МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ

УДК 330.101.54

*А.Л. Сараев, Л.А. Сараев**

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАТРАТ НЕОДНОРОДНОГО ПРОИЗВОДСТВА

В публикуемой работе предложена математическая модель расчета эффективных характеристик пропорциональных издержек неоднородного производства. Усреднение локальных функций издержек позволяет определить макроскопические пропорциональные переменные издержки неоднородного производства, вычислить их эффективные характеристики затрат и описать процесс замены старого производства новым производством.

Ключевые слова: факторы производства, издержки, ресурсы, усреднение, эффективные характеристики, макроскопические свойства, статистическая однородность.

Производство предприятием любой продукции для реализации на рынке сопровождается затратой ресурсов. В самом общем случае эти ресурсы представляют собой трехмерный вектор объемов факторов производства

$$\mathbf{Q}=(Q_1,Q_2,Q_3)=(K,L,M).$$

Здесь $Q_1 = K$ − основной капитал (производственные фонды), $Q_2 = L$ − привлекаемые в производство трудовые ресурсы, $Q_3 = M$ − используемые в производстве материалы и технологии.

В декартовой системе координат радиус-вектор $\mathbf{Q}$ представляет собой конфигурацию ресурсов и определяет положение некоторой точки $M = (Q_1, Q_2, Q_3)$ трехмерного пространства. Совокупность всех таких точек пространства образует некоторую область, трактуемую как математический континуум однопродуктового распределенного производства.

Сараев Александр Леонидович (alex.saraev@gmail.com), *Сараев Леонид Александрович* (saraev_leo@mail.ru), кафедра математики и бизнес-информатики Самарского государственного университета, 443011, Российская Федерация, г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1.

Переменные пропорциональные издержки производства задаются соотношениями

$$TVC = TVC_K + TVC_L + TVC_M . \quad (1)$$

Здесь $TVC_K = P_K \cdot K$ – издержки, связанные с использованием основных производственных фондов, $TVC_L = P_L \cdot L$ – издержки, связанные с использованием трудовых ресурсов, $TVC_M = P_M \cdot M$ – издержки, связанные с использованием материалов и технологий, P_K, P_L, P_M – стоимость единицы объемов ресурсов соответственно. Таким образом, формула (1) принимает вид:

$$TVC = P_K \cdot K + P_L \cdot L + P_M \cdot M. \quad (2)$$

Пусть в структуре рассматриваемого производства возникает и развивается новый сегмент производства с более низким уровнем производственных затрат. Этот сегмент производства связан с внедрением новых технологий, использованием современных материалов, рациональным использованием основных фондов и квалифицированных трудовых ресурсов.

В математическом трехмерном пространстве распределенного производства общему объему продукции производства соответствует геометрический объем $V = K_1 \cdot L_1 \cdot M_1$, объему продукции модернизированного производства соответствует объем $V_2 = K_2 \cdot L_2 \cdot M_2$, объему продукции старого производства соответствует объем $V_1 = V - V_2$. Тогда формула для издержек (2) принимает вид:

$$TVC^{(s)} = P_K^{(s)} \cdot K_s + P_L^{(s)} \cdot L_s + P_M^{(s)} \cdot M_s, (s = 1, 2). \quad (3)$$

Здесь K_s, L_s, M_s – объемы факторов компонентов производства и линейные размеры объемов V и V_2.

Для установления макроскопических переменных пропорциональных издержек неоднородного производства необходимо установить связь между средними значениями величин выпуска продукции, прибыли и издержек производства

$$\langle TVC \rangle = P_K^* \langle K \rangle + P_L^* \langle L \rangle + P_M^* \langle M \rangle. \quad (4)$$

Здесь P_K^*, P_L^*, P_M^* – эффективные значения стоимости единицы объемов ресурсов соответственно.

