



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 339.9

Дата поступления: 13.06.2023

рецензирования: 02.08.2023

принятия: 30.11.2023

**Моделирование влияния инвестиций на экологические процессы
и процессы формирования основных производственных фондов**

В.Д. Богатырев

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
г. Самара, Российская Федерация

E-mail: samelev@rambler.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1732-9542>

Е.П. Ростова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
г. Самара, Российская Федерация

E-mail: el_rostova@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6432-6590>

Аннотация: В статье рассматриваются макроэкономические процессы промышленного производства, инвестирования и загрязнения окружающей среды. Моделирование осуществляется при помощи аппарата дифференциальных уравнений путем модификации модели Р. Солоу. Представлен графический анализ уравнений и полученных решений в виде фазового портрета. Выявлены характерные особенности интегральных кривых при различных значениях параметров уравнений. Проведено моделирование на основе статистических данных Российской Федерации за период 2011–2022 годов. В результате моделирования получены линии, соответствующие процессам с низкими инвестиционными вложениями, направленными на снижение отходов производства и потребления, и высоким значением инвестиций в основные фонды.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения; моделирование; загрязнение окружающей среды; инвестиции; отходы производства; ВВП; основные фонды

Цитирование. Богатырев В.Д., Ростова Е.П. Моделирование влияния инвестиций на экологические процессы и процессы формирования основных производственных фондов // Вестник Самарского университета. Экономика и управление Vestnik of Samara University. Economics and Management. 2023. Т. 14, № 4. С. 166–173. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2023-14-4-166-173>.

Информация о конфликте интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Богатырев В.Д., Ростова Е.П., 2023

Владимир Дмитриевич Богатырев – доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой экономики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Елена Павловна Ростова – доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры математических методов в экономике, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

SCIENTIFIC ARTICLE

Submitted: 13.06.2023

Revised: 02.08.2023

Accepted: 30.11.2023

**Modeling the impact of investments on environmental processes
and the formation of fixed assets**

V.D. Bogatyrev

Samara National Research University, Samara, Russian Federation

E-mail: samelev@rambler.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1732-9542>

E.P. Rostova

Samara National Research University, Samara, Russian Federation

E-mail: el_rostova@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6432-6590>

Abstract: The article examines the macroeconomic processes of industrial production, investment and environmental pollution. Modeling is carried out using the apparatus of differential equations by modifying the R. Solow model. A graphical analysis of the equations and the solutions obtained is presented in the form of a phase portrait. The characteristic features of integral curves for different values of equation parameters are revealed. The modeling is based on statistical data of the Russian Federation for the period 2011–2022. As a result of the simulation, lines corresponding to processes with low investment investments aimed at reducing production and consumption waste and high value of investments in fixed assets were obtained.

Key words: differential equations; modeling; environmental pollution; investments; production waste; GDP; fixed assets.

Citation. Bogatyrev V.D., Rostova E.P. Modeling the impact of investments on environmental processes and the processes of formation of fixed production assets. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika I upravlenie Vestnik of the Samara University. Economics and Management*, 2023, vol. 14, no. 4, pp. 166–173. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2023-14-4-166-173>.

Information on the conflict of interest: authors declare no conflict of interest.

© **Bogatyrev V.D., Rostova E.P., 2023**

Vladimir D. Bogatyrev – Doctor of Economics, professor, head the Department of Economics, Samara National Research University, 34, Moskovskoe shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Elena P. Rostova – Doctor of Economics, associate professor, professor of the Department of mathematical methods in Economics, Samara National Research University, 34, Moskovskoe shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Введение

Вопросы математического моделирования экономических процессов рассматриваются различными авторами достаточно давно. В. Петти в 1863 году в предисловии к «Политической арифметике», изданной в 1899 году, аргументировал применение «чисел, весов и мер» для описания социально-экономических процессов [1]. С течением времени экономико-математическое моделирование развивается и использует различные подходы, основанные на методах классического математического аппарата и нового инструментария, появившегося при исследовании специальных задач. Методы дифференциального исчисления при исследовании экономических процессов и явлений используются для анализа скорости роста показателей, чувствительности к одному из факторов и т.д. Применение дифференциальных уравнений для описания процессов, явлений и свойств объекта распространено в различных областях науки. Дифференциальные уравнения позволяют разработать модели, отражающие изменения исследуемых показателей во времени, при перемещении (изменении координат), а также под влиянием других параметров.

