



НАУЧНАЯ СТАТЬЯ

УДК 330.42

Дата поступления: 20.07.2022
рецензирования: 29.08.2022
принятия: 28.09.2022

К теории взаимодействия связанных экономических систем

Е.А. Ильина

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
г. Самара, Российская Федерация

E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2590-6138>

Л.А. Сараев

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
г. Самара, Российская Федерация

E-mail: saraev_leo@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

Аннотация: В публикуемой статье исследуется процесс взаимодействия нескольких связанных экономических систем, которые, с одной стороны, конкурируют между собой за основные фонды, необходимый человеческий капитал и природные ресурсы. С другой стороны, они, дополняя и развивая друг друга, образуют единый комплекс, внутри которого производятся совместные блага, происходит обмен товарами, услугами и финансовыми средствами и т. д. Предложена экономико-математическая модель динамики развития и взаимодействия связанных экономических систем, учитывающая как их конкурентную борьбу за ресурсы, так и их кооперацию при производстве совместных благ. Эта модель представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, с помощью которых рассчитываются показатели динамики развития связанных систем экономики. Значения этих показателей зависят от соотношения инвестиционных вложений в производство экономических систем и их амортизационных отчислений на восстановление объемов ресурсов и затрат. Особенность представленной модели состоит в том, что производственная функция каждой экономической системы содержит в качестве аргументов не только собственные производственные факторы, но и ресурсы всех остальных рассматриваемых связанных экономических субъектов. Показано, что, управляя выбором норм накопления внутренних инвестиций экономических систем, можно получать различные варианты их взаимодействия. При определенном выборе норм накопления экономические системы могут работать независимо друг от друга. При других нормах одни системы экономики становятся самостоятельными и системообразующими, а остальные системы являются дотационными.

Ключевые слова: амортизация; выпуск продукции; инвестиции; производственная функция; ресурсы; факторы производства; экономическая система.

Цитирование. Ильина Е.А., Сараев Л.А. К теории взаимодействия связанных экономических систем // Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2022. Т. 13, № 3. С. 138–147. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2022-13-3-138-147>.

Информация о конфликте интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

© Ильина Е.А., Сараев Л.А., 2022

Елена Алексеевна Ильина – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Леонид Александрович Сараев – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

SCIENTIFIC ARTICLE

Submitted: 20.07.2022
Revised: 29.08.2022
Accepted: 28.09.2022

On the theory of interaction of related economic systems

Е.А. Ильина

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2590-6138>

Л.А. Сараев

Samara National Research University, Samara, Russian Federation
E-mail: saraev_leo@mail.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3625-5921>

Abstract: In the published article the process of interaction of several related economic systems, which, on the one hand, compete with each other for fixed assets, the necessary human capital and natural resources is examined. On the other hand, they complement and develop each other and form a single complex within which joint goods are produced, goods, services and financial resources are exchanged, etc. An economic-mathematical model of the dynamics of development and interaction of related economic systems is proposed, taking into account both their competition for resources and their cooperation in the production of joint benefits. This model is a system of non-linear differential equations, which are used to calculate indicators of the dynamics of development of related systems of the economy. The values of these indicators depend on the ratio of investment investments in the production of economic systems and their depreciation deductions for the restoration of resources and costs. The peculiarity of the presented model is that the production function of each economic system containing as arguments not only its own production factors, but also the resources of all other considered related economic entities. It is shown that by controlling the choice of the rates of accumulation of internal investments of economic systems, it is possible to obtain various options for their interaction. With a certain choice of accumulation rates, economic systems can operate independently of each other. Under other norms, some systems of the economy become independent and backbone, while the rest of the systems are subsidized.

Key words: depreciation; output; investment; production function; resources; factors of production; economic system.

Citation. Ilyina E.A., Saraev L.A. On the theory of interaction of related economic systems. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2022, vol. 13, no. 3, pp. 138–147. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2022-13-3-138-147>. (In Russ.)

Information on the conflict of interest: authors declare no conflict of interest.

