Уравнения нелинейной динамики кризисных явлений для многофакторных экономических систем // 262 Вестник Самарского государственного университета. 2015. № 2 (124). С. 262—272

# — МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ — МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ

УДК 330.101.54

А.Л. Сараев\*

### УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ КРИЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ ДЛЯ МНОГОФАКТОРНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В публикуемой статье предложена математическая модель динамического нелинейного поведения многофакторной экономической системы, находящейся в кризисной ситуации. Уравнения баланса этой системы описываются связанными нелинейными дифференциальными уравнениями. Возникновение и развитие кризиса экономической системы обусловлено критическими изменениями удельных скоростей роста факторов производства. Результаты численного решения этих уравнений и анализ модели выполнен для экономической системы, образованной тремя факторами производства.

**Ключевые слова:** экономическая система, факторы производства, производственная функция, выпуск продукции, ресурсы.

Производство определенной номенклатуры продукции является целью и результатом деятельности любой экономической системы (фирмы, холдинга, кластера, отрасли и т.д.). Объемы выпуска этой продукции сопровождаются использованием ресурсов определенного вида, которые в самом общем случае удобно пред-

ставлять в виде n — мерного вектора пространства  $R^n$  объемов факторов производства [1–7]

$$\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, \dots, Q_n).$$

Компонентами этого вектора  $Q_i$ , могут быть основной капитал, оборотный капитал, финансовый капитал, трудовые ресурсы, привлекаемые в производство материалы, технологии и инновации и т. д. Как правило, компоненты вектора факторов производства  $Q_i$  выражаются в денежной форме.

Изменяемые во времени вектора  ${f Q}$  представляют собой некоторые временные функции  $Q_i=Q_i(t)$ , которые предполагаются непрерывными и непрерывно диф-

<sup>\* ©</sup> Сараев А.Л., 2015

Сараев Александр Леонидович (alex.saraev@gmail.com), кафедра математики и бизнес—информатики, Самарский государственный университет, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

ференцируемыми нужно число раз. Единицами измерения переменной величины t, в зависимости от рассматриваемой экономической ситуации, могут быть один месяц, один квартал или один год.

Очевидно, что каждый компонент вектора  ${f Q}$  ограничен сверху своими предельными значениями

$$Q_i(0) = Q_i^0 \le Q_i \le Q_i^\infty = \lim_{t \to \infty} Q_i(t). \tag{1}$$

Кроме того, значения компонентов в начальный момент времени рассматриваемого процесса t=0 считаются известными

$$Q_i^0 = Q_i(0), \tag{2}$$

тогда как предельные величины  $Q_i^{\infty}$  подлежат вычислению.

Для математического моделирования рассматриваемого процесса конфигурацию используемых ресурсов удобно задавать в виде безразмерного вектора [8-10]

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n).$$

3десь  $q_i(t) = \frac{Q_i(t)}{Q_i^0}$  — относительные объемы факторов производства, для кото-

рых начальные значения равны единице.

Выпуск производственной продукции рассматриваемой экономической системы V описывается многофакторной производственной функцией Кобба-Дугласа

$$V = P \cdot \prod_{s=1}^{n} Q_s^{a_s} \,. \tag{3}$$

Здесь степенные показатели производственной функции  $a_i$  представляют собой эластичности выпуска по соответствующему ресурсу, P — стоимость продукции произведенной на единичные объемы ресурсов.

