УДК 330.101.54

*А.Л. Сараев**

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРИБЫЛИ И ЗАТРАТ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ СТРУКТУРНОЙ МОДЕРНИЗАЦИИ

В статье предложен вариант метода оценки макроскопических экономических показателей предприятия, находящегося в условиях структурной модернизации собственного производства. Разработана соответствующая математическая модель, и получены уравнения процесса структурной замены старого производства новым. Вычислены макроскопические экономические характеристики производственной функции, функции затрат и функции прибыли предприятия в целом. Численный анализ модели процесса модернизации предприятия выполнен для случаев дигрессивных и прогрессивных издержек компонентов производства.

Ключевые слова: структура предприятия, факторы производства, производственная функция, затраты, прибыль, модернизация.

Выпуск предприятием любой продукции сопровождается использованием определенных ресурсов. В самом общем случае эти ресурсы, выражаемые, как правило, в денежной форме, удобно представлять в виде n-мерного вектора пространства R^n объемов факторов производства:

$$\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, \ldots, Q_n).$$

Компоненты этого вектора Q_i могут представлять основной капитал (производственные фонды), привлекаемые в производство трудовые ресурсы, используемые в производстве материалы, технологии и т. д.

Поскольку числовые значения компонентов вектора объемов факторов производства всегда ограничены своими максимальными значениями $0 \le Q_i \le Q_i^{(1)}$, $(i = 1..n)$, то для математического моделирования конфигурацию используемых ресурсов удобно задавать в виде безразмерного вектора [1]

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_n).$$

Здесь $q_i = \dfrac{Q_i}{Q_i^{(1)}}$ – относительные объемы факторов производства, $(0 \le q_i \le 1)$. Радиус–вектор $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$ определяет положение некоторой точки

Сараев Александр Леонидович (alex.saraev@gmail.com), кафедра математики и бизнес-информатики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

$N = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$ пространства R^n, а множество всех таких точек пространства образует некоторую область в декартовой системе координат $(q_1, q_2, \ldots, q_n)$, заключенную внутри единичного n-мерного куба. Таким образом, конфигурация факторов производства промышленного предприятия трактуется как математический континуум однопродуктового распределенного производства.

Выпуск продукции производства TR обеспечивается многофакторной производственной функцией Кобба–Дугласа

$$TR = R \cdot \prod_{i=1}^{n} Q_i^{a_i} . \tag{1}$$

Здесь степенные показатели производственной функции a_i представляют собой эластичности выпуска по соответствующему ресурсу; R – стоимость продукции, произведенной на единичные объемы ресурсов.

Переменные пропорциональные затраты производства TVC выражаются в виде суммы

$$TVC = \sum_{i=1}^{n} TV_i = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot Q_i . \tag{2}$$

Здесь $TV_i = P_i \cdot Q_i$ – затраты, связанные с использованием факторов производства; P_i – стоимости затрат на единичные объемы ресурсов соответственно. Переменные сверхпропорциональные затраты производства TSC выражаются в виде суммы

$$TSC = \sum_{i=1}^{n} TS_i = \sum_{i=1}^{n} (S_i \cdot Q_i)^{b_i} . \tag{3}$$

Здесь $TS_i = (S_i \cdot Q_i)^{b_i}$ – сверхпропорциональные затраты, связанные с использованием фактора производства Q_i; S_i – стоимости затрат на единичные сверхпропорциональные объемы ресурсов соответственно; b_i – показатели нелинейности для сверхпропорциональных затрат.

Прибыль $PR = TR - TVC - TSC - TFC$, представляющая собой разность между стоимостью выпуска продукции и стоимостью затрат на его производство, выражается соотношением

$$PR = R \cdot \prod_{i=1}^{n} Q_i^{a_i} - \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot Q_i - \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot Q_i^{b_i} - TFC . \tag{4}$$

Здесь TFC – постоянные затраты предприятия.