© Ильина Е.А., Сараев Л.А., 2022

Elena A. Ilyina – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Leonid A. Saraev – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

Введение

Взаимодействие связанных экономических систем представляет собой сложный и противоречивый процесс. Для осуществления своего эффективного функционирования каждая такая система должна формировать и поддерживать на соответствующем уровне собственные основные фонды, привлекать необходимый человеческий капитал, использовать определенные природные ресурсы и т. д.

Все это в совокупности приводит к конкурентной борьбе систем за перечисленные производственные факторы. Однако все экономические системы образуют единый комплекс экономики, производят совместные блага, обмениваются товарами, услугами и финансовыми средствами, развивают друг друга.

Взаимосвязь систем экономики на региональном, национальном и международном уровне способствуют интеграционные процессы. Этому способствуют такие формы организации производства, как концентрация, специализация, кооперирование и комбинирование.

Для развития связей между различными экономическими системами используется процесс их интеграции, состоящий в структурном объединении экономических субъектов, установлении между ними широких и глубоких производственно-технологических связей, организации параллельной эксплуатации используемых ресурсов и капиталов, осуществлении взаимно благоприятных и безбарьерных условий их экономической деятельности.

Примером таких неразрывно взаимосвязанных экономических систем могут служить отрасли промышленности, добывающие сектора экономики, сельское хозяйство, бюджетно-финансовые средства государства, кластеры, образованные различными предприятиями, и т. д. Поэтому проблема прогнозирования закономерностей динамики развития подобных систем экономики является особенно актуальной.

Построение соответствующих экономико-математических моделей позволяет проводить реальный анализ деятельности экономических систем, достаточно точно описать динамику выпуска продукции и привлекаемых ресурсов. Основы теории экономического развития экономических систем подробно представлены в работах [1–6].

На базе этих теоретических положений создан целый спектр моделей роста экономических систем, учитывающий роль различных технических инноваций и информационных технологий [7–11].

Динамика развития систем экономики определяется взаимодействием инвестиционных вложений в отраслевые производства и амортизационных отчислений на восстановление объемов ресурсов и затрат. Одним из главных математических инструментов для построения моделей развития экономических субъектов является аппарат дифференциальных уравнений и их систем [12–20].

Целью публикуемой работы стала разработка новой экономико-математической модели динамики развития и взаимодействия связанных экономических систем, которая помимо конкурентной борьбы систем за ресурсы учитывает их кооперацию при производстве совместных благ, обмене товарами, услугами и финансовыми средствами.

Научная новизна предлагаемой модели заключается в использовании для экономических субъектов производственных функций, содержащих в качестве аргументов производственные факторы всех рассматриваемых связанных экономических систем.

1. Постановка задачи

Рассмотрим экономическую систему, образованную произвольным числом совместно взаимодействующих отраслей народного хозяйства. Объемы выручки этих отраслей V_1, V_2, \dots, V_n обеспечиваются соответствующими объемами определенных ресурсов Q_1, Q_2, \dots, Q_n , которые включают в себя объемы основных капиталов, производственных фондов, трудовых ресурсов, используемые в производстве материалы, применяемые технологии, инновации и т. д.

Выпуски продукции отраслями V_1, V_2, \dots, V_n полностью определяются факторами производства Q_1, Q_2, \dots, Q_n с помощью производственных функций. Предполагается, что рассматриваемые взаимосвязанные экономические системы существовать отдельно друг от друга не могут. Обнуление ресурсов одной системы и прекращение ее деятельности приводит к прекращению деятельности всех других систем, поэтому производственные функции для них имеют общий вид

$$V_i = V_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_n), (i = 1, 2, \dots, n). \quad (1.1)$$

Ограничимся в соотношениях (1.1) мультипликативными функциями

$$V_i = P_i \cdot \prod_{s=1}^n Q_s^{a_{is}}. \quad (1.2)$$

Здесь a_{is} , ($0 \leq a_{is} \leq 1$) – эластичности выручки по ресурсам Q_s , P_i – выручка, соответствующая единичным объемам ресурсов.

Непрерывные и непрерывно дифференцируемые функции $Q_i = Q_i(t)$ ограничены на временном интервале ($0 \leq t < \infty$)

$$Q_i^0 \leq Q_i(t) \leq Q_i^\infty,$$

где Q_i^0 , Q_i^∞ – начальные и предельные значения факторов производства. Значения Q_i^0 считаются заданными, значения Q_i^∞ подлежат вычислению.