Выпуск продукции производства экономической системы в начальный момент времени равен

$$V_0 = P \cdot \prod_{s=1}^n \left( Q_s^0 \right)^{a_s} . \tag{4}$$

Из формул (3) и (4) следует выражение производственной функции через относительные объемы факторов производства [11–13]

$$V = V_0 \cdot \prod_{s=1}^{n} q_s^{a_s} \ . \tag{5}$$

Изменения объемов факторов производства  $Q_i = Q_i(t)$  за некоторый малый промежуток времени  $\Delta t$  обусловлены его частичной амортизацией в процессе производства

$$A_i(t) = -\alpha_i \cdot \theta(t) \cdot Q_i(t) \cdot \Delta t , \qquad (6)$$

его частичным восстановлением за счет внутренних эндогенных инвестиций

$$I_{i}(t) = \beta_{i} \cdot \theta(t) \cdot V(t) \cdot \Delta t, \tag{7}$$

и его частичным восстановлением за счет внешней экзогенной поддержки в виде государственных инвестиций в рассматриваемую экономическую систему

$$G_i(t) = \eta_i \cdot \theta(t) \cdot G(t) \cdot \Delta t. \tag{8}$$

Здесь  $\alpha_i$  — доля выбывшего за единицу времени объема фактора производства  $Q_i$ ,  $\beta_i$  — норма накопления внутренних эндогенных инвестиций, приходящаяся на объем фактора производства  $Q_i$ ,  $\eta_i$  — доля объема государственных инвестиций G(t), приходящаяся на объем фактора производства  $Q_i$ ,  $\theta(t)$  — функция удельной скорости изменения объемов факторов производства  $(0 \le \theta(t) \le 1)$ . Следует отметить, что величины  $\eta_i$  не являются независимыми, а удовлетворяют условию

$$\sum_{s=1}^{n} \eta_s = 1.$$

Поскольку любое изменение объемов факторов производства  $Q_i = Q_i(t)$  будет ограничено предельными возможностями выпуска продукции производства экономической системы, то скорость их роста должна быть пропорциональна величине, характеризующей замедление роста выпуска продукции. Таким образом, соотношения для баланса изменений объемов факторов производства  $Q_i$  имеют вид

$$\Delta Q_i = \theta_i \cdot \left( -\alpha_i \cdot Q_i + \beta_i \cdot V + \eta_i \cdot G \right) \cdot \left( 1 - \frac{V}{V_{\infty}} \right) \cdot \Delta t.$$

Здесь  $V_{\infty}$  — предельное значение выпуска продукции производства экономической системы. Предельный переход при  $\Delta t \to 0$  дает систему нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dQ_i}{dt} = \theta_i \cdot \left(-\alpha_i \cdot Q_i + \beta_i \cdot V + \eta_i \cdot G\right) \cdot \left(1 - \frac{V}{V_{\infty}}\right). \tag{9}$$

Подстановка в систему (9) функции (5) и исключение величины  $Q_i$  приводит к системе нелинейных дифференциальных уравнений в безразмерной форме относительно величин  $q_i$ 

$$\frac{d q_i}{d t} = \theta_i \cdot \left(-\alpha_i \cdot q_i + \mu_i \cdot v + \eta_i \cdot g_i\right) \cdot \left(1 - \lambda \cdot v\right). \tag{10}$$

$$v = \prod_{s=1}^{n} q_{s}^{a_{s}}$$
 — относительный объем выпуска продукции производства

экономической системы, 
$$\mu_i = \beta_i \cdot \frac{V_0}{Q_i^0}$$
,  $g_i = \frac{G}{Q_i^0}$ ,  $\lambda = \frac{V_0}{V_\infty}$ .

Уравнения (10) образуют систему нормальных нелинейных связанных уравнений первого порядка, а ее начальные условия имеют вид

$$q_i(0) = q_i^0 = 1. (11)$$

В общем случае нелинейная задача Коши (10), (11) может быть решена только численно.

В случае однофакторной модели динамики выпуска продукции предприятия (n=1) система дифференциальных уравнений (10) сводится к одному уравнению первого порядка

$$\frac{dq}{dt} = \theta \cdot \left( -\alpha \cdot q + \mu \cdot q^a + \eta \cdot g \right) \cdot \left( 1 - \lambda \cdot q^a \right), \tag{12}$$

с начальными условиями

$$q(0) = q^0 = 1. (13)$$

Уравнение (12) представляет собой обобщенную модель логистической динамики. В частном случае при  $\alpha=g=0$  это уравнение сводится к уравнению М. - Розенцвейга, при  $\mu=g=0$  оно сводится к уравнению П. Ферхюльста, при  $\mu=0$  уравнение (12) описывает модель Ф. Басса [13].

