

УДК 539.374

Стохастическая модель влияния динамики инновационного потенциала на трансформацию производственного предприятия

В.И. Аксинин, Л.А. Сараев

Самарский национальный исследовательский университет имени академика
С. П. Королева, Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Аннотация

В публикуемой статье представлена разработка стохастической модели динамики развития многофакторного производственного предприятия, учитывающая влияние взаимодействия продуктовых и процессных инновационных потенциалов. Для формирования баланса предприятия установлена система стохастических дифференциальных уравнений относительно объемов всех его ресурсов. Управление процессами поэтапного внедрения в производство инновационных потенциалов осуществляется входящими в систему стохастических дифференциальных уравнений специальными индикаторными функциями, задающими временные интервалы разворачивания инновационных потенциалов. Вычислены предельные значения объемов ресурсов предприятия и объема выпуска продукции. Численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений разработанной модели позволяет получить стохастические траектории и кривые математических ожиданий объемов факторов производства и объемов выпуска продукции.

Ключевые слова: амортизация; инвестиции; инновационный потенциал; продуктовые технологические инновации; производственная функция; производственные ресурсы; процессные технологические инновации; смешанные технологические инновации; факторы производства.

Получение: 4 июля 2024 г. / Исправление: 19 июля 2024 г. /

Принятие: 4 августа 2024 г. / Публикация онлайн: 30 сентября 2024 г.

Математические статистические и инструментальные методы экономики (научная статья)

© Коллектив авторов, 2024

© Самарский университет, 2024 (составление, дизайн, макет)

© Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

Образец для цитирования:

Аксинин В.И., Сараев Л.А. Стохастическая модель влияния динамики инновационного потенциала на трансформацию производственного предприятия // *Вестник Самарского университета. Экономика и управление*, 2024. Т. 15, № 3. С. 7–25. doi: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2024-15-3-7-25>.

Сведения об авторах:

Владимир Иванович Аксинин  <http://orcid.org/0000-0001-6959-8053>

аспирант кафедры математики и бизнес-информатики; e-mail: aksininvladimir@mail.ru

Леонид Александрович Сараев  <http://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры математики и бизнес-информатики; e-mail: saraev_leo@mail.ru

Введение

Характер динамики развития объемов выпуска продукции производственными предприятиями во многом определяется существенным влиянием внедряемых в их производство технологических инноваций, которые создают технологическую основу инновационной деятельности предприятия, выпускающего новые виды продукции и осваивающие новые методы их производства, и существенно влияют на сценарии его динамического развития [1–11].

Ресурсные, цифровые, финансовые, кадровые, научные, патентные и лицензионные компоненты этих технологических инноваций образуют инновационные потенциалы предприятия, которые могут быть реализованы либо в виде принципиально новых выпускаемых продуктов, либо в виде нового бизнес-процесса или способа производства.

В первом случае технологические инновации являются процессными инновациями, выводящими на рынок новые товары.

Во втором случае технологические инновации представляют собой продуктовые инновации, внедряющие новые или значительно улучшенные способы производства продукции.

Как правило, продуктовые и процессные инновации реализуются одновременно, генерируя и новый продукт, и новый процесс производства.

Детерминированные варианты моделей-сценариев динамического развития предприятий, в структуре которых происходит тесное взаимодействие процессных и продуктовых потенциалов, представлены в работе [12].

Многочисленные известные статистические данные динамических изменений объемов выпусков продукции и объемов ресурсов различными предприятиями носят явно случайный характер.

Поэтому в настоящей статье предлагается разработка стохастических вариантов моделей-сценариев динамического развития предприятий.

Очевидно, что моделирование таких вариантов является актуальной задачей современной экономической теории, успешное решение которой может помочь экономическим системам и предприятиям правильно выбирать свой инновационный вектор развития, эффективно управляя инновационными процессами и инновационным потенциалом.

Целью предлагаемой работы является построение стохастической модели формирования и функционирования инновационных потенциалов и ее применения для разработки сценариев развития многофакторных предприятий.

1. Постановка задачи

Пусть динамика выпуска продукции предприятия обеспечивается произвольным числом производственных факторов (Q_1, Q_2, \dots, Q_n) , представляющие собой финансовые объемы основного капитала, оборотного капитала, объемы трудовых ресурсов, материалы, технологии и т.д.

Переменные величины этих объемов $Q_i = Q_i(t)$, предполагаются непрерывными, непрерывно – дифференцируемыми и ограниченными на интервале $(0 \leq t < \infty)$ функциями времени t

$$Q_i^0 \leq Q_i(t) < Q_i^\infty, (i = 1, 2, \dots, n).$$

Здесь Q_i^0 – заданные начальные значения ресурсов $Q_i = Q_i(t)$, $Q_i^\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} Q_i(t)$ – его предельные значения, которые подлежат вычислению.

Для увеличения объемов выручки предприятия и для повышения качества выпускаемой им продукции необходимо внедрение соответствующих инновационных технологий.

Технологии способствующие увеличению выпуска предприятием продукции и соответствующие каждому объему ресурса Q_i образуют продуктовые инновационные потенциалы U_i . Технологии способствующие повышению качества выпускаемой продукции V и его цены образуют процессный инновационный потенциал предприятия U_P .

Функции продуктовых $U_i(t)$ и процессных $U_P(t)$ инновационных потенциалов и представляют собой специальные индикаторные функции, которые принимают значения от нуля до единицы, и задают особенности внедрения технологических инноваций в производство. Если на некотором временном интервале функции $U_i(t)$ и $U_P(t)$ принимают значения близкие к нулю, то на этом интервале внедрение инновационных потенциалов $U = U(t)$ и $U_P(t)$ в производственную деятельность предприятия практически отсутствует. Если же на некотором интервале функции $U_i(t)$ и $U_P(t)$ принимают значения близкие к единице, то на этом временном интервале внедрение продуктовых и процессных технологических инноваций в производственную деятельность предприятия практически полностью завершено. Во временных интервалах, на которых происходит сравнительно интенсивное изменение функций $U_i(t)$ и $U_P(t)$ от нуля до единицы, наблюдается соответствующее внедрение технологических инноваций в производственную деятельность предприятия. Начало, конец и временную длительность временных интервалов процессов внедрения инноваций определяются руководством предприятия.