Динамика развития рассматриваемых систем может быть описана уравнениями балансов для объемов факторов производства $Q_i = Q_i(t)$.

За время Δt на малом отрезке $[t, t + \Delta t]$ изменения объемов ресурсов $\Delta Q_i = Q_i(t + \Delta t) - Q_i(t)$ можно разделить на два слагаемых:

$$\Delta Q_i(t) = \Delta Q_i^A(t) + \Delta Q_i^I(t), (s = 1, 2, \dots, n), \quad (1.3)$$

где $\Delta Q_i^A(t)$ – изменения факторов производства за счет механизмов амортизации, $\Delta Q_i^I(t)$ – изменения восстановления факторов производства за счет внутренних инвестиций в рассматриваемые экономические субъекты.

Величины $\Delta Q_i^A(t)$ могут быть представлены в виде

$$\Delta Q_i^A(t) = -A_i \cdot \theta(t) \cdot Q_i(t) \cdot \Delta t \quad (1.4)$$

где A_i – коэффициенты амортизации, выражающие доли выбывших в единицу времени объемов ресурсов.

Величины $\Delta Q_i^I(t)$ могут быть записаны с помощью выражения

$$\Delta Q_i^I(t) = \theta(t) \cdot \sum_{s=1}^n I_{is}(t) \cdot \Delta t, \quad (1.5)$$

или

$$\Delta Q_i^I(t) = \theta(t) \cdot \sum_{s=1}^n B_{is} \cdot V_s(t) \cdot \Delta t, \quad (1.6)$$

где $I_{is}(t) = B_{is} \cdot V_s(t)$ – инвестиции, вложенные в систему с номером i системой с номером s в момент времени t , B_{is} – нормы накопления внутренних инвестиций, $\theta(t)$ – функция, описывающая относительную скорость развития экономических систем.

Подстановка в формулы (1.6) выражений для производственных функций (1.2) дает

$$\Delta Q_i^I = \theta(t) \cdot \left(\sum_{s=1}^n B_{is} \cdot P_s \cdot \prod_{p=1}^n Q_s^{a_{sp}} \right) \cdot \Delta t. \quad (1.7)$$

Таким образом, с помощью формул (1.4) и (1.7) уравнение баланса (1.3) принимает вид

$$\Delta Q_i = \theta(t) \cdot \left(-A_i \cdot Q_i + \sum_{s=1}^n B_{is} \cdot P_s \cdot \prod_{p=1}^n Q_s^{a_{sp}} \right) \cdot \Delta t. \quad (1.8)$$

Предельный переход при $\Delta t \rightarrow 0$ в соотношениях (1.8), приводит к системе нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dQ_i}{dt} = \theta(t) \cdot \left(-A_i \cdot Q_i + \sum_{s=1}^n B_{is} \cdot P_s \cdot \prod_{p=1}^n Q_s^{a_{sp}} \right) \quad (1.9)$$

с начальными условиями

$$Q_i|_{t=0} = Q_i(0) = Q_i^0. \quad (1.10)$$

Внешние воздействия на рассматриваемые экономические системы задаются в структуре системы дифференциальных уравнений (1.9) функцией $\theta = \theta(t)$, которая описывает скорость развития производственных факторов.

Стабильное и поступательное развитие систем соответствует постоянной и единичной функции $\theta(t) \equiv 1$. Отклонения ее значений на некотором временном интервале от единицы в сторону уменьшения будут соответствовать замедлению процесса развития систем, их временной остановке во время смены технологий производства, частичному сворачиванию производства.

Полную или частичную замену технологического оборудования производств экономической системы на временном интервале времени $(t^* - \sigma, t^* + \sigma)$ удобно описывать функцией [16]:

$$\theta(t) = 1 - \omega \cdot \exp\left(-\frac{(t-t^*)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right), \quad (1.11)$$

где ω – наибольший размер отклонения функции $\theta(t)$ от единицы, t^* – центр временного интервала, σ – радиус временного интервала.