Формы логистических кривых (12) определяются видом функции  $\theta = \theta(t)$ . Эта функция описывает удельную скорость роста фактора производства q. Если эта скорость постоянна  $\theta(t) \equiv 1$ , то кривая, построенная в соответствии с решением уравнения (12) является монотонно возрастающей. Если же функция скорости  $\theta = \theta(t)$  не постоянна, то интегральная кривая для уравнения (12) может описывать процессы смены технологий производства и кризисные явления динамики экономической системы.

В жизненном цикле любого предприятия может наступить момент времени  $t=t^*$ , когда применяемые в производстве технологии морально устаревают и фактически останавливают рост выпуска продукции. При этом удельная скорость  $\theta=\theta(t)$  роста падает до нуля. Внедрение новых и обновление прежних производственных технологий, перевооружение и модернизация производства могут привести к росту этой функции. Если же удельная скорость  $\theta=\theta(t)$  роста принимает отрицательные значения, то наступает кризис системы, описываемой уравнением (12).

Такой процесс замедления, провала и последующего восстановления экономического роста выпуска продукции может быть описан уравнением

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\sigma^2} \cdot (t - t^*) \cdot (1 - \theta),\tag{14}$$

с начальным условием  $\theta(t^*) = 1 - \omega$ . Решением уравнения (14) с таким начальным условием является функция

$$\theta(t) = 1 - \omega \cdot e^{-\frac{\left(t - t^*\right)^2}{2 \cdot \sigma^2}} . \tag{15}$$

Здесь  $\omega$  — максимальное значение глубины падения удельной скорости роста,  $\sigma$  — ширина временного интервала перестройки технологий производства или кризиса экономической системы.

На рис. 1 построены кривые функции (15) для различных значений параметров  $\omega$ .

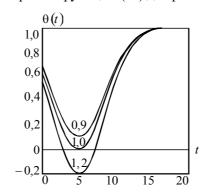


Рис. 1. Графики функции удельной скорости роста. Цифры у кривых — значения параметра  $\omega$ . Расчетные значения:  $\sigma=3.5$ ;  $\alpha=0.1$ ;  $\mu=0.75$ ;  $q^0=0.1$ ;  $t^*=5$ ;

$$a = 0.25$$
;  $g = 1$ 

На рис. 2 построены кривые функции (15) для различных значений параметров  $\sigma$ .

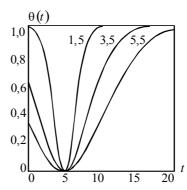


Рис. 2. Графики функции удельной скорости роста. Цифры у кривых — значения параметра  $\sigma$  . Расчетные значения:  $\omega=1,0\;;\;\alpha=0,1\;;\mu=0,75\;;\;t^*=5\;;\;a=0,25\;;g=1$ 

Форма кривой, описываемой уравнением (12) существенно зависит от значения параметра  $\omega$ . Так при значении  $\omega=0$  кривая, построенная в соответствии с решением уравнения (12) является монотонно возрастающей, при значениях  $0<\omega<1$  кривая также является монотонно возрастающей и имеет только одну точку перегиба в момент времени  $t=t^*$ , при значении  $\omega=1$  кривая имеет в момент времени

 $t=t^*$  не только точку перегиба, но и точку так называемого минимакса, при значениях  $\omega>1$  кривая динамического развития перестает быть монотонно возрастающей и описывает процесс кризиса рассматриваемой экономической системы. На рис. 3 изображены решения уравнения (12) для всех четырех вариантов динамического развития экономической системы.