Если процессы внедрения технологических инноваций выполняются строго на заданном отрезке времени, то в качестве индикаторных функций, описывающих процессы внедрения технологических инноваций, целесообразно выбрать логистические функции [12]

$$U_i(t) = \frac{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_i}{\sigma_i}\right)}{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_i}{\sigma_i}\right) + 1}, \quad U_P(t) = \frac{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_P}{\sigma_P}\right)}{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_P}{\sigma_P}\right) + 1}. \quad (1)$$

Производственная функция объема выручки предприятия может быть описана мультипликативной многофакторной функцией Кобба–Дугласа с переменными коэффициентами

$$V(t) = P(t) \cdot \prod_{s=1}^n Q_s(t)^{a_s(t)}. \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{cases} P(t) = P^0 \cdot (1 - U_P(t)) + P^\infty \cdot U_P(t), \\ a_s(t) = a_s^0 \cdot (1 - U_i(t)) + a_s^\infty \cdot U_i(t), \end{cases} \quad (3)$$

коэффициенты P_0, P_∞ – представляют собой начальную и предельную стоимости продукции произведенной на единичный объем ресурсов $Q_s(t)$, показатели степени a_s^0, a_s^∞ – представляют собой начальные и предельные эластичности выпусков продукции по ресурсам $Q_s(t)$. Относительно этих параметров выполняются очевидные неравенства

$$\begin{cases} P_0 \leq P_\infty, \\ 0 \leq a_s^0 \leq a_s^\infty \leq 1. \end{cases}$$

2. Модель стохастической динамики многофакторного предприятия

Динамика развития рассматриваемого предприятия определяется системой уравнений балансов относительно объемов факторов производства $Q_i(t)$.

Рассмотрим приращения объемов ресурсов $Q_i(t)$ на некотором малом отрезке времени $[t, t + \Delta t]$

$$\Delta Q_i = Q_i(t + \Delta t) - Q_i(t), (i = 1, 2, \dots, n).$$

Каждое из этих приращений может быть представлено в виде трех слагаемых

$$\Delta Q_i = \Delta Q_i^A + \Delta Q_i^I + \Delta Q_i^W, \quad (4)$$

Здесь ΔQ_i^A – частичные амортизации объемов факторов производства $Q_i(t)$ за время Δt ; ΔQ_i^I – частичные восстановления объемов факторов производства $Q_i(t)$ счет внутренних инвестиций за время Δt ; ΔQ_i^W – случайные колебания объемов факторов производства $Q_i(t)$.

Приращения частичных амортизаций объемов ΔQ_i^A за время Δt имеют вид

$$\Delta Q_i^A(t) = -\lambda \cdot A_i \cdot Q_i(t) \cdot \Delta t, \quad (5)$$

Приращения частичных восстановлений объемов ΔQ_i^I за время Δt можно записать в виде

$$\Delta Q_i^I(t) = \lambda \cdot I_i(t) \cdot \Delta t, \quad (6)$$

Приращения случайных колебаний объемов факторов производства ΔQ_i^W за время Δt задаются соотношениями

$$\Delta Q_i^W(t) = \rho \cdot \left(Q_i(t) - Q_i^0 \right) \cdot \left(1 - \frac{Q_i(t)}{Q_i^\infty} \right) \cdot \Delta w. \quad (7)$$

Здесь A_i – коэффициенты амортизации, доли выбывших за единицу времени объемов факторов производства $Q_i(t)$; $I_i(t)$ – инвестиции, восстанавливающие объемы ресурсов $Q_i(t)$

$$I_s(t) = B_i \cdot V(t),$$

или, с учетом формулы (2) для производственной функции

$$I_i(t) = B_i \cdot P(t) \cdot \prod_{s=1}^n Q_s(t)^{a_s(t)}, \quad (8)$$

B_i – нормы накопления внутренних инвестиций для факторов производства $Q_i(t)$, λ – скорость роста объемов факторов производства $Q_i(t)$, задаваемая в начале процесса развития предприятия его руководством; w – стандартный винеровский процесс, $\Delta w = \varepsilon(t) \cdot \sqrt{\Delta t}$, ρ – показатель волатильности объемов $Q_i(t)$, $\varepsilon(t)$ – случайная величина с нормальным законом распределения, нулевым средним значением $\langle \varepsilon \rangle = 0$ и единичной дисперсией $\langle \varepsilon^2 \rangle = 1$, λ – скорость роста объемов факторов производства $Q_i(t)$, задаваемая в начале процесса развития предприятия его руководством.

Подстановка формул (5) – (7) в уравнения (4) дает

$$\begin{aligned} \Delta Q_i = & \lambda \cdot \left(-A_i Q_i(t) + B_i \cdot P(t) \cdot \prod_{s=1}^n Q_s(t)^{a_s(t)} \right) \cdot \Delta t + \\ & + \rho \cdot \left(Q_i(t) - Q_i^0 \right) \cdot \left(1 - \frac{Q_i(t)}{Q_i^\infty} \right) \cdot \Delta w. \end{aligned} \quad (9)$$

Предельный переход в соотношениях (9) при условии $\Delta t \rightarrow 0$, приводит к системе стохастических дифференциальных уравнений

$$dQ_i(t) = S_i(t) \cdot dt + Z_i(t) \cdot \sqrt{dt}, \quad (10)$$

с коэффициентами сноса

$$S_i(t) = \lambda \cdot \left(-A_i Q_i(t) + B_i \cdot P(t) \cdot \prod_{s=1}^n Q_s(t)^{a_s(t)} \right),$$

и коэффициентами волатильности

$$Z_i(t) = \rho \cdot \left(Q_i(t) - Q_i^0 \right) \cdot \left(1 - \frac{Q_i(t)}{Q_i^\infty} \right) \cdot \varepsilon(t).$$

Начальные условия для системы уравнений (10) имеют вид

$$Q_i \Big|_{t=0} = Q_i(0) = Q_i^0. \quad (11)$$

Система стохастических дифференциальных уравнений (10) показывает, что рассматриваемое производственное предприятие будет иметь поступательное развитие, до тех пор пока объемы внутренних инвестиций в бизнес–процессы будет численно превосходить объемы амортизационных отчислений. Очевидно, что при этом производные функций этих объемов будут принимать положительные значения. Если численные значения объемов внутренних инвестиций и объемов амортизационных отчислений сравняются, то производные функций этих объемов будут обращаться в нуль, и процесс развития предприятия выйдет на свою предельную мощность.

Поскольку вблизи значений предельных объемов производственных факторов $Q_i(t)$ поведение системы становится практически детерминированным, то эти значения Q_i^∞ вычисляются по известным формулам [1]

$$Q_i^\infty = \frac{B_i}{A_i} \cdot \left(P^\infty \cdot \prod_{s=1}^n \left(\frac{B_s}{A_s} \right)^{a_s^\infty} \right)^{\frac{1}{1 - \sum_{p=1}^n a_p^\infty}}. \quad (12)$$

Численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений (10) с начальным условием (11) и с учетом формул (12) строится на временном отрезке $[t_0, t_n]$ разбитом системой точек $(t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n)$ методом последовательных приближе-

ний Эйлера–Маруямы в соответствии с алгоритмом [7]

$$\begin{cases} Q_i^{(k+1)} = Q_i^k + S_i^{(k)} \cdot \Delta t_k + Z_i^{(k)} \cdot \sqrt{\Delta t_k}, \\ S_i^{(k)} = -A_i \cdot Q_i^{(k)} + B_i \cdot P(t) \cdot \prod_{s=1}^n Q_s(t)^{a_s(t)}, \\ Z_i^{(k)} = \rho \cdot \left(Q_i^{(k)} - Q_i^0 \right) \cdot \left(1 - \frac{Q_i^{(k)}}{Q_i^\infty} \right) \cdot \varepsilon^{(k)}. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, $Q_i^{(k)} = Q_i(t_k)$, $S_i^{(k)} = S_i(t_k)$, $Z_i^{(k)} = Z_i(t_k)$, $\varepsilon^{(k)} = \varepsilon(t_k)$.

