l + h_l}, \quad \omega_l = \exp(\lambda_l \cdot (1 + h_l) \cdot \xi), \quad (19)$$

$$m = \frac{\omega_m - 1}{\omega_m + h_m}, \quad \omega_m = \exp(\lambda_m \cdot (1 + h_m) \cdot \xi).$$

Возвращаясь в соответствии с формулой (15) к величине объемного содержания c_2 , находим

$$k = \frac{\omega_k - 1}{\omega_k + h_k}, \quad \omega_k = \exp\left(\lambda_k \cdot (1 + h_k) \cdot \frac{c_2}{1 - c_2}\right),$$

$$l = \frac{\omega_l - 1}{\omega_l + h_l}, \quad \omega_l = \exp\left(\lambda_l \cdot (1 + h_l) \cdot \frac{c_2}{1 - c_2}\right), \quad (20)$$

$$m = \frac{\omega_m - 1}{\omega_m + h_m}, \quad \omega_m = \exp\left(\lambda_m \cdot (1 + h_m) \cdot \frac{c_2}{1 - c_2}\right).$$

На рис. 1 показаны кривые роста относительных линейных размеров k, l, m в зависимости от объемного содержания c_2 .

На рис. 2 показаны кривые зависимости от объемного содержания c_2 эффективных стоимостей единиц объемов затрат ресурсов PK^*, PL^*, PM^* .

На рис. 2. показаны кривые зависимости от объемного содержания c_2 эффективных стоимостей единиц объемов затрат ресурсов PK^*, PL^*, PM^* .

На рис. 3. показаны кривые зависимости от объемного содержания c_2 эффективных стоимостей продукции, произведенной на единицы объемов ресурсов RK^*, RL^*, RM^* .

На рис. 4. показаны кривые макроскопической производственной функции, макроскопической функции общих затрат и макроскопической функции прибыли модернизируемого предприятия в зависимости от объемного содержания c_2 .

Расчетные значения величин приведены в таблице.

Таблица

Расчетные значения

$K_1 = 10$	$L_1 = 5$	$M_1 = 3$
$PK_1 = 3$	$PL_1 = 2$	$PM_1 = 1$
$PK_2 = 6$	$PL_2 = 4$	$PM_2 = 2$
$RK_1 = 4$	$RL_1 = 3$	$RM_1 = 1$
$RK_2 = 8$	$RL_2 = 7$	$RM_2 = 5$
$a = 0,50$	$b = 0,49$	$c = 0,65$
$\lambda_k = 0,9$	$\lambda_l = 0,8$	$\lambda_m = 0,7$
$h_k = 3$	$h_l = 2$	$h_m = 1$
$TFC_1 = 2$	$TFC_2 = 3$	$0 \leq c_2 \leq 1$

Численный анализ модели развития процесса модернизации рассматриваемого предприятия показывает, что кривые выпуска продукции, издержек и прибыли предприятия являются сначала и до определенного момента монотонно убываю-