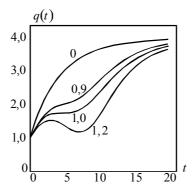


Рис. 3. Графики функции относительного объема фактора производства q(t). Цифры у кривых — значения параметра  $\omega$ . Расчетные значения:  $\sigma = 3.5$ ;  $\alpha = 0.1$ ;  $\mu = 0.5$ ;

$$\lambda = 0.5$$
;  $t^* = 5$ ;  $a = 0.5$ ;  $g = 1$ 

Для трехфакторной модели динамики выпуска продукции экономической системы n=3 объем выпуска продукции определяется компонентами трехмерного вектора пространства  $\mathbb{R}^3$ 

$$\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, Q_3) = (K, L, M).$$

Здесь K — основной капитал (производственные фонды), L — привлекаемые в производство трудовые ресурсы, M — используемые в производстве материалы и технологии. Относительные объемы факторов производства образуют вектор

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3) = (k, l, m).$$

Здесь — 
$$k = \frac{K}{K_0}$$
,  $l = \frac{L}{L_0}$ ,  $m = \frac{M}{M_0}$ . Система уравнений (10) принимает вид

$$\begin{cases}
\frac{dk}{dt} = \theta_k \cdot (-\alpha_k \cdot k + \mu_k \cdot v + \eta_k \cdot g_k) \cdot (1 - \lambda \cdot v), \\
\frac{dl}{dt} = \theta_l \cdot (-\alpha_l \cdot l + \mu_l \cdot v + \eta_l \cdot g_l) \cdot (1 - \lambda \cdot v), \\
\frac{dm}{dt} = \theta_m \cdot (-\alpha_m \cdot m + \mu_m \cdot v + \eta_m \cdot g_m) \cdot (1 - \lambda \cdot v).
\end{cases} (16)$$

Злесь

$$\mu_k = \beta_k \cdot \frac{V_0}{K_0}, \mu_l = \beta_l \cdot \frac{V_0}{L_0}, \mu_m = \beta_m \cdot \frac{V_0}{M_0},$$

$$g_k = \frac{G}{K_0}, g_l = \frac{G}{L_0}, g_m = \frac{G}{M_0}, v = k^{a_k} l^{a_l} m^{a_m},$$

 $\alpha_k$  ,  $\alpha_l$  ,  $\alpha_m$  — доля выбывших за год объемов факторов производства,  $\beta_k$  ,  $\beta_l$  ,  $\beta_m$  — нормы накопления объемов этих факторов производства.

Уравнения (16) образуют систему нормальных нелинейных связанных уравнений первого порядка, а ее начальные условия имеют вид

$$k(0) = l(0) = m(0) = 1.$$
 (17)

Поскольку формирование штатного расписания не всегда является экономической задачей, то следует отметить, что выражение объема фактора трудовых ресурсов L в денежной форме напрямую не связано с численностью персонала рассматриваемой экономической системы. Здесь не исключены варианты, в которых увеличение фактора может сопровождаться как уменьшением, так и увеличением числа работников и наоборот [14; 15].

На рис. 4 представлены результаты численного решения задачи Коши (16), (17), описывающие динамическое развитие рассматриваемой экономической системы в условиях отсутствия кризиса  $\omega = 0$ .

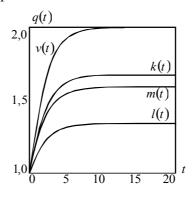
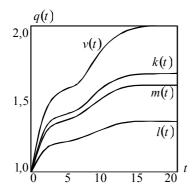


Рис. 4. Графики функций относительных объемов факторов производства k(t), l(t), m(t) и относительного объема выпуска продукции v(t)

На рис. 5 представлены результаты численного решения задачи Коши (16), (17), описывающие динамическое развитие рассматриваемой экономической системы в условиях незначительного кризиса  $\omega = 0.9$ .