При реализации алгоритма (13) получаются случайные системы точек $\{t_k, Q_i^{(k)}\}$ и соответствующие им стохастические траектории.

Для вычисления математических ожиданий функций $Q_i = Q_i(t)$ необходимо статистически усреднить уравнения (10)

$$\frac{d\langle Q_i \rangle}{dt} = \lambda \cdot \left(-A_i \cdot \langle Q_i \rangle + B_i \cdot P \cdot \left\langle \prod_{s=1}^n Q_s^{a_s} \right\rangle \right). \quad (14)$$

При вычислении статистического момента $\left\langle \prod_{s=1}^n Q_s^{a_s} \right\rangle$ методом последовательных приближений возникает бесконечная статистическая цепочка уравнений, которую необходимо оборвать, сделав определенные допущения.

Будем предполагать, что флуктуации величин $Q_i(t)$ относительно ее среднего значения $\langle Q_i \rangle$ пропорциональны случайной величине $\varepsilon(t)$

$$Q_i(t) - \langle Q_i \rangle = \xi_i \cdot \langle Q_i \rangle \cdot \varepsilon(t). \quad (15)$$

Здесь

$$\xi_i = \rho \cdot \left(1 - \frac{Q_i^0}{\langle Q_i \rangle} \right) \cdot \left(1 - \frac{\langle Q_i \rangle}{Q_i^\infty} \right), \quad (16)$$

– безразмерные коэффициенты пропорциональности, $(0 \leq \xi_i \leq 1)$.

Для вычисления величины $Q_i^a = \langle Q_i \rangle^{a_i} \cdot \left(1 + \xi_i \cdot \varepsilon \right)^{a_i}$ воспользуемся соотношениями (15) и (16) и формулами разложения сходящихся биномиальных рядов для малых флуктуаций $|\xi_i \cdot \varepsilon| < 1$

$$Q_i^{a_i} = \langle Q_i \rangle^{a_i} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_i(a_i-1)(a_i-2)\dots(a_i-k+1)}{k!} \cdot \xi_i^k \cdot \varepsilon^k. \quad (17)$$

Ограничиваясь в разложениях (17) тремя слагаемыми, находим

$$\left\langle \prod_{s=1}^n Q_s^{a_s} \right\rangle = \prod_{s=1}^n \langle Q_s \rangle^{a_s} \cdot \left(1 + \sum_{p=1}^n a_p \cdot \xi_p \cdot \varepsilon + \sum_{q=1}^n \frac{a_q \cdot (a_q - 1)}{2} \cdot \xi_i^2 \cdot \varepsilon^2 \right) \quad (18)$$

Подстановка выражения (18) в уравнение (14) приводит к системе дифференциальных

уравнений относительно математических ожиданий $\langle Q_i \rangle$

$$\begin{cases} \frac{d\langle Q_i \rangle}{dt} = \lambda \cdot \left(-A_i \cdot \langle Q_i \rangle + B_i \cdot \langle V \rangle \right), \\ \langle V \rangle = P \cdot \prod_{s=1}^n \langle Q_s \rangle^{a_s} \cdot \left(1 + \sum_{p=1}^n a_p \cdot \xi_p \cdot \varepsilon + \sum_{q=1}^n \frac{a_q \cdot (a_q - 1)}{2} \cdot \xi_i^2 \cdot \varepsilon^2 \right). \end{cases} \quad (19)$$

Начальным условием для уравнения (19) по-прежнему является условие (11). Рассмотрим несколько частных вариантов динамики развития предприятий.

3. Модель стохастической динамики однофакторного предприятия

Пусть выпуск продукции предприятия обеспечивается одним производственным фактором $Q(t) = Q_1(t)$.

Производственная функция (2) в таком случае принимает вид

$$V(t) = P(t) \cdot Q(t)^{a(t)}. \quad (20)$$

Здесь

$$\begin{cases} P(t) = P_0 \cdot \left(1 - U_P(t) \right) + P_\infty \cdot U_P(t), & a(t) = a_0 \cdot \left(1 - U_Q(t) \right) + a_\infty \cdot U_Q(t), \\ U_Q(t) = \frac{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_Q}{\sigma_Q}\right)}{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_Q}{\sigma_Q}\right) + 1}, & U_P(t) = \frac{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_P}{\sigma_P}\right)}{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_P}{\sigma_P}\right) + 1}, \end{cases} \quad (21)$$

коэффициенты P_0, P_∞ – представляют собой начальную и предельную стоимости продукции произведенной на единичный объем ресурса $Q(t)$, показатели степени a_0 и a_∞ – представляют собой начальные и предельные эластичности выпусков продукции по ресурсу $Q(t)$.

Система стохастических дифференциальных уравнений (10) для однофакторного предприятия сводится к одному уравнению

$$dQ(t) = S_Q(t) \cdot dt + Z_Q(t) \cdot \sqrt{dt}, \quad (22)$$

с коэффициентом сноса

$$S_Q(t) = \lambda \cdot \left(-A_Q \cdot Q(t) + B_Q \cdot P(t) \cdot Q(t)^{a(t)} \right),$$

и коэффициентом волатильности

$$Z_Q(t) = \rho \cdot \left(Q(t) - Q^0 \right) \cdot \left(1 - \frac{Q(t)}{Q^\infty} \right) \cdot \varepsilon(t).$$

Здесь A_Q – коэффициент амортизации, B_Q – норма накопления внутренних инвестиций для фактора производства $Q(t)$.

Начальное условие для уравнения (22) имеет вид

$$Q \Big|_{t=0} = Q(0) = Q_0. \quad (23)$$

Формулы (12) для значения предельного объема производственного фактора $Q(t)$ принимают в данном случае вид

$$Q_\infty = \left(\frac{P_\infty \cdot B_Q}{A_Q} \right)^{\frac{1}{1-a_\infty}}. \quad (24)$$

Численное решение стохастического дифференциального уравнения (22) с начальным условием (23) и с учетом формулы (24) строится на временном отрезке $[t_0, t_n]$ разбитом системой точек $(t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n)$ методом последовательных приближений Эйлера–Маруямы в соответствии с алгоритмом [7] [Ито]

$$\begin{cases} Q^{(k+1)} = Q^k + S_Q^{(k)} \cdot \Delta t_k + Z_Q^{(k)} \cdot \sqrt{\Delta t_k}, \\ S_Q^{(k)} = -A_Q \cdot Q^{(k)} + B_Q \cdot P \cdot (Q^{(k)})^a, \\ Z_Q^{(k)} = \rho \cdot \left(Q^{(k)} - Q_0 \right) \cdot \left(1 - \frac{Q^{(k)}}{Q_\infty} \right) \cdot \varepsilon^{(k)}. \end{cases} \quad (25)$$

Здесь $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, $Q^{(k)} = Q(t_k)$, $S_Q^{(k)} = S_Q(t_k)$, $Z_Q^{(k)} = Z_Q(t_k)$, $\varepsilon^{(k)} = \varepsilon(t_k)$.