Рассмотрим сначала издержки, связанные только с использованием ресурса основного капитала и производственных фондов K.

$$TVC_K^{(s)} = P_K^{(s)} \cdot K_s, (s = 1, 2). \quad (5)$$

На рис. 1 в координатном пространстве $(Q_1, Q_2, Q_3) = (K, L, M)$ показан параллелепипед с линейными размерами K_1, L_1, M_1, в котором заключен второй параллелепипед с линейными размерами K_2, L_2, M_2. В некотором сечении, соответствующем координате K, площадь поперечного сечения второго параллелепипеда равна $S_K^{(2)}$, а площадь сечения остальной части равна $S_K^{(1)}$.

Таким образом, соотношение (5) можно записать в виде:

$$TVC_K = \left(P_K^{(1)} + [P_K] S_K^{(2)}\right) K. \qquad (6)$$

Здесь квадратными скобками обозначены разрывы величин – $[F] = F^{(2)} - F^{(1)}$.

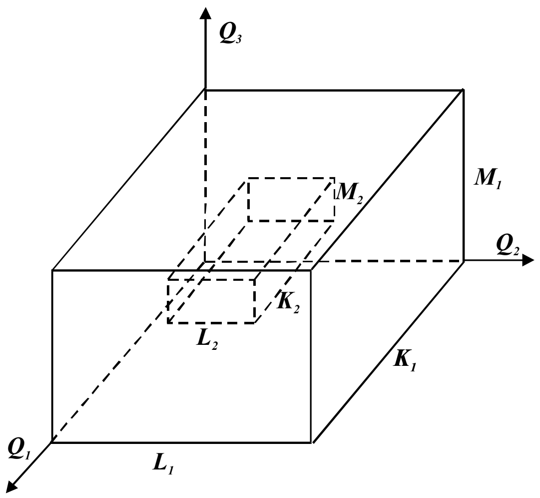

Рис. 1

Предположим, что в рассматриваемом сечении издержки TVC_K являются постоянными, тогда

$$K = \frac{1}{P_K^{(1)} + [P_K] S_K^{(2)}} \langle TVC_K \rangle. \qquad (7)$$

Среднее значение объема ресурса $\langle K \rangle$ вычисляется по формуле

$$\langle K \rangle = \frac{1}{K_1} \int_0^{K_1} K \, dQ_1 = \langle TVC_K \rangle \frac{1}{K_1} \int_0^{K_1} \frac{dQ_1}{P_K^{(1)} + [P_K] S_K^{(2)}}. \qquad (8)$$

Вычисляя интеграл в формуле (8), находим

$$\langle TVC_K \rangle = P_K^* \langle K \rangle. \qquad (9)$$

Здесь

$$P_K^* = P_K^{(1)} \frac{q + c_2 (p_K - 1)}{q - c_2 (p_K - 1)(q - 1)}, p_K = \frac{P_K^{(2)}}{P_K^{(1)}} \qquad (10)$$

– эффективная стоимость единицы объема ресурса K,

$$c_2 = \frac{V_2}{V} = \frac{K_2 \cdot L_2 \cdot M_2}{K_1 \cdot L_1 \cdot M_1} = q \cdot l \cdot m \qquad (11)$$

– объемное содержание второго сегмента производства,

$$q = \frac{K_2}{K_1}, l = \frac{L_2}{L_1}, m = \frac{M_2}{M_1} \qquad (12)$$

– относительные линейные размеры нового сегмента производства. Очевидно, что объемное содержание старого производства выражается соотношением

$$c_1 = \frac{V_1}{V} = 1 - c_2 = 1 - q \cdot l \cdot m.$$

Совершенно аналогично находятся эффективные соотношения для издержек, связанных с использованием трудовых ресурсов L:

$$TVC_L = \left(P_L^{(1)} + \left[P_L\right] S_L^{(2)}\right) L, \tag{13}$$

$$L = \frac{1}{P_L^{(1)} + \left[P_L\right] S_L^{(2)}} \left\langle TVC_L \right\rangle, \tag{14}$$

$$\left\langle L \right\rangle = \frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} L\, d\, Q_2 = \left\langle TVC_L \right\rangle \frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} \frac{d\, Q_2}{P_L^{(1)} + \left[P_L\right] S_L^{(2)}}, \tag{15}$$

$$\left\langle TVC_L \right\rangle = P_L^* \left\langle L \right\rangle, \tag{16}$$

$$P_L^* = P_L^{(1)} \frac{l + c_2\left(p_L - 1\right)}{l - c_2\left(p_L - 1\right)\left(l - 1\right)}, p_L = \frac{P_L^{(2)}}{P_L^{(1)}}, \tag{17}$$