На рис. 6 представлены результаты численного решения задачи Коши (16), (17), описывающие динамическое развитие рассматриваемой экономической системы в условиях смены технологического уклада производства  $\omega = 1,0$ .

На рис. 7 представлены результаты численного решения задачи Коши (16), (17), описывающие динамическое развитие рассматриваемой экономической системы в условиях кризисного развития  $\omega = 1,2$ .



v(t) k(t) l(t) l(t) l(t)

Рис. 5. Графики функций относительных объемов факторов производства  $k(t), l(t), m(t) \ \text{и относительного объема}$  выпуска продукции v(t)

Рис. 6. Графики функций относительных объемов факторов производства  $k(t), l(t), m(t) \ \ \text{и относительного объема}$  выпуска продукции v(t)

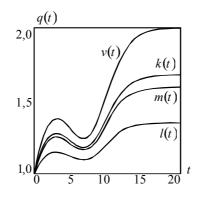


Рис. 7. Графики функций относительных объемов факторов производства k(t), l(t), m(t) и относительного объема выпуска продукции v(t)

Расчетные данные всех параметров задачи приведены в таблице 1.

Таблица 1

## Расчетные данные параметров задачи

$\alpha_k = 0,100$	$\mu_k = 0,250$	$\eta_k = 0,400$	$a_k = 0,500$
$\alpha_l = 0.020$	$\mu_l = 0.100$	$\eta_l = 0,200$	$a_l = 0,450$
$\alpha_m = 0.050$	$\mu_m = 0.150$	$\eta_m = 0,400$	$a_m = 0,650$
$\sigma = 3,000$	g = 1,000	$\lambda = 0,500$	$t^* = 5,000$

Таким образом, в статье представлена математическая модель динамического нелинейного поведения многофакторной экономической системы, находящейся в кризисной ситуации. Уравнения баланса этой системы описываются связанными нелинейными дифференциальными уравнениями. Возникновение и развитие кризиса экономической системы обусловлено критическими изменениями удельных скоростей роста факторов производства.

#### Библиографический список

- 1. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Закономерности взаимодействия потребителей и производителей в условиях непрерывного конкурентного рынка // Актуальные проблемы развития финансово-экономических систем и институтов материалы и доклады 1 международной научно-методической конференции: В 2-х частях. Самарский государственный университет; под общей редакцией А.Н. Сорочайкина. Самара, 2010. С. 58-68.
- 2. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К оценке прибыли и затрат предприятий, модернизирующих структуру производства // Вестник Самарского государственного университета. 2013. № 1 (102). С. 186-196.
- 3. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К расчету эффективной равновесной цены неоднородно распределенного конкурентного рынка // Вестник Самарского государственного университета. 2011. № 10(91). С. 129-135.
- 4. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К расчету эффективных параметров оптимизации производства с микроструктурой. Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 1(92). С. 231-236.
- 5. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории структурной модернизации производственных предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 10(101). С. 160-169.
- 6. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Континуальная теория производственного процесса и производительности факторов производства промышленных предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 7 (98). С. 196-203.
- 7. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Прогнозирование эффективных характеристик затрат неоднородного производства // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 4 (95). С. 109-114.
- 8. Бородинова И.А., Сараев Л.А. Стохастическая транспортная задача // Вестник Самарского государственного университета. 2010. № 81. С. 16-23.
- 9. Мантуленко А.В., Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории оптимального распределения факторов производства, производственных и трансакционных издержек // Вестник Самарского государственного университета. 2013. № 7 (108). С. 117-126.
- 10. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Модель оптимизации прибыли предприятия, учитывающая сверхпропорциональные производственные и трансакционные затраты // Вестник Самарского государственного университета. 2013. № 10 (111). С. 230-237.
- 11. Дубровина Н.А., Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории нелинейной динамики многофакторных экономических систем // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 2 (113). С. 186-191.
- 12. Дубровина Н.А., Сараев Л.А. Модель экономического развития машиностроения, учитывающая кумулятивную динамику факторов производства // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 4 (115). С. 177-183.
- 13. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Особенности динамики выпуска продукции и производственных факторов модернизируемых предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2014. № 6 (117). С. 251-260.
- 14. Михайлова Е.В., Никишов В.Н., Сараев Л.А. Обобщение модели Бюльмана Штрауба для оценки убыточности динамического портфеля рисков // Вестник Самарского государственного университета. 2011. № 10 (91). С. 117-128.
- 15. Михайлова Е.В., Никишов В.Н., Сараев Л.А. Ценовая динамика прибыли и ее оценка методами финансового анализа // Вестник Самарского государственного университета. 2008. № 66. С. 162-175.