При реализации алгоритма (25) получаются случайные системы точек $\{t_k, Q^{(k)}\}$ и соответствующие им стохастические траектории.

Для вычисления математического ожидания функции $Q = Q(t)$ необходимо статистически усреднить уравнение (22)

$$\frac{d\langle Q \rangle}{dt} = \lambda \cdot \left(-A_Q \cdot \langle Q \rangle + B_Q \cdot P \cdot \langle Q^a \rangle \right). \quad (26)$$

При вычислении статистического момента $\langle Q^a \rangle$ методом последовательных приближений возникает бесконечная статистическая цепочка уравнений, которую необходимо оборвать, сделав определенные допущения.

Будем предполагать, что флуктуации величины $Q(t)$ относительно ее среднего значения $\langle Q \rangle$ пропорциональны случайной величине $\varepsilon(t)$

$$Q(t) - \langle Q \rangle = \xi_Q \cdot \langle Q \rangle \cdot \varepsilon(t). \quad (27)$$

Здесь

$$\xi_Q = \rho \cdot \left(1 - \frac{Q_0}{\langle Q \rangle} \right) \cdot \left(1 - \frac{\langle Q \rangle}{Q_\infty} \right), \quad (28)$$

– безразмерный коэффициент пропорциональности, $(0 \leq \xi \leq 1)$.

Для вычисления величины $Q^a = \langle Q \rangle^a \cdot \left(1 + \xi_Q \cdot \varepsilon\right)^a$ воспользуемся соотношениями (27) и (28) и формулой разложения сходящегося биномиального ряда для малых флуктуаций $|\xi_Q \cdot \varepsilon| < 1$

$$Q^a = \langle Q \rangle^a \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a(a-1)(a-2)\dots(a-k+1)}{k!} \cdot \xi_Q^k \cdot \varepsilon^k. \quad (29)$$

В разложении (29) ограничимся тремя слагаемыми

$$Q^a = \langle Q \rangle^a \cdot \left(1 + a \cdot \xi_Q \cdot \varepsilon + \frac{a \cdot (a-1)}{2} \cdot \xi_Q^2 \cdot \varepsilon^2\right) \quad (30)$$

Усредняя соотношение (30), находим

$$\langle Q^a \rangle = \langle Q \rangle^a \cdot \left(1 + \frac{a \cdot (a-1)}{2} \cdot \xi_Q^2\right) \quad (31)$$

Подстановка выражения (31) в уравнение (26) приводит к дифференциальному уравнению относительно математического ожидания $\langle Q \rangle$

$$\frac{d\langle Q \rangle}{dt} = \lambda \cdot \left(-A_Q \cdot \langle Q \rangle + B_Q \cdot P \cdot \langle Q \rangle^a \cdot \left(1 + \frac{a \cdot (a-1)}{2} \cdot \xi_Q^2\right)\right). \quad (32)$$

Начальным условием для уравнения (32) по-прежнему является условие (23).

На рис. 1 и рис. 2 представлены три варианта стохастических траекторий и кривых математического ожидания роста объемов фактора производства $Q(t)$ и объемов выпуска продукции $V(t)$, построенных по результатам численных реализаций алгоритма (25) и численных решений задачи Коши (35), (23).

В первом варианте внедрения продуктовых и процессных инноваций в структуру производства не производится на всем временном интервале ($0 \leq t < \infty$), при этом функции продуктового и процессного инновационных потенциалов обращаются в нуль $U(t) = 0$, $W(t) = 0$.

Во втором варианте все продуктовые технологические инновации внедряются в структуру производства во временном интервале $(t_U - \sigma_U, t_U + \sigma_U)$, все процессные технологические инновации внедряются в структуру производства во временном интервале $(t_W - \sigma_W, t_W + \sigma_W)$, а функции $U(t)$ и $W(t)$.

В третьем варианте внедрение продуктовых и процессных инноваций в структуру производства выполняется с самого начала, при этом функции продуктового и процессного инновационных потенциалов обращаются в единицу $U(t) = 1$, $W(t) = 1$.

При построении стохастических траекторий и кривых математических ожиданий на рис. 1 и рис. 2 были использованы следующие расчетные значения:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_Q = 4; \sigma_Q = 1; t_P = 8; \sigma_P = 1; \\ P_0 = 10; P_\infty = 12; \\ a_0 = 0,4; a_\infty = 0,45; \\ A_Q = 0,1; B_Q = 0,2; \lambda = 12. \end{array} \right.$$

Рис. 1: Варианты стохастических траекторий и кривых математического ожидания роста объемов фактора производства $Q(t)$, построенных по результатам численных реализаций алгоритма (25) и численных решений задачи Коши (32), (23). Штриховая линия соответствует первому варианту, сплошная линия соответствует второму варианту, штрих – пунктирная линия соответствует третьему варианту.

Fig. 1: Variants of stochastic trajectories and curves of mathematical expectation of growth of volumes of production factor $Q(t)$, constructed based on the results of numerical implementations of algorithm (25) and numerical solutions of Cauchy problem (32), (23). Dashed line corresponds to the first variant, solid line corresponds to the second variant, dashed-dotted line corresponds to the third variant.

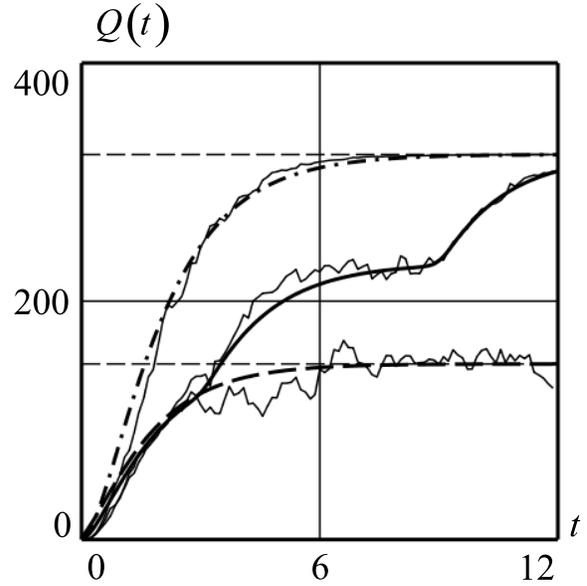
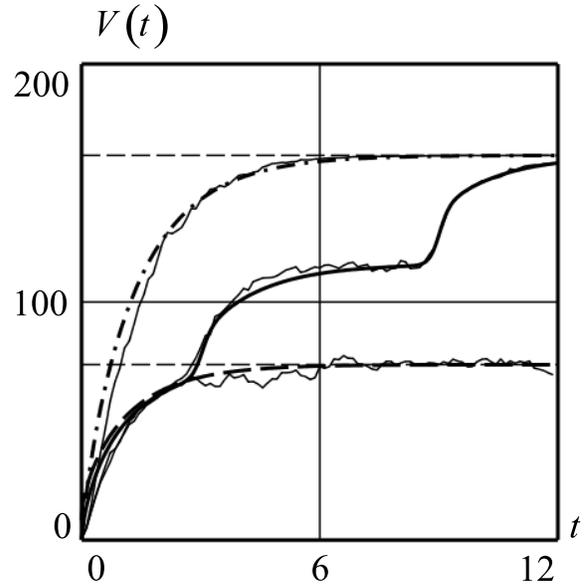


Рис. 2: Варианты стохастических траекторий и кривых математического ожидания роста объемов выпуска продукции $V(t)$, построенных по результатам численных реализаций алгоритма (25) и численных решений задачи Коши (32), (23). Штриховая линия соответствует первому варианту, сплошная линия соответствует второму варианту, штрих – пунктирная линия соответствует третьему варианту.