При $\omega = 0$ системы будут работать стабильно, при $0 < \omega < 1$ в окрестности точки $t = t^*$ рост функций $Q_i(t)$ будет замедляться, при $\omega = 1$ в момент времени $t = t^*$ рост функций $Q_i(t)$ прекратится и на интервале времени $(t^* - \sigma, t^* + \sigma)$ будет происходить переоснащение производств, при $\omega > 1$ на интервале времени $(t^* - \sigma, t^* + \sigma)$ будет происходить переоснащение производств, сопровождаемое их некоторым сворачиванием.

Если эффекты стагнации и сворачивание производств экономических систем происходят в различные моменты времени неоднократно, то вместо функции (1.11) целесообразно выбрать произведение функций [16–20]:

$$\Theta = \prod_{s=1}^n \theta_s(t) = \prod_{s=1}^n \left(1 - \omega_s \cdot \exp\left(-\frac{(t-t_s^*)^2}{2 \cdot \sigma_s^2}\right) \right). \quad (1.12)$$

Структура уравнений баланса (1.9) показывает, что предприятие будет развиваться при условии $\frac{dQ_i(t)}{dt} \geq 0$, которое означает что, объемы внутренних инвестиций превосходят объемы амортизационных отчислений.

Предельные значения Q_i^∞ объемов производственных факторов $Q_i = Q_i(t)$ находятся из уравнений:

$$-A_i \cdot Q_i + \sum_{s=1}^n B_{is} \cdot P_s \cdot \prod_{p=1}^n Q_s^{a_{sp}} = 0. \quad (1.13)$$

Задачу Коши (1.9), (1.10) и систему уравнений (1.13) можно решить только численно.

Варианты развития отраслей, согласно построенной математической модели, определяются коэффициентами норм накопления внутренних инвестиций B_{ij} .

2. Модель взаимодействия двух связанных систем экономики

Рассмотрим модель совместного существования и взаимодействия двух экономических систем.

Объемы выручки обеих систем V_1 и V_2 обеспечиваются объемами определенных ресурсов. Эти ресурсы включают в себя объемы основных капиталов, производственных фондов, трудовых ресурсов, используемые в производстве материалы, применяемые технологии, инновации и т. д.

Для каждой системы все эти ресурсы объединим в интегральные ресурсы в виде некоторых объемов факторов производства Q_1 и Q_2 .

Выпуски продукции экономическими системами V_1 и V_2 полностью определяются факторами производства Q_1 и Q_2 с помощью производственных функций.

Предполагается, что рассматриваемые взаимосвязанные отрасли существовать отдельно друг от друга не могут. Обнуление ресурсов одной отрасли и прекращение ее деятельности приводит к прекращению деятельности и другой отрасли, поэтому производственные функции для таких отраслей имеют общий вид:

$$\begin{cases} V_1 = V_1(Q_1, Q_2), \\ V_2 = V_2(Q_1, Q_2). \end{cases} \quad (2.1)$$

Ограничимся классической производственной функцией Кобба – Дугласа

$$\begin{cases} V_1 = P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}}, \\ V_2 = P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Приращения объемов факторов производства (1.3) могут быть представлены в виде

$$\begin{cases} \Delta Q_1(t) = \Delta Q_1^A(t) + \Delta Q_1^I(t), \\ \Delta Q_2(t) = \Delta Q_2^A(t) + \Delta Q_2^I(t), \end{cases} \quad (2.3)$$

приращения частичных амортизаций (1.4) принимают вид

$$\begin{cases} \Delta Q_1^A(t) = -A_1 \cdot Q_1(t) \cdot \Delta t, \\ \Delta Q_2^A(t) = -A_2 \cdot Q_2(t) \cdot \Delta t, \end{cases} \quad (2.4)$$

приращения внутренних инвестиций (1.7) определяются соотношениями:

$$\begin{cases} \Delta Q_1^I = (B_{11} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{12} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}}) \cdot \Delta t, \\ \Delta Q_2^I = (B_{21} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{22} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}}) \cdot \Delta t. \end{cases} \quad (2.5)$$