В экономике дифференциальные уравнения применяются для описания динамики рыночных механизмов (модель Л. Вальраса) [2], анализа эффективности рекламы [3], инфляции (модель Ф.Кейгана) [4], организации рекламной компании (модель Нерлова-Эрроу) [5] и т. д. Глобальный экономический процесс в совокупности с экологическими аспектами впервые был описан Дж. Форрестером в работе «Мировая динамика» [6] – в одну модель были объединены демографические, экономические процессы и процессы загрязнения окружающей среды. В 1971–1972 годах Дж. Форрестером были созданы модели мировой динамики «Мир-1» и «Мир-2». Данное направление было развито в работах таких ученых, как Д. Медоуз, Н.Н. Моисеев.

Методы и модели

Рассмотрим моделирование макроэкономических процессов с учетом актуальной темы – «зеленых» инвестиций, влияния жизнедеятельности человека на окружающую среду. Большинство известных экономических моделей были предложены в XX веке, когда вопросы экологии не стояли так остро и проблемам снижения вредных выбросов не уделялось столько внимания. Известные модели постепенно дополняются и совершенствуются различными авторами с целью актуализации моделей и повышения их точности.

Динамика изменения производства, капитала, населения и инфляции описана в модели Р. Солоу [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \gamma L, \\ \frac{dK}{dt} &= -\mu K + r(1-a)F(K, L), \\ C &= (1-r)(1-a)F(K, L), \end{aligned}$$

где L – число занятых в производстве, γ – годовой темп прироста занятых в производстве, K – объем производственных фондов, μ – коэффициент износа производственных фондов, $r(1-a)F(K, L)$ – инвестиции, C – объем фондов непроизводственного потребления, $F(K, L)$ – годовой выпуск.

Однако, в модели не учитываются аспекты, связанные с загрязнением окружающей среды и охраной природы. В момент создания модели, вопросы экологии в экономических исследованиях не были столь актуальны. В настоящее время тема «зеленых» инвестиций и экологичности производства выходит на первый план и привлекает возрастающее число исследователей [8 – 10].

Используем модель Р. Солоу для описания процесса производства и его взаимосвязи с вредными выбросами, для чего внесем в первоначальный вариант модели некоторые корректировки. Пусть I_K – инвестиции в основные фонды, K – производственные фонды, X – выработанные отходы потребления и производства, I_X – затраты на снижение отходов. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta K &= -\mu \cdot K \cdot \Delta t + I_K \Delta t, \\ \Delta X &= \xi \cdot X \cdot \Delta t - I_X \Delta t, \end{aligned}$$

где μ – темп выбытия основных фондов, ξ – темп увеличения выработанных отходов потребления и производства.

Инвестиции зависят от валового внутреннего продукта Q : $I = I(Q)$. При этом $I_K = \alpha I$, $I_X = \beta I$, где α – часть инвестиций в основные фонды в общей сумме инвестиций, β – часть инвестиций, направленная на снижение выработанных отходов, $\alpha + \beta \leq 1$. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta K &= -\mu \cdot K \cdot \Delta t + \alpha \cdot I(Q) \cdot \Delta t, \\ \Delta X &= \xi \cdot X \cdot \Delta t - \beta \cdot I(Q) \cdot \Delta t. \end{aligned}$$

Разделим уравнения на Δt и получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta K}{\Delta t} &= -\mu \cdot K + \alpha \cdot I(Q), \\ \frac{\Delta X}{\Delta t} &= \xi \cdot X - \beta \cdot I(Q). \end{aligned}$$

При стремлении Δt к нулю в пределе будем иметь следующие выражения

$$\dot{K} = -\mu \cdot K + \alpha \cdot I(Q), \quad (1)$$

$$\dot{X} = \xi \cdot X - \beta \cdot I(Q). \quad (2)$$

Полученные уравнения позволяют описать изменение основных фондов и объема отходов производства. Построим линии уровня уравнений (1), (2) для анализа соотношения темпов роста и абсолютных значений производственных фондов K и отходов X .