Fig. 2: Variants of stochastic trajectories and curves of mathematical expectation of growth of output volumes $V(t)$, constructed based on the results of numerical implementations of the algorithm (25) and numerical solutions of the Cauchy problem (32), (23). The dashed line corresponds to the first variant, the solid line corresponds to the second variant, the dashed-dotted line corresponds to the third variant.



4. Модель стохастической динамики двухфакторного предприятия

Рассмотрим важный частный случай, при котором выпуск продукции предприятия обеспечивается двумя производственными факторами – капиталом $K(t) = Q_1(t)$ и трудовыми ресурсами $L(t) = Q_2(t)$.

Производственная функция (2) принимает вид

$$V(t) = P(t) K(t)^{a(t)} L(t)^{b(t)}. \tag{33}$$

Здесь

$$\left\{ \begin{array}{l} P(t) = P_0 \cdot (1 - U_P(t)) + P_\infty \cdot U_P(t), \quad a(t) = a_0 \cdot (1 - U_K(t)) + a_\infty \cdot U_K(t), \\ b(t) = b_0 \cdot (1 - U_L(t)) + b_\infty \cdot U_L(t), \quad U_K(t) = \frac{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_K}{\sigma_K}\right)}{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_K}{\sigma_K}\right) + 1}, \\ U_L(t) = \frac{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_L}{\sigma_L}\right)}{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_L}{\sigma_L}\right) + 1}, \quad U_P(t) = \frac{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_P}{\sigma_P}\right)}{\exp\left(2 \cdot \frac{t - t_P}{\sigma_P}\right) + 1} \end{array} \right. \quad (34)$$

коэффициенты P_0, P_∞ – по-прежнему представляют собой начальную и предельную стоимости продукции произведенной на единичный объем ресурсов $K(t)$ и $L(t)$, показатели степени a_0, b_0 и a_∞, b_∞ – представляют собой начальные и предельные эластичности выпусков продукции по ресурсам $K(t)$ и $L(t)$.

Относительно этих параметров выполняются очевидные неравенства

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0 \leq P_\infty, \\ 0 \leq a_0 \leq a_\infty \leq 1, \\ 0 \leq b_0 \leq b_\infty \leq 1. \end{array} \right.$$

Система стохастических дифференциальных уравнений (10) для объемов факторов производства, описывающая динамику развития рассматриваемого двухфакторного предприятия записывается в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} dK(t) = S_K(t) \cdot dt + Z_K(t) \cdot \sqrt{dt}, \\ dL(t) = S_L(t) \cdot dt + Z_L(t) \cdot \sqrt{dt}, \end{array} \right. \quad (35)$$

с коэффициентами сноса

$$\left\{ \begin{array}{l} S_K(t) = \lambda \cdot \left(-A_K \cdot K(t) + B_K \cdot P(t) \cdot K(t)^{a(t)} \cdot L(t)^{b(t)} \right), \\ S_L(t) = \lambda \cdot \left(-A_L \cdot L(t) + B_L \cdot P(t) \cdot K(t)^{a(t)} \cdot L(t)^{b(t)} \right), \end{array} \right.$$

и коэффициентами волатильности

$$\begin{cases} Z_K(t) = \rho \cdot \left(K(t) - K^0 \right) \cdot \left(1 - \frac{K(t)}{K^\infty} \right) \cdot \varepsilon(t), \\ Z_L(t) = \rho \cdot \left(L(t) - L^0 \right) \cdot \left(1 - \frac{L(t)}{L^\infty} \right) \cdot \varepsilon(t). \end{cases}$$

Здесь величины A_K, A_L – коэффициенты амортизации, доли выбывших за единицу времени объемов факторов производства $K(t)$ и $L(t)$; величины B_K, B_L – нормы накопления внутренних инвестиций для факторов производства $K(t)$ и $L(t)$.

Начальные условия для системы уравнений (35) имеют вид

$$\begin{cases} K \Big|_{t=0} = K(0) = K_0, \\ L \Big|_{t=0} = L(0) = L_0. \end{cases} \quad (36)$$

Формулы (12) для значений предельных объемов производственных факторов $K(t)$ и $L(t)$ и предельных значений объемов инновационных потенциалов $U(t)$ и $W(t)$ принимают в данном случае вид

$$\begin{cases} K_\infty = \left(P_\infty \cdot \left(\frac{B_K}{A_K} \right)^{1-b_\infty} \cdot \left(\frac{B_L}{A_L} \right)^{b_\infty} \right)^{\frac{1}{1-a_\infty-b_\infty}}, \\ L_\infty = \left(P_\infty \cdot \left(\frac{B_K}{A_K} \right)^{a_\infty} \cdot \left(\frac{B_L}{A_L} \right)^{1-a_\infty} \right)^{\frac{1}{1-a_\infty-b_\infty}}. \end{cases} \quad (37)$$

Численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений (35) с начальными условиями (36) и с учетом формул (37) строится на временном отрезке $[t_0, t_n]$ разбитом системой точек $(t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n)$ методом последовательных приближений

Эйлера–Маруямы в соответствии с алгоритмом [7] [Ито]

$$\left\{ \begin{array}{l} K^{(k+1)} = K^i + S_K^{(k)} \cdot \Delta t_k + Z_K^{(k)} \cdot \sqrt{\Delta t_k}, \\ L^{(k+1)} = L^i + S_L^{(k)} \cdot \Delta t_k + Z_L^{(k)} \cdot \sqrt{\Delta t_k}, \\ S_K^{(k)} = \lambda \cdot \left(-A_K \cdot K^{(k)} + B_K \cdot P \cdot (K^{(k)})^a \right), \\ S_L^{(k)} = \lambda \cdot \left(-A_L \cdot L^{(k)} + B_L \cdot P \cdot (L^{(k)})^a \right), \\ Z_K^{(k)} = \rho \cdot \left(K^{(k)} - K_0 \right) \cdot \left(1 - \frac{K^{(k)}}{K_\infty} \right) \cdot \varepsilon^{(k)}, \\ Z_L^{(k)} = \rho \cdot \left(L^{(k)} - L_0 \right) \cdot \left(1 - \frac{L^{(k)}}{L_\infty} \right) \cdot \varepsilon^{(k)}, \end{array} \right. \quad (38)$$

Здесь $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$, $K^{(k)} = K(t_k)$, $L^{(k)} = L(t_k)$, $S_K^{(k)} = S_K(t_k)$, $S_L^{(k)} = S_L(t_k)$, $Z_K^{(k)} = Z_K(t_k)$, $Z_L^{(k)} = Z_L(t_k)$, $\varepsilon^{(k)} = \varepsilon(t_k)$.