Подстановка формул (2.4) и (2.5) в уравнения баланса (2.3) дает

$$\begin{cases} \Delta Q_1 = (-A_1 \cdot Q_1 + B_{11} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{12} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}}) \cdot \Delta t, \\ \Delta Q_2 = (-A_2 \cdot Q_2 + B_{21} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{22} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}}) \cdot \Delta t. \end{cases} \quad (2.6)$$

Переходя к пределу в соотношениях (2.6) при условии $\Delta t \rightarrow 0$, получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dQ_1}{dt} = -A_1 \cdot Q_1 + B_{11} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{12} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}}, \\ \frac{dQ_2}{dt} = -A_2 \cdot Q_2 + B_{21} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{22} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}}. \end{cases} \quad (2.7)$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} Q_1|_{t=0} = Q_1(0) = Q_1^0, \\ Q_2|_{t=0} = Q_2(0) = Q_2^0, \end{cases} \quad (2.8)$$

Предельные значения объемов производственных факторов Q_1^∞, Q_2^∞ находятся из уравнений:

$$\begin{cases} -A_1 \cdot Q_1 + B_{11} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{12} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}} = 0, \\ -A_2 \cdot Q_2 + B_{21} \cdot P_1 \cdot Q_1^{a_{11}} \cdot Q_2^{a_{12}} + B_{22} \cdot P_2 \cdot Q_1^{a_{21}} \cdot Q_2^{a_{22}} = 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Задачу Коши (2.7), (2.8) и систему уравнений (2.9) можно решить только численно.

На рисунке показаны графики функций $Q_1 = Q_1(t)$ и $Q_2 = Q_2(t)$, построенные по результатам численных решений двух вариантов задачи Коши (2.7), (2.8).

В первом варианте численных расчетов предполагалось, что обе экономические системы работают независимо друг от друга. В этом случае нормы накопления внутренних инвестиций принимались $B_{12} = B_{22} = 0$.

Во втором варианте численных расчетов предполагалось, что первая система является самостоятельной и системообразующей, а вторая система – дотационной. В этом случае нормы накопления внутренних инвестиций принимались $B_{12} = -0,005; B_{22} = 0,01$.

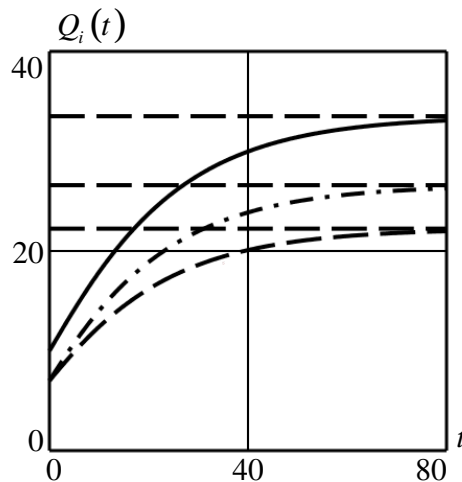


Рисунок – Графики функций $Q_1 = Q_1(t)$ и $Q_2 = Q_2(t)$, построенные по результатам численных решений двух вариантов задачи Коши (2.7), (2.8)

Figure – Graphs of functions $Q_1 = Q_1(t)$ and $Q_2 = Q_2(t)$, constructed from the results of numerical solutions of two variants of the Cauchy problem (2.7), (2.8)

Сплошная линия соответствует развитию первой системы $Q_1 = Q_1(t)$, штриховая линия – самостоятельному развитию второй системы $Q_2 = Q_2(t)$, штрих-пунктирная линия – дотационному развитию второй системы $Q_2 = Q_2(t)$. Расчетные значения: $P_1 = 7,0$; $P_2 = 5,0$; $a_{11} = 0,25$; $a_{12} = 0,22$; $a_{21} = 0,24$; $a_{22} = 0,21$; $A_1 = 0,1$; $A_2 = 0,1$; $B_{11} = 0,1$; $B_{12} = -0,005$; $B_{21} = 0,1$; $B_{22} = 0,01$.

Заключение

Разработана экономико-математическая модель динамики развития и взаимодействия связанных экономических систем, учитывающая как их конкурентную борьбу за ресурсы, так и их кооперацию при производстве совместных благ.

Модель представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, с помощью которых рассчитываются показатели динамики развития связанных систем экономики.