Введем новые переменные $\dot{K} = u$, $K = v$, тогда (1) перепишем в виде $u = -\mu \cdot v + \alpha \cdot I(Q)$. После преобразований получим: $\frac{u}{\alpha \cdot I(Q)} + \frac{v}{\alpha \cdot I(Q)} \cdot \frac{1}{\mu} = 1$. При размере инвестиций $I = const$, получаем ли-

нию уровня, изображенную на рисунке 1.

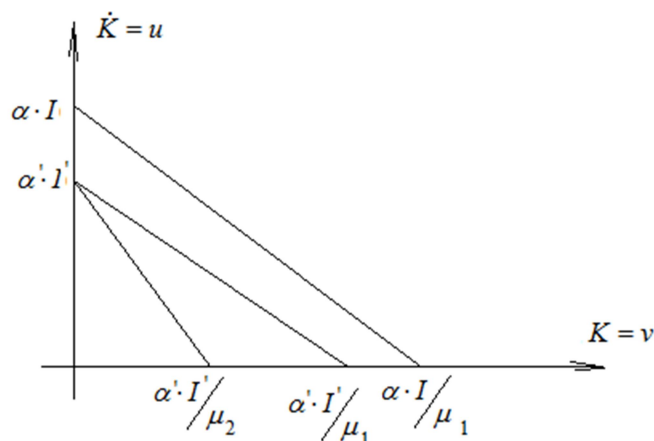


Рисунок 1 – Линии уровня для уравнения (1)
 Figure 1 – Level lines for equation (1)

Максимально возможный уровень роста производственных фондов равен $\alpha \cdot I$, максимальный уровень фондов K составляет $\alpha \cdot I / \mu$. При изменении значения параметра α или инвестиций I , линия уровня перемещается параллельно ($\alpha' < \alpha$, $I' < I$). При изменении параметра μ , меняется угол наклона линии уровня ($\mu_1 < \mu_2$).

Аналогично получаем для уравнения (2) линию уровня $\frac{t}{-\beta \cdot I} + \frac{z}{\beta \cdot I / \xi} = 1$, где $\dot{X} = t$, $X = z$.

График линии уровня для отходов производства X представлен на рисунке 2.

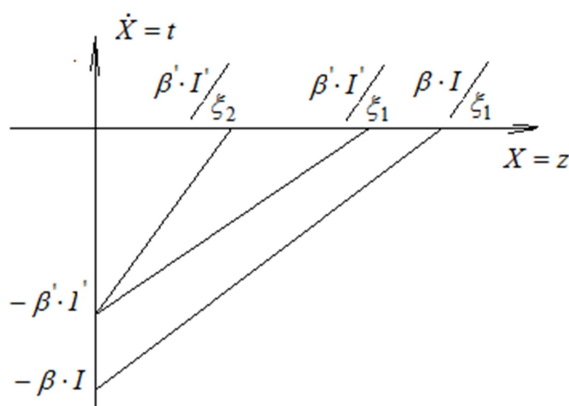


Рисунок 2 – Линии уровня для уравнения (2)
 Figure 2 – Level lines for equation (2)

Темп роста отходов производства отрицательный и его наименьшее значение равно $-\beta \cdot I$, размер отходов достигает максимального уровня $\beta \cdot I / \xi$. При изменении темпов увеличения отходов ξ линия уровня меняет угол наклона ($\xi_1 < \xi_2$). Варьирование значения параметра β и размера инвестиций I перемещает линию уровня параллельно.

Решим полученные дифференциальные уравнения (1) и (2).

$$K = \frac{1}{\mu} (\alpha \cdot I(Q) - const_1 \cdot e^{-\mu t}), \quad (3)$$

$$X = \frac{1}{\xi} (\beta \cdot I(Q) + const_2 \cdot e^{\xi t}). \quad (4)$$

Пусть начальные условия заданы следующим образом: $K(t_0)=K_0$, $X(t_0)=X_0$, $Q(t_0)=Q_0$. Будем считать, что $t_0=0$.

$$K = \frac{1}{\mu} \left(\alpha \cdot I(Q) - e^{-\mu t} (\alpha \cdot I(Q_0) - \mu K_0) \right), \quad (5)$$

$$X = \frac{1}{\xi} \left(\beta \cdot I(Q) + e^{\xi t} (\xi \cdot X_0 - \beta \cdot I(Q_0)) \right). \quad (6)$$

Построим интегральные кривые для полученных решений (5), (6) (рисунок 3).