#### References

- 1. Saraev A.L., Saraev L.A. Laws of interaction of consumers and producers in continuous competitive market. Aktual'nye problemy razvitiia finansovo-ekonomicheskikh sistem i institutov materialy i doklady 1 mezhdunarodnoi nauchno-metodicheskoi konferentsii: V 2-kh chastiakh [Current issues of development of financial and economic systems and institutions: matters and reports of 1 International scientific and methodical conference: In 2 Vols.] A.N. Sorochaikin (Ed.). Samara State University, 2010, pp. 58–68 [in Russian].
- 2. Saraev A.L., Saraev L.A. To the estimate of profit and costs of enterprises modernizing structure of production. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2013, no. 1(102), pp. 186–196 [in Russian].
- 3. Saraev A.L., Saraev L.A. To the calculation of effective equilibrium price of heterogeneously distributed competitive market. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2011, no. 10 (91), pp. 129–135 [in Russian].
- 4. Saraev A.L. Saraev L.A. On the calculation of effective parameters of optimization of production with microstructure. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2012, no. 1(92), pp. 231–236 [in Russian]
- 5. Saraev A.L., Saraev L.A. On the theory of structural modernization of industrial enterprises. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2012, no. 10(101), pp. 160–169 [in Russian].
- 6. Saraev A.L., Saraev L.A. Continual theory of production process and factor productiveness of industrial enterprises. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2012, no. 7(98), pp. 196–203 [in Russian].
- 7. Saraev A.L., Saraev L.A. Prognosis of effective characteristics of inhomogeneous production costs. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2012, no. 4(95), pp. 109–114 [in Russian].
- 8. Borodinova I.A., Saraev L.A. Stochastic transportation problem. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2010, no. 81, pp. 16–23 [in Russian].
- 9. Mantulenko A.V., Saraev A.L., Saraev L.A. On the theory of optimal distribution of factors of production, production and transaction costs. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2013, no. 7(108), pp. 117–126 [in Russian].
- 10. Saraev A.L., Saraev L.A. Model of optimization of profit of an enterprise that takes into consideration superproportional production and transactional expenses. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2013, no.10 (111), pp. 230–237 [in Russian]
- 11. Dubrovina N.A., Saraev A.L., Saraev L.A. On the theory of nonlinear dynamics of multifactor economic systems. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 2(113), pp. 186–191 [in Russian].
- 12. Dubrovina N.A., Saraev L.A. Model of economic development of mechanical engineering that takes into consideration cumulative dynamics of factors of production. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 4(115), pp. 177–183 [in Russian]
- 13. Saraev A.L., Saraev L.A. Peculiarities of dynamics of production output and production factors of modernized enterprises. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2014, no. 6(117), pp. 251–260 [in Russian]
- 14. Mikhailova E.V., Nikishov V.N., Saraev L.A. Generalization of Buhlmann Straub model to evaluate the loss of dynamic risk portfolio. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2011, no. 10(91), pp. 117–128 [in Russian].
- 15. Mikhailova E.V., Nikishov V.N., Saraev L.A. Price dynamics of profit and its evaluation by means of methods of financial analysis. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vestnik of Samara State University], 2008, no. 66, pp. 162–175 [in Russian].