Предположим, что рассматриваемое предприятие подвергается процессу модернизации производства, согласно которому в его структуре возникает и развивается новый производственный компонент со своим уровнем выпуска продукции и производственных затрат. Такое развитие сопровождается внедрением в производство новых технологий, применением современных материалов, рациональным использованием основных фондов и квалифицированных трудовых ресурсов. Очевидно, что макроскопическое поведение всего производства в целом будет определяться числовыми параметрами производственных функций и функций затрат каждого компонента и способом взаимодействия компонентов производства. Рассмотрим сначала процесс формирования макроскопических пропорциональных затрат неоднородного производства. Обозначим $Q_i^{(2)}$ – максимальные размеры объемов факторов нового производства. Тогда в декартовой системе координат n-мерного векторного пространства $(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ всевозможные значения относительных объемов факторов всего производства ограничены объемом единичного n-мерного куба. Всевозможные значения относительных объемов факторов нового модернизированного производства ограничены объемом параллелепипеда $\omega_2 = \prod_{i=1}^{n} k_i$, а всевозможные значения факторов старого производства ограничены объемом $\omega_1 = 1 - \omega_2$. Здесь $k_i = \dfrac{Q_i^{(2)}}{Q_i^{(1)}}$ – относительные объемы факторов нового компонента производства и одновременно относительные линейные размеры объема n-мерного параллелепипеда ω_2.

Формулу для переменных пропорциональных затрат (2) можно записать для каждого компонента производства:

$$TVC = \sum_{i=1}^{n} TV_i = \sum_{i=1}^{n} P_i^{(s)} \cdot Q_i \ , (s = 1, 2). \tag{5}$$

Для определения макроскопических переменных пропорциональных затрат неоднородного производства требуется установить связь между средними значениями величин выпуска продукции, прибыли и затрат производства:

$$\langle TVC \rangle = \sum_{i=1}^{n} P_i^* \cdot \langle Q_i \rangle. \tag{6}$$

Здесь P_i^* – эффективные значения стоимостей затрат на единичные объемы ресурсов.

Рассмотрим пропорциональные затраты, связанные с использованием ресурса Q_j:

$$TV_j = P_j^{(s)} \cdot Q_j \, , (s = 1, 2). \tag{7}$$

В координатном пространстве факторов производства $(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ структура модернизируемого производственного предприятия представляется единичным кубом и вложенным в него параллелепипедом с взаимно параллельными соответствующими ребрами k_i.

Выберем некоторое сечение вложенного n-мерного параллелепипеда, соответствующее произвольной координате k_j. Очевидно, что такое сечение представляет собой некоторый параллелепипед размерности $n-1$, и его объем вычисляется по формуле $V_j = \prod_{i \neq j} k_i$. Расположение таких сечений в пространстве удобно описывать индикаторной функцией $\Omega_2(\mathbf{q}) = \Omega_2(q_1, q_2, \ldots, q_n)$, равной единице в точках объема вложенного параллелепипеда и равной нулю вне этого объема. Среднее значение этой функции по объему единичного куба равно объемному содержанию второго компонента производства [2]:

$$\omega_2 = \langle \Omega_2 \rangle = \prod_{i=1}^{n} k_i \,, \tag{8}$$

угловыми скобками обозначена операция усреднения. Следует отметить, что среднее значение этой функции на множестве точек поперечного сечения, соответствующего координате k_j, равно объему этого сечения [3]:

$$\langle \Omega_2 \rangle\big|_{q_j = k_j} = V_j = \prod_{i \neq j} k_i \,. \tag{9}$$

Соотношение (7) принимает вид

$$TV_j = \left(P_j^{(1)} + \left[P_j\right] \cdot \Omega_2\right) \cdot Q_j \,. \tag{10}$$

Здесь квадратными скобками обозначены разрывы величин $-\left[F_i\right] = F_i^{(2)} - F_i^{(1)}$.