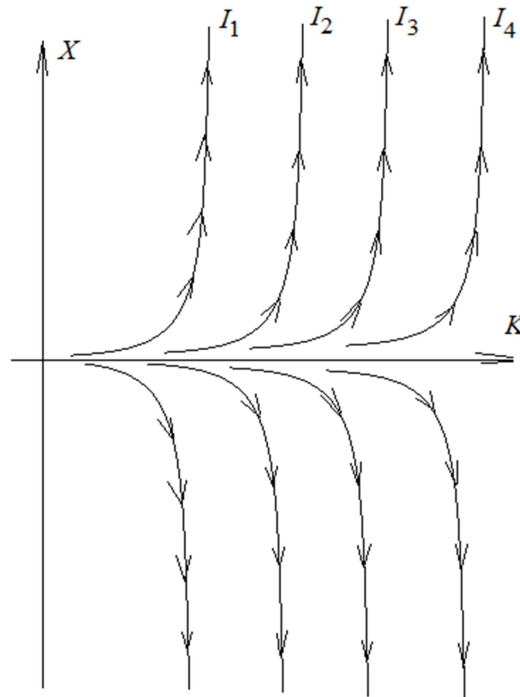


Рисунок 3 – Фазовый портрет решения системы (1), (2) для $\alpha \gg \beta$
 Figure 3 – Phase portrait of the solution of the system (1), (2) for $\alpha \gg \beta$

При этом интегральные кривые расположены в первой четверти при условии $\beta \cdot I(Q) + e^{\xi t} (\xi \cdot X_0 - \beta \cdot I(Q_0)) > 0$. Для графика рисунка 3 характерно значительное превышение α над β , то есть инвестирование в основные фонды значительно превышает затраты на снижение выработанных отходов. Линии построены для различных значений инвестиций $I (I_1 < I_2 < I_3 < I_4)$.

В случае доминирования инвестиционных вложений в снижение вредных выбросов над инвестициями в основные фонды, однопараметрическое семейство интегральных кривых будет выглядеть, как изображено на рисунке 4.

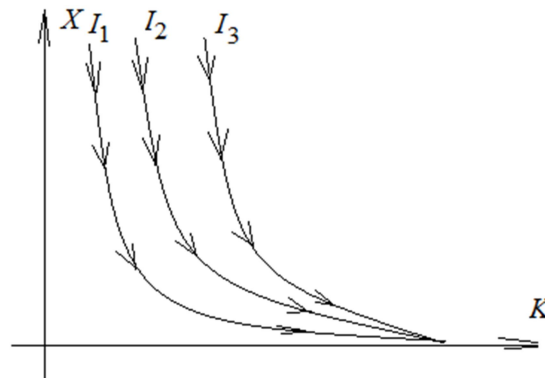


Рисунок 4 – Фазовый портрет решения системы (1), (2) для $\alpha \ll \beta$
 Figure 4 – Phase portrait of the solution of the system (1), (2) for $\alpha \ll \beta$

В случае значительного увеличения инвестиций в снижение вредных выбросов объем загрязнения с течением времени снижается. На графике изображены линии для различных значений инвестиций I ($I_1 < I_2 < I_3$).

Варьирование параметров модели позволяет получать различные фазовые портреты системы (1), (2). Развитие процесса во времени поможет проанализировать эффективность регулирования экономических и экологических процессов.

Результаты

Воспользуемся разработанной моделью (5), (6) для анализа показателей Российской Федерации. Ретроспективные данные представлены за период 2011–2022 гг. [11]. Доля инвестиций в основные фонды от ВВП ежегодно за исследуемый период в среднем составляет $\alpha = 0,178$. Доля инвестиций, направленных на охрану окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов от ВВП ежегодно за исследуемый период в среднем составляет $\beta = 0,0018$. Коэффициент выбытия основных фондов ежегодно в среднем за исследуемый период составил $\mu = 0,00691$. Темп роста образованных отходов производства и потребления ежегодно в среднем за исследуемый период составил $\xi = 1,0734$. Начальные условия для 2011 года $K_0 = 108001,247$ млрд руб., $X_0 = 4303,3$ млн тонн, $\alpha I(Q_0) = 11035,652$ млрд руб., $\beta I(Q_0) = 95,662$ млрд руб. Подставим рассчитанные параметры и построенные функции в модель (5), (6) и получим модель следующего вида

$$K = \frac{1}{0,0069} \left(0,178I - 10289,363e^{-0,0069 t} \right), \quad (7)$$

$$X = \frac{1}{1,0743} \left(0,0018I + 4523,5e^{1,0734 t} \right). \quad (8)$$

Графическая иллюстрация полученных функций (7) и (8) представлена на рисунке 5 при различных значениях инвестиций I .