При реализации алгоритма (38) получаются две случайные системы точек $\{t_k, K^{(k)}\}$, $\{t_k, L^{(k)}\}$ и соответствующие им стохастические траектории.

Для вычисления математических ожиданий функций $K = K(t)$, $L = L(t)$ необходимо статистически усреднить уравнения (35)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\langle K \rangle}{dt} = \lambda \cdot \left(-A_K \cdot \langle K \rangle + B_K \cdot P \cdot \langle K^a L^b \rangle \right), \\ \frac{d\langle L \rangle}{dt} = \lambda \cdot \left(-A_L \cdot \langle L \rangle + B_L \cdot P \cdot \langle K^a L^b \rangle \right). \end{array} \right. \quad (39)$$

При вычислении статистического момента $\langle K^a L^b \rangle$ методом последовательных приближений возникает бесконечная статистическая цепочка уравнений, которую необходимо оборвать, сделав определенные допущения.

Будем предполагать, что флуктуации величин $K(t)$ и $L(t)$ относительно их средних значений $\langle K \rangle$ и $\langle L \rangle$ пропорциональны случайной величине $\varepsilon(t)$

$$\left\{ \begin{array}{l} K(t) - \langle K \rangle = \xi_K \cdot \langle K \rangle \cdot \varepsilon(t), \\ L(t) - \langle L \rangle = \xi_L \cdot \langle L \rangle \cdot \varepsilon(t). \end{array} \right. \quad (40)$$

Здесь

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_K = \rho \cdot \left(1 - \frac{K_0}{\langle K \rangle} \right) \cdot \left(1 - \frac{\langle K \rangle}{K_\infty} \right), \\ \xi_L = \rho \cdot \left(1 - \frac{L_0}{\langle L \rangle} \right) \cdot \left(1 - \frac{\langle L \rangle}{L_\infty} \right), \end{array} \right. \quad (41)$$

– безразмерные коэффициенты пропорциональности, $(0 \leq \xi_K \leq 1, 0 \leq \xi_L \leq 1)$.

Для вычисления величин

$$\begin{cases} K^a = \langle K \rangle^a \cdot \left(1 + \xi_K \cdot \varepsilon\right)^a, \\ L^b = \langle L \rangle^b \cdot \left(1 + \xi_L \cdot \varepsilon\right)^b, \end{cases}$$

воспользуемся соотношениями (40) и (41) и формулами разложения сходящихся биномиальных рядов для малых флуктуаций $|\xi_K \cdot \varepsilon| < 1$ и $|\xi_L \cdot \varepsilon| < 1$

$$\begin{cases} K^a = \langle K \rangle^a \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a(a-1)(a-2)\dots(a-k+1)}{k!} \cdot \xi_K^k \cdot \varepsilon^k, \\ L^b = \langle L \rangle^b \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{b(b-1)(b-2)\dots(b-k+1)}{k!} \cdot \xi_L^k \cdot \varepsilon^k. \end{cases} \quad (42)$$

Ограничиваясь в разложении (42) тремя слагаемыми, находим

$$\langle K^a L^b \rangle = \langle K \rangle^a \langle L \rangle^a \left(1 + a b \xi_K \xi_L + \frac{a(a-1)}{2} \xi_K^2 + \frac{b(b-1)}{2} \xi_L^2\right) \quad (43)$$

Подстановка выражений (43) в уравнения (39) приводит к системе дифференциальных уравнений относительно математических ожиданий $\langle K \rangle$ и $\langle L \rangle$

$$\begin{cases} \frac{d\langle K \rangle}{dt} = \lambda \left(-A_K \langle K \rangle + B_K \langle V \rangle\right), \\ \frac{d\langle L \rangle}{dt} = \lambda \left(-A_L \langle L \rangle + B_L \langle V \rangle\right), \\ \langle V \rangle = P \langle K \rangle^a \langle L \rangle^a \left(1 + a b \xi_K \xi_L + \frac{a(a-1)}{2} \xi_K^2 + \frac{b(b-1)}{2} \xi_L^2\right). \end{cases} \quad (44)$$

Начальным условием для уравнения (44) по-прежнему является условие (36).

На рис.3 – рис.5 представлены три варианта стохастических траекторий и кривых математического ожидания роста объемов факторов производства $K(t)$, $L(t)$ и объемов выпуска продукции $V(t)$, построенных по результатам численных реализаций алгоритма (38) и численных решений задачи Коши (44), (36).

В первом варианте внедрения продуктовых и процессных инноваций в структуру производства не производится на всем временном интервале $(0 \leq t < \infty)$, при этом функции продуктовых инновационных потенциалов и процессного инновационного потенциала обращаются в нуль $U_K(t) = U_L(t) = U_P(t) = 0$.

Во втором варианте все продуктовые технологические инновации внедряются в структуру производства во временных интервалах $(t_K - \sigma_K, t_K + \sigma_K)$ и $(t_L - \sigma_L, t_L + \sigma_L)$, все процессные технологические инновации внедряются в структуру производства во времен-

ном интервале $(t_W - \sigma_W, t_W + \sigma_W)$, а функции $U_K(t)$, $U_L(t)$ и $U_P(t)$ описываются формулами (27).

В третьем варианте внедрение продуктовых и процессных инноваций в структуру производства выполняется с самого начала, при этом функции продуктовых инновационных потенциалов и процессного инновационного потенциала обращаются в единицу $U_K(t) = U_L(t) = U_P(t) = 1$.

Рис. 3: Варианты стохастических траекторий и кривых математического ожидания роста объемов фактора производства $K(t)$, построенных по результатам численных реализаций алгоритма (38) и численных решений задачи Коши (44), (36). Штриховая линия соответствует первому варианту, сплошная линия соответствует второму варианту, штрих – пунктирная линия соответствует третьему варианту.

Fig. 3: Variants of stochastic trajectories and curves of mathematical expectation of growth of volumes of production factor $K(t)$, constructed based on the results of numerical implementations of the algorithm (38) and numerical solutions of the Cauchy problem (44), (36). The dashed line corresponds to the first variant, the solid line corresponds to the second variant, the dashed-dotted line corresponds to the third variant.