Предполагая в рассматриваемом сечении k_j затраты TV_j постоянными, получим [3]:

$$Q_j = \frac{1}{P_j^{(1)} + \left[P_j\right] \cdot \Omega_2} \langle TV_j \rangle \,. \tag{11}$$

Усредняя соотношение (11), определим среднее значение объема ресурса $\langle Q_i \rangle$:

$$\langle Q_j \rangle = \int_0^1 Q_j \cdot d\,q_j = \langle TV_j \rangle \int_0^1 \frac{d\,q_j}{P_j^{(1)} + \left[P_j\right] \cdot \Omega_2} \,. \tag{12}$$

Вычисляя интеграл в формуле (12), находим:

$$\langle TV_j \rangle = P_j^* \cdot \langle Q_j \rangle \,. \tag{13}$$

Здесь

$$P_j^* = P_j^{(1)} \cdot \frac{k_j + \omega_2 \left(p_j - 1\right)}{k_j - \omega_2 \left(p_j - 1\right)\left(k_j - 1\right)}, \; p_j = \frac{P_j^{(2)}}{P_j^{(1)}} \,. \tag{14}$$

Применим полученный алгоритм для определения макроскопических сверхпропорциональных затрат неоднородного производства. Формулы (5) для компонентов сверхпропорциональных затрат записываются в виде

$$TSC = \sum_{i=1}^{n} TS_i = \sum_{i=1}^{n} \left(S_i^{(s)} \cdot Q_i^{(s)}\right)^{b_i^{(s)}}, \; (s = 1, 2) \,. \tag{15}$$

Здесь $b_i^{(s)}$ – показатели нелинейности для каждого компонента сверхпропорциональных затрат.

Сверхпропорциональные затраты, связанные только с использованием ресурса Q_j, определяются соотношением

$$TS_j = \left(S_j^{(s)} \cdot Q_j\right)^{b_j^{(s)}}, \; TS_j^{\beta_j^{(s)}} = S_j^{(s)} \cdot Q_j, \; \beta_j^{(s)} = \frac{1}{b_j^{(s)}}. \tag{16}$$

С помощью индикаторной функции $\Omega_2(\mathbf{q})$ формула (17) представляется в виде

$$TS_j^{\left(\beta_j^{(1)} + [\beta_j] \cdot \Omega_2\right)} = \left(S_j^{(1)} + [S_j] \cdot \Omega_2\right) \cdot Q_j. \tag{17}$$

Предполагая в рассматриваемом сечении k_j затраты TS_j постоянными, получим:

$$Q_j = \frac{1}{S_j^{(1)} + [S_j] \cdot \Omega_2} \left\langle TS_j \right\rangle^{\left(\beta_j^{(1)} + [\beta_j] \cdot \Omega_2\right)}. \tag{18}$$

Вычисление среднего значения объема ресурса $\left\langle Q_j \right\rangle$

$$\left\langle Q_j \right\rangle = \int_0^k \frac{\left\langle TS_j \right\rangle^{\left(\beta_j^{(1)} + [\beta_j] \cdot V_j\right)}}{S_j^{(1)} + [S_j] \cdot V_j} d\,q_j + \int_k^1 \frac{\left\langle TS_j \right\rangle^{\beta_j^{(1)}}}{S_j^{(1)}} d\,q_j \tag{19}$$

дает уравнение связи макроскопических величин $\left\langle TS_j \right\rangle$ и $\left\langle Q_j \right\rangle$

$$\left\langle TS_j \right\rangle^{\beta_j^{(1)}} \cdot \frac{k_j^2 \cdot \left\langle TS_j \right\rangle^{[\beta_j] \cdot \omega_2 \cdot k_j^{-1}} - (k_j - 1) \cdot \left(k_j + (s_j - 1) \cdot \omega_2\right)}{k_j + \omega_2 \cdot (s_j - 1)} = \left\langle Q_j \right\rangle. \tag{20}$$

Здесь $s_j = \dfrac{S_j^{(2)}}{S_j^{(1)}}$. Если показатели нелинейности для сверхпропорциональных затрат одинаковы для обоих компонентов производства $b_j^{(1)} = b_j^{(2)} = b_j = \dfrac{1}{\beta_j}$, то уравнение (20) принимает вид

$$\left\langle TS_j \right\rangle = \left(S_j^{*} \cdot \left\langle Q_j \right\rangle\right)^{b_j}, \; S_j^{*} = S_j^{(1)} \cdot \frac{k_j + \omega_2 (s_j - 1)}{k_j - \omega_2 (s_j - 1)(k_j - 1)}. \tag{21}$$