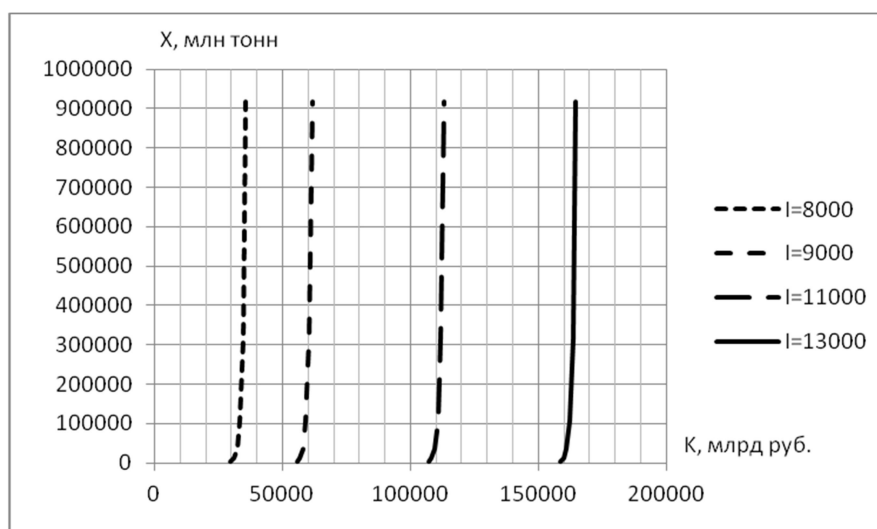


Рисунок 5 – Графики изменений X и K при $t=0.5$

Figure 5 – Graphs of changes in X and K at $t=0.5$

Полученные графики соответствуют фазовому портрету при малых инвестициях на снижение вредных выбросов и значительной доли инвестиций в основные фонды.

Выводы

В статье предложены математические модели, описывающие макроэкономические процессы инвестиционной деятельности. В частности, рассмотрены инвестиции в основные фонды и расходы на снижение отходов производства и потребления. Модель представляет собой модификацию модели Р. Солоу, в которую добавлены переменные, характеризующие процессы загрязнения окружающей среды.

Дифференциальные уравнения позволяют рассмотреть развитие исследуемых процессов в динамике и влияние параметров на поведение переменных. Полученные фазовые портреты для дифференциальных уравнений иллюстрируют различное изменение основных фондов и объемов отходов производства.

Разработанные модели апробированы на статистических данных Российской Федерации за период 2011–2022 годов. Результат моделирования позволил сделать вывод о значительном превышении инвестиций в основные фонды над расходами на снижение вредных выбросов. Данная ситуация характерна значительным увеличением отходов производства с течением времени на фоне не столь существенного увеличения основных фондов. Можно сказать, что наращивая основные производственные фонды, экономика стимулирует увеличение объема производства, что на фоне малых вложений в снижение вредных выбросов приведет к существенному загрязнению окружающей среды.