и материальных и технологических ресурсов M:

$$TVC_M = \left(P_M^{(1)} + \left[P_M\right] S_M^{(2)}\right) M, \tag{18}$$

$$M = \frac{1}{P_M^{(1)} + \left[P_M\right] S_M^{(2)}} \left\langle TVC_M \right\rangle, \tag{19}$$

$$\left\langle M \right\rangle = \frac{1}{M_1} \int_0^{M_1} M\, d\, Q_3 = \left\langle TVC_M \right\rangle \frac{1}{M_1} \int_0^{M_1} \frac{d\, Q_3}{P_M^{(1)} + \left[P_M\right] S_M^{(2)}}, \tag{20}$$

$$\left\langle TVC_M \right\rangle = P_M^* \left\langle M \right\rangle, \tag{21}$$

$$P_M^* = P_M^{(1)} \frac{m + c_2\left(p_M - 1\right)}{m - c_2\left(p_M - 1\right)\left(m - 1\right)}, p_M = \frac{P_M^{(2)}}{P_M^{(1)}} \tag{22}$$

– эффективная стоимость единицы объема ресурса M.

При замене и вытеснении старого производства новым производством объемное содержание (11) и его относительные размеры (12) будут меняться от нуля до единицы. При этом скорость изменения величин (12) в зависимости от изменения объемного содержания (11) будет различаться. Эти различия удобнее всего оценить с помощью степенных функций

$$q = c_2^{\alpha}, l = c_2^{\beta}, m = c_2^{\gamma}. \tag{23}$$

Здесь α, β, γ – показатели степени роста относительных линейных размеров нового сегмента производства. Из соотношения (11) видно, что показатели α, β, γ не являются независимыми и всегда выполняется равенство $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

На рис. 2 показаны кривые роста относительных линейных размеров q, l, m в зависимости от объемного содержания c_2. Расчетные значения $\alpha = 0.25, \beta = 0.35, \gamma = 0.40$.

На рис. 3 показаны кривые эффективных стоимостей единиц объемов ресурса P_K^* и их нижней и верхней границ $P_K^{(R)}, P_K^{(F)}$ в зависимости от объемного содержания c_2 [1; 2]

$$P_K^{(R)} \le P_K^* \le P_K^{(F)}.$$

Здесь

$$P_K^{(R)} = \frac{1}{\dfrac{c_1}{P_K^{(1)}} + \dfrac{c_2}{P_K^{(2)}}}, P_K^{(F)} = c_1 P_K^{(1)} + c_2 P_K^{(2)}.$$

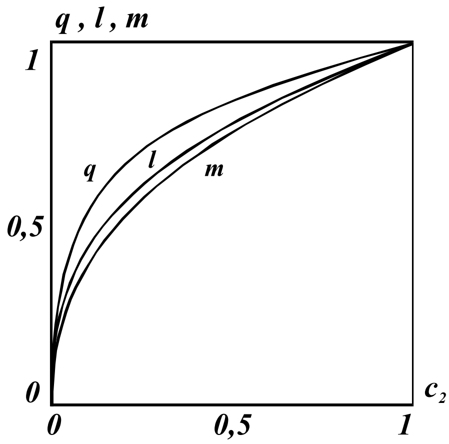

Рис. 2

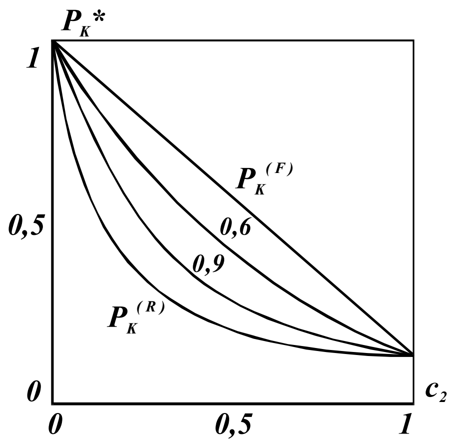

Рис. 3

Цифры у кривых – значения параметра α, расчетные значения $P_K^{(1)} = 1, P_K^{(2)} = 0.1$. Следует отметить, что значение показателя степени роста $\alpha = 1$ соответствует нижней границе $P_K^{(R)}$, а значение параметра $\alpha = 0$ соответствует верхней границе $P_K^{(F)}$.