Макроскопические постоянные затраты неоднородного производства, представляющие собой среднее значение постоянных затрат компонентов производства, вычисляются по правилу смесей:

$$\left\langle TFC \right\rangle = \omega_1 \cdot TFC^{(1)} + \omega_2 \cdot TFC^{(2)}. \tag{22}$$

Воспользуемся теперь полученной схемой расчета для определения макроскопической функции выпуска продукции неоднородного производства. Формулы для производственных функций компонентов производства имеют вид

$$TR = R^{(s)} \cdot \prod_{i=1}^{n} Q_i^{a_i^{(s)}}, (s = 1, 2). \tag{23}$$

Стоимость продукции, произведенной на единичные объемы ресурсов $R^{(s)}$, представим в виде произведения стоимостей продукции произведенных на единичные объемы ресурсов каждого фактора производства в отдельности:

$$R^{(s)} = \prod_{i=1}^{n} \left(R_i^{(s)}\right)^{a_i^{(s)}}, \tag{24}$$

и представим многофакторную производственную функцию в виде произведения нескольких однофакторных функций:

$$TR = \prod_{i=1}^{n} TR_i . \tag{25}$$

Здесь

$$TR_j = \left(R_j^{(s)} \cdot Q_j\right)^{a_i^{(s)}}, \ \left(TR_j\right)^{\alpha_j^{(s)}} = R_j^{(s)} \cdot Q_j , \ \alpha_j^{(s)} = \frac{1}{a_j^{(s)}}. \tag{26}$$

Применяя к соотношениям (23)–(26) процедуру установления уравнения (20), находим:

$$\left\langle TR_j \right\rangle^{\alpha_j^{(1)}} \cdot \frac{k_j^2 \cdot \left\langle TR_j \right\rangle^{[\alpha_j]\cdot\omega_2\cdot k_j^{-1}} - \left(k_j - 1\right)\cdot\left(k_j + \left(r_j - 1\right)\cdot\omega_2\right)}{k_j + \omega_2 \cdot \left(r_j - 1\right)} = \left\langle Q_j \right\rangle, \tag{27}$$

уравнение связи макроскопических величин $\left\langle TS_j \right\rangle$ и $\left\langle Q_j \right\rangle$. Здесь $r_j = \frac{R_j^{(2)}}{R_j^{(1)}}$.

Если показатели нелинейности для сверхпропорциональных затрат одинаковы для обоих компонентов производства $a_j^{(1)} = a_j^{(2)} = a_j = \frac{1}{\alpha_j}$, то уравнение (27) принимает вид

$$\left\langle TR_j \right\rangle = \left(R_j^* \cdot \left\langle Q_j \right\rangle\right)^{a_j}, \ R_j^* = R_j^{(1)} \cdot \frac{k_j + \omega_2\left(r_j - 1\right)}{k_j - \omega_2\left(r_j - 1\right)\left(k_j - 1\right)}. \tag{28}$$

При полной или частичной модернизации производства, выражающейся в замене и вытеснении старого производства новым, объемное содержание ω_2 и его относительные размеры k_j будут меняться от нуля до единицы. При этом скорость изменения этих величин в зависимости от изменения объемного содержания ω_2 будет различаться. Эти различия удобнее всего оценить с помощью степенных функций $k_j = \omega_2^{\mu_j}$, где μ_j – показатели степени роста относительных линейных размеров нового сегмента производства. Из соотношения (8) следует, что показатели μ_j не являются независимыми и всегда выполняется равенство $\sum_{i=1}^{n} \mu_i = 1$.