Библиографический список

1. The Economic Writings of Sir William Petty. Edited by Ch.H. Hull. Vol. 1. Cambridge, 1899, 240 p. Available at: https://en.wikisource.org/wiki/The_Economic_Writings_of_Sir_William_Petty/Volume_1.
2. Walras Léon. Elements of Pure Economics. London: Routledge, 2003. 624 p. DOI: <https://doi.org/10.4324/9781315888958>.
3. Кукленкова А.А. Применение дифференциальных уравнений в моделировании экономических процессов // Научное обозрение. Педагогические науки. 2019. № 4–3. С. 60–63. URL: <https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=2120> (дата обращения: 16.05.2023).
4. Официальный сайт Высшей школы экономики. Раздел «Лекции». URL: <https://linis.hse.ru/data/2014/09/04/1316344946/лекция%206.pdf>.
5. Nerlove M., Arrow K.J. Optimal Advertising Policy Under Dynamic Conditions // In: Mathematical Models in Marketing. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol 132. Berlin, Heidelberg: Springer, pp. 167–168. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-51565-1_54.
6. Forrester Jay W. World dynamics. Cambridge, Massachusetts: Wright-Allen Press, 1971. 167 p. URL: https://archive.org/details/worlddynamics00forr_3du.
7. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // The Quarterly Journal of Economics. February 1956. Vol. 70, no. 1. P. 65–94. URL: <http://piketty.pse.ens.fr/files/Solow1956.pdf>.
8. Боркова Е.А., Изусова М.Р., Гематдинова К.А. «Зеленые» инвестиции как фактор устойчивого развития экономики стран мира // Креативная экономика. 2019. Т. 13, № 12. С. 2315–2326. DOI: <https://doi.org/10.18334/ce.13.12.41522>. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42441855>. EDN: <https://www.elibrary.ru/wkgvrm>.
9. Клавдиенко В.П., Зубарева О.В. Инвестиции в «зеленую» энергетику: мировые тренды и Россия // Проблемы современной экономики. 2020. № 1 (73). С. 184–187. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42754843>. EDN: <https://www.elibrary.ru/uuyiyy>.
10. Коданева С.И. «Зеленые инвестиции» в России и за рубежом: проблемы, механизмы, перспективы // Россия и современный мир. 2020. № 3 (108). С. 68–88. DOI: <http://doi.org/10.31249/rsm/2020.03.05>. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44056067>. EDN: <https://www.elibrary.ru/selndg>.
11. Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики. URL: <https://rosstat.gov.ru/> (дата обращения: 16.05.2023).

References

1. The Economic Writings of Sir William Petty. Edited by Ch.H. Hull. Vol. 1. Cambridge, 1899, 240 p. Available at: https://en.wikisource.org/wiki/The_Economic_Writings_of_Sir_William_Petty/Volume_1.
2. Walras Léon. Elements of Pure Economics. London: Routledge, 2003. 624 p. DOI: <https://doi.org/10.4324/9781315888958>.
3. Kuklenkova A.A. Application of differential equations in modeling economic processes. *Scientific Review. Pedagogical Sciences*, 2019, no. 4-3, pp. 60–63. Available at: <https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=2120> (accessed 16.05.2023). (In Russ.)

4. Official website of the Higher School of Economics. Section «Lectures». Available at: <https://linis.hse.ru/data/2014/09/04/1316344946/lecture%206.pdf>. (In Russ.)
5. Nerlove M., Arrow K.J. Optimal advertising policy under dynamic conditions. In: *Mathematical Models in Marketing. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol 132*. Berlin, Heidelberg: Springer, pp. 167–168. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-51565-1_54.
6. Forrester Jay W. World dynamics. Cambridge, Massachusetts: Wright-Allen Press, 1971, 167 p. Available at: https://archive.org/details/worlddynamics00forr_3du.
7. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, February 1956, vol. 70, no. 1, pp. 65–94. Available at: <http://piketty.pse.ens.fr/files/Solow1956.pdf>.
8. Borkova E.A., Izusova M.R., Gematdinova K.A. Green investments as a factor of the sustainable development of world economies. *Creative Economy*, 2019, vol. 13, no. 12, pp. 2315–2326. DOI: <https://doi.org/10.18334/ce.13.12.41522>. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42441855>. EDN: <https://www.elibrary.ru/wkgvrm>. (In Russ.)
9. Klavdienko V.P., Zubareva O.V. Investments into «green» energy: global trends and Russia. *Problems of Modern Economics*, 2020, no. 1 (73), pp. 184–187. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42754843>. EDN: <https://www.elibrary.ru/uyyiy>. (In Russ.)
10. Kodaneva S.I. «Green Investments» in Russia and Abroad: Problems, Mechanisms, and Prospects. *Russia and the contemporary world*, 2020, no. 3 (108), pp. 68–88. DOI: <http://doi.org/10.31249/rsm/2020.03.05>. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44056067>. EDN: <https://www.elibrary.ru/seIndg>. (In Russ.)
11. Official website of the Federal State Statistics Service. Available at: <https://rosstat.gov.ru/> (accessed 16.05.2023). (In Russ.)