A.L. Saraev\*

# EQUATIONS OF NONLINEAR DYNAMICS OF CRISIS PHENOMENA FOR MULTIFACTOR ECONOMIC SYSTEMS

In the published paper, a mathematical model of dynamic behavior of nonlinear multivariable economic system in crisis. Balance equations of the system are described by coupled nonlinear differential equations. The emergence and development of crisis of economic system is preconditioned by critical changes in the specific growth rates of production factors. The results of numerical solution of these equations and analysis of the model is made for the economic system, formed by three factors of production.

*Key words:* economic system, factors of production, production function, output, resources.

Статья поступила в редакцию 16/XII/2014. The article received 16/XII/2014.

<sup>\*</sup> Saraev Alexander Leonidovich (alex.saraev@gmail.com), Department of Mathematics and Business-Informatics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Андрончев Иван Константинович, д-р тех. наук, проф., управления экономической безопасностью предприяи.о. ректора Самарского государственного университета. Тема докт. дис.: «Разработка научных основ анализа и обеспечения эффективности дизелей теплово-зов на эксплуатационном этапе жизненного цикла» (защ. 2003 г.). Автор и соавтор 141 научной работы, включая монографии «Эффективность тепловозов» (1999 г.), «Образовательно-реабилитационные технологии в системе дополнительного образования на основе образовательно-реабилитационного комплекса» (1999 г.), «Повышение долговечности кузовов локомотивов и вагонов методами противокоррозионной защиты» (2006 г.), «Ремонт электровозов и электропоездов с использованием лакокрасочных материалов повышенной долговечности» (2006 г.), «Системная среда качества линейного прелприятия железной лороги» (2010 г.), имеет 17 авт. свидетельств и патентов на изоб-

Область научных интересов: комплексный подход к решению проблемы повышения эффективности эксплуатации локомотивов, в т. ч. к разработке методов и средств, направленных на снижение текущих расходов на обслуживание и ремонт; управление качеством образовательных программ.

Соловова Наталья Валентиновна, д-р пед. наук, проф. кафедры теории методики профессионального образования Самарского государственного университета. Тема докт. дис.: «Управление методической работой вуза в условиях реализации инновационных ческих задач» (защ. 2012 г.); тема канд. дис.: «Физикохимические основы компьютерного прогнозирования связи «структура-свойство» некоторых карбо- и гетероциклических соединений в условиях ВЭЖХ» (защ. 2004 г.). Автор и соавтор более 60 науч. работ, включая жонографии: «Компетентностный подход: пути реализации» (2008 г.), «Процессный подход к управлению методической работой вуза» (2009 г.), «Методическая компетентность преподавателя вуза» (2010 г.), «Устойчивое развитие вуза на основе стратегии образовательного процесса» (2012 г.), «Методологические подходы к проблемам профессиональной педагогики» (2013 г.). Область научных интересов: педагогический менеджмент, теория и методика профессионального образования, оценка профессиональной компетентности специалистов, профессиональное развитие и профессиональная переподготовка специалистов.

Иванушкина Светлана Александровна, канд. ист. наук. доц. кафедры всеобщей истории, международных отношений и документоведения Самарского государственного университета. Тема канд. дис.: «Формиро вание музейной сети Самарской губернии в 1918-1928 гг.» (защ. в 2010 г.). Автор и соавтор 20 науч. работ.

Область научных интересов: историческое краеведение, деятельность государственных и местных органов власти, государственные услуги в системе высшего профессионального образования, менеджмент качества образовательных услуг.

Дмитриев Денис Сергеевич, ассистент кафедры математики и бизнес-информатики Самарского государственного университета. Автор и соавтор 10 научных работ. Область научных интересов: теория и методика профессионального образования, средства электронного обучения, информационно-технологическое сопровождение образовательных программ, информационнокоммуникативная компетенция.