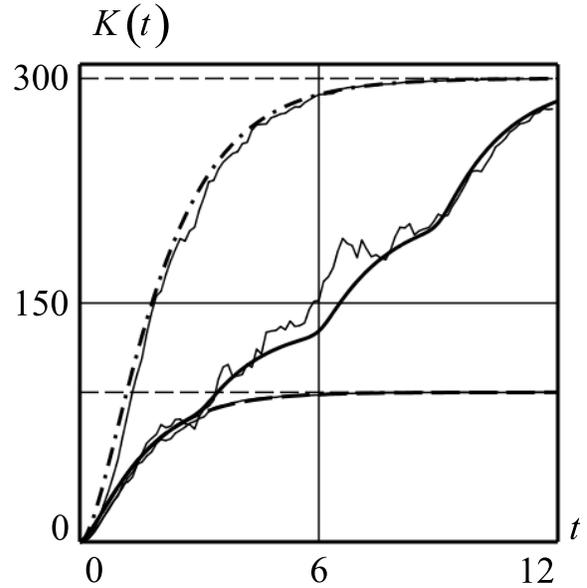
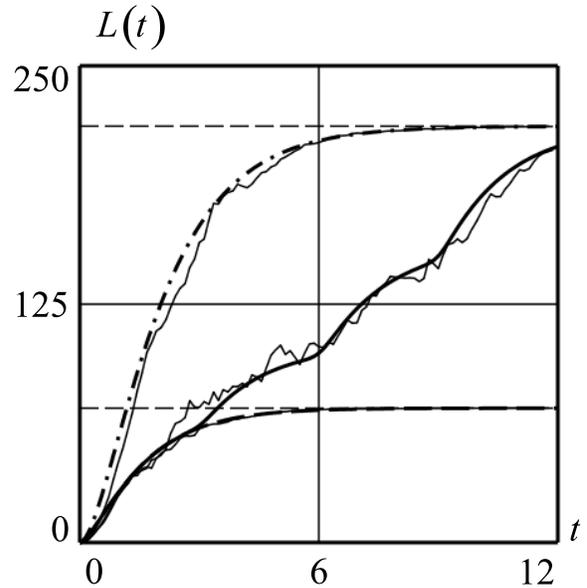


Рис. 4: Варианты стохастических траекторий и кривых математического ожидания роста объемов фактора производства $L(t)$, построенных по результатам численных реализаций алгоритма (38) и численных решений задачи Коши (44), (36). Штриховая линия соответствует первому варианту, сплошная линия соответствует второму варианту, штрих – пунктирная линия соответствует третьему варианту.

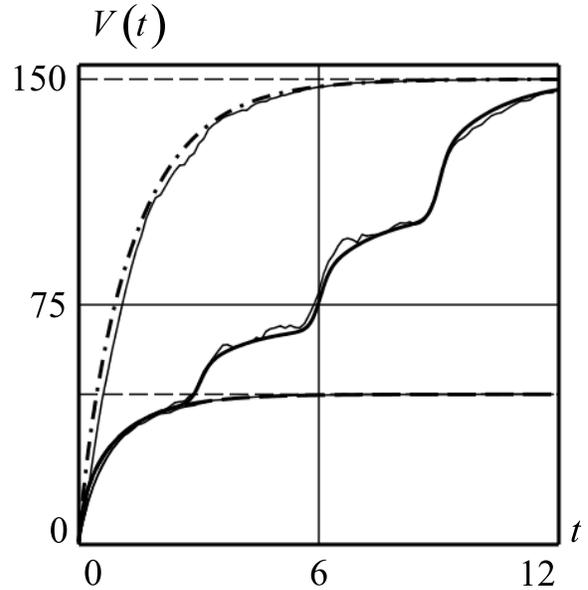
Fig. 4: Variants of stochastic trajectories and curves of mathematical expectation of growth of volumes of production factor $L(t)$, constructed based on the results of numerical implementations of the algorithm (38) and numerical solutions of the Cauchy problem (44), (36). The dashed line corresponds to the first variant, the solid line corresponds to the second variant, the dashed-dotted line corresponds to the third variant.



При построении графиков функций на рис. 3 – рис. 5 были использованы следующие

Рис. 5: Варианты стохастических траекторий и кривых математического ожидания роста объемов выпуска продукции $V(t)$, построенных по результатам численных реализаций алгоритма (38) и численных решений задачи Коши (44), (36). Штриховая линия соответствует первому варианту, сплошная линия соответствует второму варианту, штрих – пунктирная линия соответствует третьему варианту.

Fig. 5: Variants of stochastic trajectories and curves of mathematical expectation of growth of output volumes $V(t)$, constructed based on the results of numerical implementations of the algorithm (38) and numerical solutions of the Cauchy problem (44), (36). The dashed line corresponds to the first variant, the solid line corresponds to the second variant, the dashed-dotted line corresponds to the third variant.



расчетные значения:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_K = 3; \sigma_K = 0.25; t_L = 6; \sigma_L = 0.25; \\ t_P = 9; \sigma_9 = 0.25; P_0 = 10; P_\infty = 12; \\ a_0 = 0.2; a_\infty = 0.25; b_0 = 0.15; b_\infty = 0.2; \\ A_K = 0.1; B_K = 0.2; A_L = 0.1; B_L = 0.15; \\ \rho := 0.2; \lambda = 12; K_0 = 0.01; L_0 = 0.01; \\ K_\infty = 291.1003; L_\infty = 218.3253. \end{array} \right.$$

Заключение

1. В публикуемой статье предлагается экономико-математическая модель динамики развития многофакторного производственного предприятия, учитывающая взаимодействие продуктовых и процессных инновационных потенциалов.
2. Выпуск продукции рассматриваемого предприятия обеспечивается производственной мультипликативной функцией Кобба–Дугласа, параметры которой зависят от уровней продуктовых инновационных потенциалов и процессного инновационного потенциала.
3. Установлена система дифференциальных уравнений баланса предприятия относительно объемов всех его ресурсов. Вычислены предельные значения объемов ресур-

сов предприятия и предельное значение объема выручки.

4. Показано, что управление процессами поэтапного внедрения в производство технологических инноваций осуществляется параметрами функций инновационных потенциалов.
5. Численное решение системы дифференциальных уравнений разработанной модели позволяет получить динамические траектории развития предприятия, на основе которых, управляя индикаторными функциями, можно строить различные сценарии работы предприятия.

Конкурирующие интересы: Конкурирующих интересов нет.