Значения этих показателей зависят от соотношения инвестиционных вложений в производство экономических систем и их амортизационных отчислений на восстановление объемов ресурсов и затрат.

Особенность представленной модели состоит в том, что производственная функция каждой экономической системы содержит в качестве аргументов не только собственные производственные факторы, но и ресурсы всех остальных рассматриваемых связанных экономических субъектов.

Показано, что, управляя выбором норм накопления внутренних инвестиций экономических систем, можно получать различные варианты их взаимодействия. При определенном выборе норм накопления экономические системы могут работать независимо друг от друга. При других нормах одни системы экономики становятся самостоятельными и системообразующими, а остальные системы остаются дотационными.

Библиографический список

1. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. Москва: Наука, 1976, 286 с. URL: <https://www.fb2portal.ru/other/matematicheskaya-teoriya-borby-za-sushchestvovanie/>.
2. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. Москва: Мир, 1978. 311 с. URL: <http://www.sci.aha.ru/ots/doc/book026.pdf>.
3. Глухов В.В., Колобов А.В., Игумнов Е.М. Методика оптимизации набора инструментов для повышения эффективности бизнес-системы // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. 2020. Т. 13, № 5. С. 95–105. DOI: <http://doi.org/10.18721/JE.13507>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bldars>.
4. Романов В.П., Ахмадеев Б.А. Моделирование инновационной экосистемы на основе модели «хищник – жертва» // Бизнес-информатика. 2015. № 1 (31). С. 7–17. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23609921>. EDN: <https://www.elibrary.ru/twrbev>.
5. Волик К.М., Смирнов Н.В. Построение области достижимости в управляемой динамической модели межотраслевого баланса // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т. 2, № 1. С. 597–604. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=24327257>. EDN: <https://www.elibrary.ru/umjerh>.
6. Смирнов Н.В., Смирнова Т.Е. Прогнозирование макроэкономических тенденций и управление многопродуктовой экономикой на основе динамических моделей межотраслевого баланса // Финансы и бизнес. 2015. № 1. С. 42–53. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23841035>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ubsoav>.
7. Смирнов Н.В., Пересада В.П., Гирдюк Д.В., Постнов К.В., Попков А.С. Модель межотраслевого баланса – один из базовых элементов информационного обеспечения работы ситуационных центров регионов // Информатизация и связь. 2019. № 3. С. 20–25. DOI: <http://doi.org/10.34219/2078-8320-2019-10-3-20-25>. EDN: <https://www.elibrary.ru/aezxeq>.
8. Смирнов Н.В., Пересада В.П., Попков А.С., Смирнова Т.Е. Применение динамических балансовых моделей для прогнозирования, планирования и коррекции макроэкономических тенденций // Система распределенных ситуационных центров как основа цифровой трансформации государственного управления. Труды всероссийского форума. Санкт-Петербург, 2018. С. 119–121. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39122693&pf=1>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ohhbzs>.
9. Гирдюк Д.В. Динамическая модель межотраслевого баланса на основе таблиц OECD. URL: https://github.com/iom2020/input_output_modelling (дата обращения: 22.06.2022).
10. Бабкин А.В., Ташенова Л.В., Елисеев Е.В. Цифровой потенциал системообразующего инновационно активного промышленного кластера: понятие, сущность, оценка // Экономика и управление. 2020. Т. 26. № 12 (182). С. 1324–1334. DOI: <http://doi.org/10.35854/1998-1627-2020-12-1324-1334>. EDN: <https://www.elibrary.ru/rsjjxm>.
11. Лутошкин И.В., Липатова С.В., Яраева М.Н. Разработка инструментария оценки деятельности предприятия в условиях цифрового производства // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Экономические науки. 2018. Т. 11, № 6. С. 9–21. DOI: <http://doi.org/10.18721/JE.11601>. EDN: <https://www.elibrary.ru/yukchz>.
12. Нижегородцев Р.М. Модели логистической динамики как инструмент экономического анализа и прогнозирования // Моделирование экономической динамики: риск, оптимизация, прогнозирование. Москва, 1997. С. 34–51.