Численный анализ построенной модели процесса модернизации предприятия выполнен для случая трехфакторной производственной функции. Кривые зависимостей макроскопической производственной функции, макроскопической функции общих затрат и макроскопической функции прибыли модернизируемого предприятия от объемного содержания ω_2 рассчитаны по формулам (6), (14), (21), (27). Расчетные значения параметров предприятия: $\mu_1 = 0{,}15$; $\mu_2 = 0{,}35$; $\mu_3 = 0{,}50$; $a_1^{(1)} = 0{,}52$; $a_2^{(1)} = 0{,}49$; $a_3^{(1)} = 0{,}51$; $a_1^{(2)} = 0{,}50$; $a_2^{(2)} = 0{,}47$; $a_3^{(2)} = 0{,}49$; $b_1^{(1)} = 1{,}20$; $b_2^{(1)} = 1{,}30$; $b_3^{(1)} = 1{,}40$; $b_1^{(2)} = 1{,}18$; $b_2^{(2)} = 1{,}25$; $b_3^{(2)} = 1{,}37$; $TFC^{(1)} = 5{,}00$; $TFC^{(2)} = 3{,}00$.

Рассмотрено два варианта развития событий. В первом варианте предполагалось, что новый компонент предприятия обеспечивает одновременно и более высокий уровень выпуска продукции, и более низкий уровень производственных затрат в условных денежных единицах. Для такого варианта развития, представленного на рис. 1 и рис. 2, характерна монотонно возрастающая кривая прибыли предприятия.

Расчетные значения параметров модели:

$P_1^{(1)} = 2{,}00$; $P_2^{(1)} = 1{,}50$; $P_3^{(1)} = 0{,}50$; $P_1^{(2)} = 2{,}50$; $P_2^{(2)} = 2{,}00$;

$P_3^{(2)} = 0{,}75$; $S_1^{(1)} = 1{,}00$; $S_2^{(1)} = 0{,}50$; $S_3^{(1)} = 0{,}50$; $S_1^{(2)} = 1{,}50$;

$S_2^{(2)} = 0{,}75$; $S_3^{(2)} = 0{,}75$; $R_1^{(1)} = 6{,}00$; $R_2^{(1)} = 4{,}00$;

$R_3^{(1)} = 3{,}00$; $R_1^{(2)} = 7{,}00$; $R_2^{(2)} = 5{,}00$; $R_3^{(2)} = 4{,}00$.

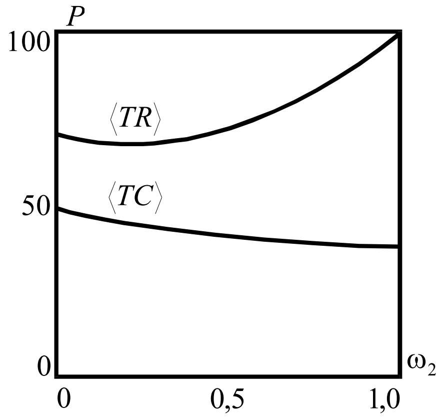

Рис. 1

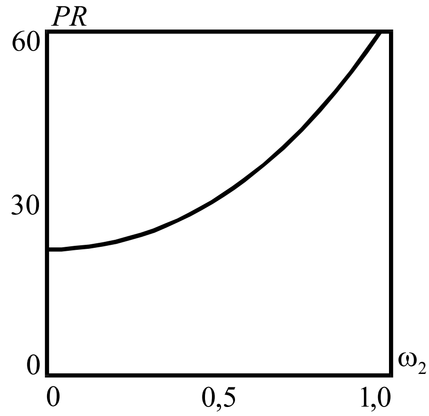

Рис. 2

Во втором варианте предполагалось, что новый компонент предприятия обеспечивает более высокий уровень выпуска продукции и производственных затрат в условных денежных единицах.