Библиографический список

1. Гудкова О.В., Севрюкова С.В. Показатели инновационного развития предприятий регионального уровня в российской экономике // Научное обозрение. Экономические науки. – 2018. – № 3. – С. 16–20. EDN:YNQVAD
2. Хадиуллина Г.Н. Технологические инновации как ключевой фактор конкурентоспособности предприятий высокотехнологичного сектора // Горизонты экономики. – 2021. – № 3 (62). – С. 76–80. EDN:IUEEVO
3. Гончарова Е.В. Инновационный потенциал как стратегический фактор экономического развития российских предприятий // Международный журнал экономики и образования. – 2018. – Т. 4. – № 2. – С. 29–46. EDN:VOTFRS
4. Моргунов Ю.А. Инновационный потенциал и оценка резервов развития наукоемких технологий машиностроения // Экономические стратегии. – 2019. – Т. 21. – № 2 (160). – С. 126–136. EDN:VTFEHS
5. Рахманова А.К. Продуктовые и процессные инновации в деятельности коммерческих банков Кыргызской республики // Экономика и предпринимательство. – 2017. – № 12-2 (89). – С. 1094–1097. EDN:YVIYRV
6. Павлова Ю.В., Пахновская Н.М. Производственные инновации как объект оценки // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2014. – № 14 (175). – С. 308–314. EDN:VATZBX
7. Легостаева С.А. Инновационный потенциал предприятия: анализ факторов, его определяющих // Образование и наука без границ: фундаментальные и прикладные исследования. – 2018. – № 8. – С. 64–69. EDN:YWRKCD
8. Яшин С.Н., Иванов А.Б. Формирование стратегии инновационного развития промышленного предприятия на основе методов портфельного анализа // Вестник Алтайской академии экономики и права. – 2022. – № 5–2. – С. 302–307. EDN:IRNPKI
9. Химин Е.Б. Инновационный потенциал как инструмент управления инновационным развитием предприятия // Сибирский экономический вестник. – 2016. – № 3. – С. 105–116. EDN:WHKOFI
10. Маврина Н.А. Теоретико-методологические аспекты исследования инновационного потенциала промышленного предприятия // Вестник Челябинского государственного университета. – 2016. – № 6 (388). – С. 122–127. EDN:WHPTNX
11. Бажанова М.И., Кувшинов М.С. Факторы формирования эффективной инновационной среды промышленного предприятия для INDUSTRY 4.0 // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент. – 2019. – Т. 13. – № 1. – С. 110–119. EDN:ZAETFJ
12. Аксинин В.И., Сараев Л.А. Модель динамики развития многофакторного производственного предприятия, учитывающая взаимодействие продуктовых и процессных инновационных потенциалов // Вестник Самарского университета. Экономика и управление, 2024. Т. 15, № 2. С. 9–28. EDN:HOKKRH

Stochastic model of the influence of the dynamics of innovation potential on the transformation of a manufacturing enterprise

V.I. Aksinin, L.A. Saraev

Samara National Research University, 34,
Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Abstract

The published article presents the development of a stochastic model of the dynamics of development of a multifactor manufacturing enterprise, taking into account the influence of interaction of product and process innovative potentials. To form the balance of the enterprise, a system of stochastic differential equations is established for the volumes of all its resources. Management of the processes of stage-by-stage implementation of innovative potentials in production is carried out by special indicator functions included in the system of stochastic differential equations, which set time intervals for the deployment of innovative potentials. The limiting values of the volumes of enterprise resources and the volume of output are calculated. Numerical solution of the system of stochastic differential equations of the developed model allows us to obtain stochastic trajectories and curves of mathematical expectations of the volumes of production factors and output volumes.

Keywords: depreciation; investment; innovation potential; product technological innovations; production function; production resources; process technological innovations; mixed technological innovations; factors of production.

Received: Thursday 4th July, 2024 / Revised: Friday 19th July, 2024 /

Accepted: Sunday 4th August, 2024 / First online: Monday 30th September, 2024

Competing interests: No competing interests.

Mathematical Statistical and Instrumental Methods of Economics (Research Article)

© Authors, 2024

© Samara University, 2024 (Compilation, Design, and Layout)

Ⓙ © ⓘ The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Please cite this article in press as:

Aksinin V.I., Saraev L.A. Stochastic model of the influence of the dynamics of innovation potential on the transformation of a manufacturing enterprise, *Vestnik Samarskogo Universiteta. Ekonomika i Upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2024, vol. 15, no. 3, pp. 7–25. doi: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2024-15-3-7-25> (In Russian).

Authors' Details:

Vladimir I. Aksinin  <http://orcid.org/0000-0001-6959-8053>

Postgraduate Student of the Mathematics and Business Informatics Department;
e-mail: aksininvladimir@mail

Leonid A. Saraev  <http://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor; Professor of the Mathematics and Business Informatics Department; e-mail: saraevleo@mail.ru

References

1. Gudkova O.V., Sevryukova S.V. Indicators of innovative development of regional enterprises in the Russian economy // Scientific review. Economic Sciences. – 2018. – No. 3. – pp. 16–20. (In Russ.) EDN:YNQVAD
2. Khadiullina G.N. Technological innovation as a key factor in the competitiveness of enterprises in the high-tech sector // Economic Horizons. – 2021. – No. 3 (62). – pp. 76–80. (In Russ.) EDN:IUEEVO
3. Goncharova E.V. Innovative potential as a strategic factor in the economic development of Russian enterprises // International Journal of Economics and Education. – 2018. – Vol. 4. – No. 2. – pp. 29–46. (In Russ.) EDN:VOTFRS
4. Morgunov Yu.A. Innovative potential and assessment of reserves for the development of high-tech mechanical engineering technologies // Economic strategies. – 2019. – Vol. 21. – No. 2 (160). – pp. 126–136. (In Russ.) EDN:BTFEHS
5. Rakhmanova A.K. Product and process innovations in the activities of commercial banks of the Kyrgyz Republic // Economics and Entrepreneurship. – 2017. – No. 12–2 (89). – pp. 1094–1097. (In Russ.) EDN:YVIYRV
6. Pavlova Yu.V., Pakhnovskaya N.M. Production innovations as an object of assessment // Bulletin of the Orenburg State University. – 2014. – No. 14 (175). – pp. 308–314. (In Russ.) EDN:VATZBX
7. Legostaeva S.A. Innovative potential of an enterprise: analysis of the factors that determine it // Education and science without borders: fundamental and applied research. – 2018. – No. 8. – pp. 64–69. (In Russ.) EDN:YWRKCD
8. Yashin S.N., Ivanov A.B. Formation of a strategy for innovative development of an industrial enterprise based on portfolio analysis methods // Bulletin of the Altai Academy of Economics and Law. – 2022. – No. 5–2. – pp. 302–307. (In Russ.) EDN:IRNPKI
9. Khimin E.B. Innovative potential as a tool for managing the innovative development of an enterprise // Siberian Economic Bulletin. – 2016. – No. 3. – pp. 105–116. (In Russ.) EDN:WHKOFL
10. Mavrina N.A. Theoretical and methodological aspects of studying the innovative potential of an industrial enterprise // Bulletin of the Chelyabinsk State University. – 2016. – No. 6 (388). – pp. 122–127. (In Russ.) EDN:WHPTNX
11. Bazhanova M.I., Kuvshinov M.S. Factors in the formation of an effective innovative environment of an industrial enterprise for INDUSTRY 4.0 // Bulletin of the South Ural State University. Series: Economics and management. – 2019. – Vol. 13. – No. 1. – pp. 110–119. (In Russ.) EDN:ZAETFJ
12. Aksinin V.I., Saraev L.A. Model of interaction between product and process innovative potential of a manufacturing enterprise. Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i Upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and management, 2024, Vol. 15, No. 2. – pp. 9–28. EDN:HOKKRH