13. Бадаш Х.З. Экономико-математическая модель экономического роста предприятия // Вестник Удмуртского университета. Серия: Экономика и право. 2009. № 1. С. 5–9. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11700881>. EDN: <https://www.elibrary.ru/jwbhyv>.
14. Кузнецов Ю.А., Мичасова О.В. Сравнительный анализ применения пакетов имитационного моделирования и систем компьютерной математики для анализа моделей теории экономического роста // Экономический анализ: теория и практика. 2007. № 5 (86). С. 23–30. URL: <https://www.fin-izdat.ru/journal/analiz/detail.php?ID=5120>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9337066>. EDN: <https://www.elibrary.ru/hwikhf>.
15. Прасолов А.В. Математические методы экономической динамики. Санкт-Петербург: Лань, 2015. 352 с. URL: <https://knigogid.ru/books/383585-matematicheskie-metody-ekonomicheskoy-dinamiki/toread>.
16. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Трехфакторная математическая модель развития предприятия за счет внутренних и внешних инвестиций // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2020. № 2. С. 77–85. DOI: <http://doi.org/10.17513/vaael.1002>. EDN: <https://www.elibrary.ru/jdatyn>.
17. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Многофакторная математическая модель развития производственного предприятия за счет внутренних и внешних инвестиций // Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2020. Т. 11, № 2. С. 157–165. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-2-157-165>. EDN: <https://www.elibrary.ru/wdbmkv>.
18. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Математические модели стохастической динамики развития предприятий // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки. 2020. Т. 24, № 2. С. 343–364. DOI: <http://doi.org/10.14498/vsgtu1700>. EDN: <https://www.elibrary.ru/mltmba>.
19. Ilyina E.A., Saraev L.A. Predicting the dynamics of the maximum and optimal profits of innovative enterprises // Journal of Physics: Conference Series. 2021, Vol. 1784, p. 012002. DOI: <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1784/1/012002>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xwxltx>.
20. Saraev A.L., Saraev L.A. Mathematical models of the development of industrial enterprises, with the effect of lagging internal and external investments // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1784. P. 012010. DOI: <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1784/1/012010>. EDN: <https://www.elibrary.ru/qvnrzq>.

References

1. Volterra V. Mathematical theory of struggle for existence. Moscow: Nauka, 1976, 286 p. Available at: <https://www.fb2portal.ru/other/matematicheskaya-teoriya-borby-za-sushchestvovanie/>. (In Russ.)
2. Mesarovic M.D., Takahara Ya. General systems theory: mathematical foundations. Moscow: Mir, 1978, 311 p. Available at: <http://www.sci.aha.ru/ots/doc/book026.pdf>. (In Russ.)
3. Glukhov V.V., Kolobov A.V., Igumnov E.M. Technique for optimizing a set of tools to improve the efficiency of a business system. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics*, 2020, vol. 13, no. 5, pp. 95–105. DOI: <http://doi.org/10.18721/JE.13507>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bldars>. (In Russ.)
4. Romanov V.P., Akhmadeev B.A. Innovation ecosystem modeling based on «predator-prey» model. *Biznes-Informatika = Business Informatics*, 2015, no. 1 (31), pp. 7–17. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23609921>. EDN: <https://www.elibrary.ru/twrbev>. (In Russ.)
5. Volik K.M., Smirnov N.V. Construction of the attainability domain for a controlled dynamic input-output model. *Control processes and stability*, 2015, vol. 2, no. 1, pp. 597–604. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=24327257>. EDN: <https://www.elibrary.ru/umjerh>. (In Russ.)
6. Smirnov N.V., Smirnova T.E. Prediction of macroeconomic trends and control of a multicommodity economy based on the dynamic input-output models. *Finance and Business*, 2015, no. 1, pp. 42–53. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23841035>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ubsoav>. (In Russ.)
7. Smirnov N.V., Peresada V.P., Girdyuk D.V., Postnov K.V., Popkov A.S. The input-output model: one of the basic elements of information support for the work of regional situational centers. *Informatization and communication*, 2019, no. 3, pp. 20–25. DOI: <http://doi.org/10.34219/2078-8320-2019-10-3-20-25>. EDN: <https://www.elibrary.ru/aezxeq>. (In Russ.)
8. Smirnov N.V., Peresada V.P., Popkov A.S., Smirnova T.E. Application of dynamic balance models for forecasting, planning and correction of macroeconomic trends. In: *System of distributed situational centers as a*

basis for digital transformation of public administration: proceedings of the All-Russian forum. Saint-Petersburg, 2018, pp. 119–121. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39122693&pff=1>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ohhbzs>. (In Russ.)