Здесь расчетные значения параметров модели:

$P_1^{(1)} = 2{,}00$; $P_2^{(1)} = 1{,}50$; $P_3^{(1)} = 0{,}50$; $P_1^{(2)} = 1{,}50$; $P_2^{(2)} = 0{,}75$; $P_3^{(2)} = 0{,}25$; $S_1^{(1)} = 1{,}00$; $S_2^{(1)} = 0{,}50$; $S_3^{(1)} = 0{,}50$; $S_1^{(2)} = 0{,}75$; $S_2^{(2)} = 0{,}25$; $S_3^{(2)} = 0{,}25$; $R_1^{(1)} = 6{,}00$; $R_2^{(1)} = 4{,}00$; $R_3^{(1)} = 3{,}00$; $R_1^{(2)} = 7{,}00$; $R_2^{(2)} = 5{,}00$; $R_3^{(2)} = 4{,}00$.

Для такого варианта развития, представленного на рис. 3 и рис. 4, кривая прибыли предприятия является сначала и до определенного момента монотонно убывающей и только после достаточного развития процесса модернизации становится возрастающей.

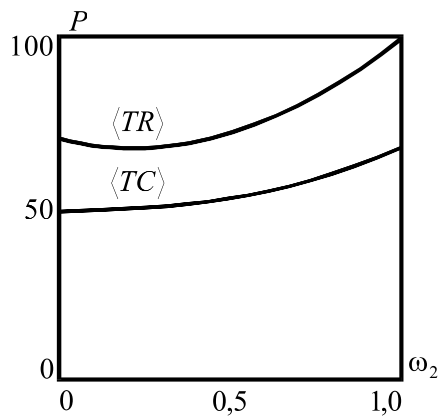

Рис. 3

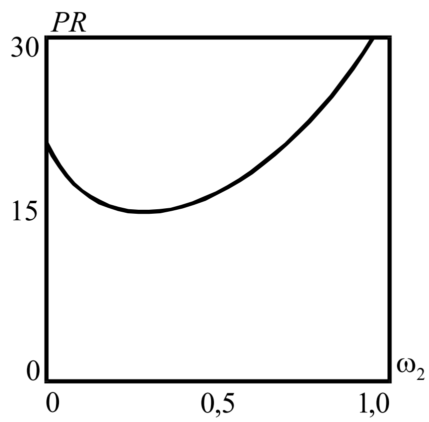

Рис. 4

Это подтверждает часто встречающуюся экономическую ситуацию, согласно которой проводимая на предприятии модернизация может приводить до некоторого момента к убыткам и лишь после преодоления определенного порогового значения объемного содержания модернизируемого производства дает ожидаемый положительный эффект.

Библиографический список

1. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Континуальная теория производственного процесса и производительности факторов производства промышленных предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 7 (98). С. 196–203.

2. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории структурной модернизации производственных предприятий // Вестник Самарского государственного университета. 2012. № 10 (101). С. 160–169.

3. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К оценке прибыли и затрат предприятий, модернизирующих структуру производства // Вестник Самарского государственного университета. 2013. № 1 (102). С. 186–196.

References

1. Saraev A.L., Saraev L.A. Continual theory of operating process and factor productivity of industrial enterprises // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta. 2012. № 7 (98). P. 196–203.

2. Saraev A.L., Saraev L.A. To the theory of structural modernization of industrial enterprises // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta. 2012. № 10 (101). P. 160–169.

3. Saraev A.L., Saraev L.A. To the estimate of profits and expenses of enterprises that modernize production structure // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta. 2013. № 1 (102). P. 186–196.

A.L. Saraev*

PREDICTION OF BENEFITS AND COSTS OF AN ENTERPRISE IN TERMS OF STRUCTURAL MODERNIZATION

In the article, a variant of a method of evaluation of macroscopic economic indicators of an enterprise that is in condition of structural modernization of its own production is suggested. Corresponding mathematical model is developed and corresponding equations of the process of structural substitution of an old production by a new one are derived. Macroscopic economic characteristics of production function, cost function and profit function of the whole enterprise are calculated. Numerical analysis of the company's modernization process model is carried out for the cases of digressive and progressive costs of components of production.

Key words: structure of an enterprise, factors of production, production function, costs, profit, modernization.

* *Saraev Alexander Leonidovich* (alex.saraev@gmail.com), the Dept. of Mathematics and Business-Informatics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.