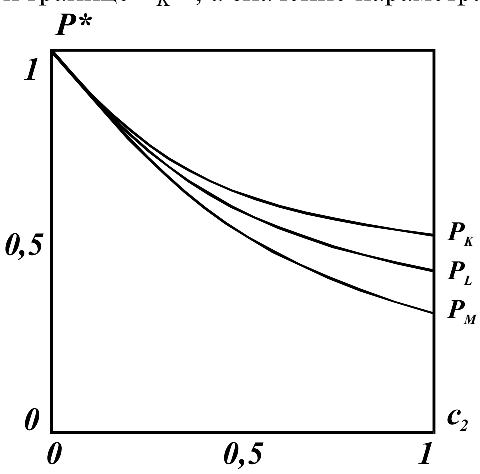

Рис. 4

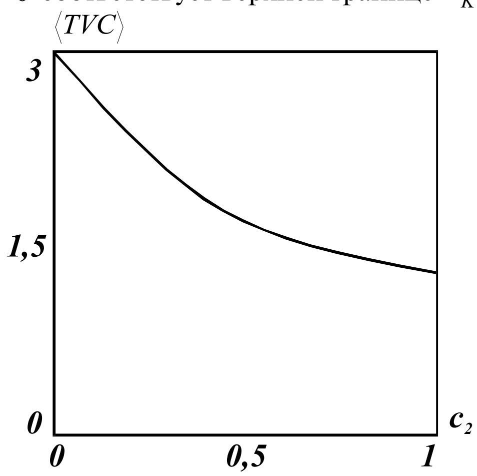

Рис. 5

На рис. 4 показаны кривые эффективных стоимостей единиц объемов ресурсов P_K^*, P_L^*, P_M^* в зависимости от объемного содержания c_2.

На рис. 5 показана кривая макроскопических издержек неоднородного производства $\langle TVC \rangle$, рассчитанная по формуле (4), в зависимости от объемного содержания c_2. Расчетные значения $P_K^{(1)} = 1, P_L^{(1)} = 1, P_M^{(1)} = 1$ и $P_K^{(2)} = 0.5, P_L^{(2)} = 0.4, P_M^{(2)} = 0.3$.

Таким образом, построенная математическая модель установления макроскопических издержек неоднородного производства не только позволяет оценивать эффективные параметры производственных затрат, но и дает возможность описывать динамику процесса вытеснения старого производства новым производством.

Библиографический список

1. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Оценки эффективной равновесной цены структурно неоднородного распределенного конкурентного рынка // Вестник СамГУ. Серия «Экономика и управление». 2011. № 10(91). С. 129–135.

2. Сараев А.Л., Сараев Л.А. К расчету эффективных параметров оптимизации производства с микроструктурой // Вестник СамГУ. Серия «Экономика и управление». 2012. № 1(92). С. 231–236.

A.L. Saraev, L.A. Saraev*

PREDICTION OF EFFECTIVE CHARACTERISTICS OF COSTS OF HETEROGENEOUS MANUFACTURE

In the published paper we propose a mathematical model for calculating the effective characteristics of proportional costs of heterogeneous production. The averaging of local cost functions allows to determine the macroscopic proportional variable costs of heterogeneous production, to calculate their cost-effective performance and to describe the process of replacing old production of new production.

Key words: factors of production, costs, resources, averaging, effective characteristics, macroscopic properties, statistical homogeneity.

* *Saraev Alexander Leonidovich* (alex.saraev@gmail.com), *Saraev Leonid Alexandrovich* (saraev_leo@mail.ru),the Dept. of Mathematics and Business-Informatics, Samara State University, Samara, 443011, Russian Federation.