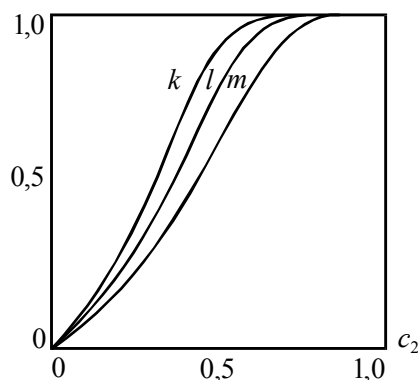


Рис. 1

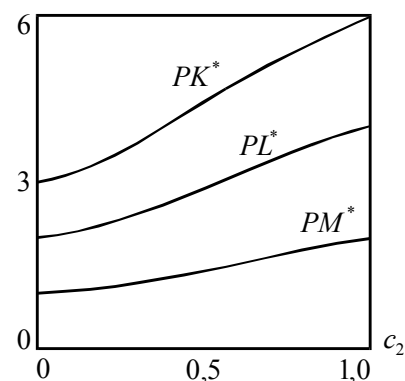


Рис. 2

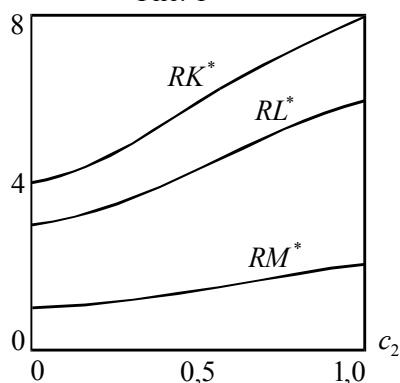


Рис. 3

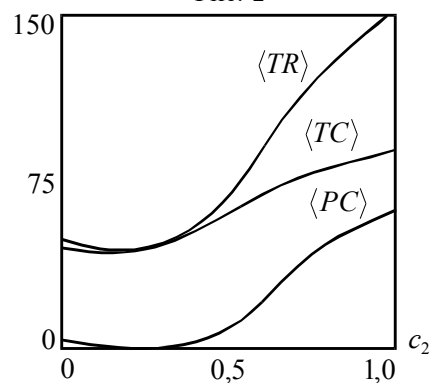


Рис. 4

шими и только после достаточного развития процесса модернизации становятся возрастающими. Это подтверждает часто встречающуюся экономическую ситуацию, согласно которой проводимая на предприятии модернизация может приводить до некоторого момента к убыткам и лишь после преодоления определенного порогового значения объемного содержания модернизируемого производства дает ожидаемый положительный эффект.

Библиографический список

1. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К расчету эффективных параметров оптимизации производства с микроструктурой // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 1 (92). С. 231–236.
2. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Прогнозирование эффективных характеристик затрат неоднородного производства // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 4 (95). С. 109–114.
3. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории структурной модернизации производственных предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 10 (101). С. 160–169.
4. Дубровина Н.А., Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории нелинейной динамики многофакторных экономических систем // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 2(113). С. 186–191.
5. Дубровина Н.А., Сараев Л.А. Модель экономического развития машиностроения, учитывающая кумулятивную динамику факторов производства // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 4(115). С. 177–183.

6. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Особенности динамики выпуска продукции и производственных факторов модернизируемых предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 6(117). С. 251–260.

7. Сараев А.Л. Уравнения динамики экономического развития предприятия, модернизирующего производственные технологии // Основы экономики, управления и права. 2014. № 3(15). С. 93–100.

References

1. Saraev A.L., Saraev L.A. On the calculation of effective parameters of optimization of production with microstructure. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University]. Samara, 2012, no. 1(92), pp. 231–236 [in Russian].

2. Saraev A.L., Saraev L.A. Prognostication of effective characteristics of costs of inhomogeneous production. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University]. Samara, 2012, no. 4(95), pp. 109–114 [in Russian].

3. Saraev A.L., Saraev L.A. On the theory of structural modernization of industrial enterprises. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University]. Samara, 2012, no. 10(101), pp. 160–169 [in Russian].

4. Dubrovina N.A., Saraev A.L., Saraev L.A. On the theory of nonlinear dynamics of multifactor economic systems. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 2(113), pp. 186–191 [in Russian].

5. Dubrovina N.A., Saraev L.A. Model of economic development of machine building industry taking into consideration cumulative dynamics of factors of production. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 4(115), pp. 177–183 [in Russian].

6. Saraev A.L., Saraev L.A. Peculiarities of dynamics of issue of production and production factors of modernizing enterprises. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 6(117), pp. 251–260 [in Russian].

7. Saraev A.L. Equations of dynamics of economic development of an enterprise modernizing production technologies. *Osnovy ekonomiki, upravleniia i prava* [Foundations of economics, management and law], 2014, no. 3(15), p. 93–100 [in Russian].

A.L. Saraev*

MODEL OF FORMATION OF EXPENSES AND PROFITS OF INDUSTRIAL COMPANIES IN CONDITIONS OF STRUCTURAL MODERNIZATION

In the present paper we proposed a model of formation of benefits and costs of a production enterprise, formed by two different industries. A variant of structural-phenomenological approach to the description of interaction of components of the company and its macroscopic functioning as a whole. Equations describing the dynamics of the process of modernization of the company by replacing the old manufacturing new production are received. We calculate the macroscopic parameters of production function, cost function and function of the whole enterprise.

Key words: enterprise, structure, factors of production, production function, costs, profits, resources, modernization, averaging, macroscopic properties.

Статья поступила в редакцию 10/VII/2015.

The article received 10/VII/2015.

* *Saraev Alexander Leonidovich* (alex.saraev@gmail.com), Department of Mathematics and Business Informatics, Samara State University, 1, Acad. Pavlov Street, Samara, 443011, Russian Federation.