9. Girduk D.V. Dynamic Input Output Model Based on OECD Tables. Available at: https://github.com/iom2020/input_output_modelling (accessed 22.06.2022) (In Russ.)

10. Babkin A.V., Tashenova L.V., Eliseev E.V. Digital Potential of a Systemically Important Innovation-Active Industrial Cluster: Concept, Essence, Assessment. *Economics and Management*, 2020, vol. 26, no. 12 (182), pp. 1324–1334. DOI: <http://doi.org/10.35854/1998-1627-2020-12-1324-1334>. EDN: <https://www.elibrary.ru/rsjxm>. (In Russ.)

11. Lutoshkin I.V., Lipatova S.V., Yardaeva M.N. Developing a toolbox for evaluating enterprise performance in the conditions of digital production. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics*, 2018, vol. 11, no. 6, pp. 9–21. DOI: <http://doi.org/10.18721/JE.11601>. EDN: <https://www.elibrary.ru/yukchz>. (In Russ.)

12. Nizhegorodtsev R.M. Models of logistics dynamics as a tool for economic analysis and forecasting. In: *Modeling of economic dynamics: risk, optimization, forecasting*. Moscow, 1997, pp. 34–51. (In Russ.)

13. Badash Kh.Z. The economic-mathematical model of the economic growth of enterprises. *Bulletin of Udmurt University. Series Economics and Law*, 2009, no. 1, pp. 5–9. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11700881>. EDN: <https://www.elibrary.ru/jwbhyv>. (In Russ.)

14. Kuznetsov Yu.A., Michasova O.V. Comparative analysis of the application of simulation packages and computer mathematics systems for the analysis of models of the theory of economic growth. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 2007, no. 5 (86), pp. 23–30. Available at: <https://www.fin-izdat.ru/journal/analiz/detail.php?ID=5120>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9337066>. EDN: <https://www.elibrary.ru/hwikhf>. (In Russ.)

15. Prasolov A.V. *Mathematical methods of economic dynamics*. Saint Petersburg: Lan', 2015, 352 p. Available at: <https://knigogid.ru/books/383585-matematicheskie-metody-ekonomicheskoy-dinamiki/toread>. (In Russ.)

16. Saraev A.L., Saraev L.A. Three-factor mathematical model of enterprise development at the account of internal and external investments. *Vestnik Altaiskoi akademii ekonomiki i prava*, 2020, no. 2, pp. 77–85. DOI: <http://doi.org/10.17513/vaael.1002>. EDN: <https://www.elibrary.ru/jdatyn>. (In Russ.)

17. Saraev A.L., Saraev L.A. Multi-factor mathematical model of development of a production enterprise accounted by internal and external investments. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2020, vol. 11, no. 2, pp. 157–165. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-2-157-165>. EDN: <https://www.elibrary.ru/wdbmkv>. (In Russ.)

18. Saraev A.L., Saraev L.A. Stochastic calculation of curves dynamics of enterprise. *Journal of Samara State Technical University. Ser. Physical and Mathematical Sciences*, 2020, vol. 24, no. 2, pp. 343–364. DOI: <http://doi.org/10.14498/vsgtu1700>. EDN: <https://www.elibrary.ru/mltmba>. (In Russ.)

19. Ilyina E.A., Saraev L.A. Predicting the dynamics of the maximum and optimal profits of innovative enterprises. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1784, p. 012002. DOI: <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1784/1/012002>. EDN: <https://www.elibrary.ru/xwxltx>.

20. Saraev A.L., Saraev L.A. Mathematical models of the development of industrial enterprises, with the effect of lagging internal and external investments. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1784, p. 012010. DOI: <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1784/1/012010>. EDN: <https://www.elibrary.ru/qvnrzq>.