Васькова Юлия Ивановна, аспирант кафедры «Менеджмент АПК» Саратовского госуларственного аграрного университета. В 2011 году окончила Луганский национальный аграрный университет по специальности «Учет и аудит». С 2012 года аспирант кафедры «Учет и контроллинг» Луганского национального аграрного университета, специальность 08.00.04 «Экономика и управление предприятием». С 01.09.2014г. переведена в Саратовский государственный аграрный университет. Тема канд. дис.: «Формирование системы антикризисного

тий АПК» (предполагаемая дата защиты - ноябрь 2015 г.). Опубликовано 11 тезисов, 5 статей в рецензируемых изданиях Украины, 2 статьи в рецензируемых изданиях РФ, одна статья в соавторстве в международном научном издании (США).

Область научных интересов: антикризисное управление, экономическая безопасность, экономика АПК, мясоперерабатывающее производство.

Горький Артем Сергеевич, магистрант кафедры экономики Самарского государственного университета, в 2006 г. окончил Самарский государственный экономический университет по специальности «Бухгалтерский учет, анализ и аудит». Действительный член Института профессиональных бухгалтеров и аудиторов России (с 2014 г.). Автор и соавтор 5 науч. работ, в т. ч. монографии «Совершенствование информационного обеспечения в процессе формирования интеграционных образований» (2008 г.).

Область научных интересов: управление финансами, интегрированные бизнес-структуры, учетные системы. Колесник Наталья Федоровна, д-р экон. наук, проф. кафедры бухгалтерского учета, анализа и аудита Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева. Тема канд. дис.: «Учет и контроль непроизводительных расходов и потерь» (защ. в 1985 г.); тема докт. дис.: «Методология и организация учетно-информационного обеспечения управления расходами непроизводительного характера» (защ. в 2006 г.). Автор и соавтор 125 науч. работ, в т. ч. монографий «Информационное обеспечение в системе управления непроизводительными расходами» (2004 г.), «Учет и контроль непроизводительных расходов и потерь на предприятиях переработки» (2005 г.), «Управленческий учет и анализ агрохолдингах на основе сегментарного подхода» (2013

Область научных интересов: Методология и методика бухгалтерского финансового и управленческого учета, внутреннего контроля.

*Гутковская Елена Анатольевна*, канд. экон. наук, доц. кафедры бухгалтерского учета, анализа и аудита Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева. Тема канд. дис.: «Совершенствование управления персоналом в организации» (защ. в 1999 г.). Автор и соавтор 60 науч. работ, в т. ч. монографий «Совершенствование управления персоналом» (2003 г.), «Философия управления обществом, провинцией, фирмой в этнокультурном и реформационном аспектах в теории и методологии субстратного подхода» (2009 г.).

Область научных интересов: бухгалтерский учет, анализ и аудит, учет в государственных (муниципальных) учреждениях, управление персоналом, экономика России и Республики Мордовии.

Ермолина Лилия Валерьевна, аспирант каф. прикладного менеджмента Самарского государственного экономического университета, преподаватель каф. экономики промышленности Самарского государственного технического университета, в 2004 г. окончила Самарский государственный технический университет по специальности «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети», в 2011 г. – Российский государственный торгово-экономический университет по специальности «Мировая экономика». Тема канд, дис.: «Развитие теории и методики управления стратегической эффекгивностью предприятий». Автор и соавтор более 50 науч. работ, в т. ч. монографии «Реинжиниринг бизнес-процессов промышленных предприятий» (2014 г.).

Область научных интересов: экономика промышленности, стратегический менеджмент, стратегическая эф-

фективность, реинжиниринг бизнес-процессов. Кирильцев Валерий Трофимович, канд. техн. наук, доц. кафедры общего и стратегического менеджмента Самарского государственного университета. Тема канд. дис.: «Исследование турбулентного пограничного слоя в коротком канале при сложных граничных условиях» (защ.