

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ В ЗАДАЧЕ СБЛИЖЕНИЯ С МАЛОЙ ТРАНСВЕРСАЛЬНОЙ ТЯГОЙ

© 2018

С. А. Ишков доктор технических наук, профессор, профессор кафедры космического машиностроения;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
ishkov@ssau.ru

Г. А. Филиппов аспирант кафедры космического машиностроения;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королёва;
filippov@ssau.ru

П. В. Фадеенков кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королёва;
fadeenkov@ssau.ru

Рассматривается задача определения оптимального управления по быстродействию сближением в плоскости орбиты с использованием принципа максимума Л. С. Понтрягина. Движение рассматривается в орбитальной цилиндрической системе координат, уравнения которой линеаризованы. Выделены вековые и периодические составляющие относительного движения. Управление движением осуществляется реверсированием трансверсальной составляющей ускорения от тяги. Рассмотрена как общая постановка задачи сближения – совместное управление составляющими движения, так и частные постановки задач управления – управление отдельно вековыми и отдельно периодическими составляющими движения. Решение частных задач управления позволило определить структуру оптимальной программы управления. Коррекция вековых составляющих движения содержит не более двух участков постоянства знака ускорения от тяги. Коррекция периодических составляющих движения состоит из последовательного чередования разгонных и тормозных участков, количество которых на витке не более трёх.

Геостационарная орбита; сближение; малая тяга; оптимальное управление; быстродействие.

Цитирование: Ишков С.А., Филиппов Г.А., Фадеенков П.В. Оптимальные программы управления по быстродействию в задаче сближения с малой трансверсальной тягой // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 4. С. 67-80. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-67-80

Введение

Выведение космического аппарата (КА) на геостационарную орбиту состоит из нескольких этапов. Заключительным является дальнейшее сближение, результатом которого является выведение космического аппарата в окрестность орбитальной позиции [1].

Построению программ управления дальним сближением посвящено значительное число работ. Следует отметить [2], в которой построена дискретная математическая модель относительного движения в равноденственных элементах и предложен подход к решению задачи терминального управления на основе последовательной коррекции составляющих движения.

В [3] для описания движения геостационарного КА использована дискретная линейная стохастическая модель коррекции орбиты кусочно-постоянной малой тягой, в которой программная составляющая управления определяет количество коррекций и моменты их проведения.

В теоретическом аспекте важным является определение структуры «строго» оптимальной программы управления в задаче сближения с малой трансверсальной тягой.

Для исследования оптимальной программы управления применим принцип максимума Л. С. Понтрягина. За критерий оптимизации принят минимум затрат времени, т.е. рассматривается задача о быстродействии.

На первом этапе рассмотрим совместное управление составляющими продольного относительного движения. На втором этапе рассмотрим частные постановки задачи управления – управление отдельно вековыми и отдельно периодическими составляющими движения. Разделение общей задачи управления позволит проанализировать структуру оптимальной программы управления.

Математическая модель движения

Введём в рассмотрение два космических аппарата – активный (АКА), который снабжён электроракетным двигателем малой тяги, и пассивный (ПКА). Движение АКА относительно ПКА рассмотрим в орбитальной цилиндрической системе координат [4]. В соответствии с моделями, предложенными в [5], линеаризуем уравнения, выделим вековые и периодические составляющие относительного движения в плоскости орбиты. Запишем систему дифференциальных уравнений, описывающую движение АКА относительно ПКА в плоскости орбиты ПКА:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{r}_{cp} &= \frac{2}{\lambda} a_T, \\ \Delta \dot{L}_{cp} &= -\frac{3}{2} \lambda \Delta r_{cp} - \frac{2}{\lambda} a_S, \\ \dot{l} &= \frac{1}{\lambda} (a_S \sin \varphi + 2a_T \cos \varphi), \\ \dot{\varphi} &= \lambda + \frac{1}{\lambda l} (a_S \cos \varphi - 2a_T \sin \varphi). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь Δr_{cp} – среднее смещение АКА вдоль радиуса орбиты ПКА; ΔL_{cp} – среднее смещение АКА вдоль орбиты ПКА; l – малая полуось эллипса относительного движения; φ – угол, определяющий положение АКА на эллипсе относительного движения в продольной плоскости; a_S, a_T – соответственно радиальная и трансверсальная составляющие ускорения от тяги; λ – угловая скорость ПКА.

Относительное движение в плоскости орбиты можно рассматривать независимо от бокового движения. Движение в плоскости орбиты можно разделить на вековое и периодическое. Составляющие движения $\Delta r_{cp}, \Delta L_{cp}$ будем считать вековыми, а составляющие l, φ – периодическими.

Система уравнений (1) имеет особенности в четвёртом уравнении. При $l \rightarrow 0$ его правая часть содержит деление на малый параметр. Чтобы избежать вычислительных трудностей, введём новые переменные:

$$\begin{aligned} x &= l \cos \varphi, \\ y &= l \sin \varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Запишем дифференциальные уравнения для переменных (2), продифференцировав их левые и правые части по времени.

Окончательно получим систему уравнений относительного движения:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{r}_{cp} &= \frac{2}{\lambda} a_T, \\ \Delta \dot{L}_{cp} &= -\frac{3}{2} \lambda \Delta r_{cp} - \frac{2}{\lambda} a_S, \\ \dot{x} &= \frac{2}{\lambda} a_T - \lambda y, \\ \dot{y} &= \frac{1}{\lambda} a_S + \lambda x.\end{aligned}\tag{3}$$

В большинстве практических задач управление продольными составляющими движения осуществляется трансверсальной тягой.

Для такой постановки система (3) примет вид:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{r}_{cp} &= 2 \frac{a}{\lambda} \delta \beta, \\ \Delta \dot{L}_{cp} &= -\frac{3}{2} \lambda \Delta r_{cp}, \\ \dot{x} &= 2 \frac{a}{\lambda} \delta \beta - \lambda y, \\ \dot{y} &= \lambda x.\end{aligned}\tag{4}$$

Здесь δ, β – параметры управления, которые необходимо определить: $\delta = \{-1; 1\}$ – функция знака ускорения от тяги, $\beta = \{0; 1\}$ – функция включения двигателя.

Система уравнений (3) имеет следующие граничные условия:

$$\begin{aligned}t = 0: \quad \Delta r_{cp} &= \Delta r_{cp_0}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp_0}, \quad x = l_0 \cos(\varphi_0), \quad y = l_0 \sin(\varphi_0); \\ t = t_k: \quad \Delta r_{cp} &= \Delta r_{cp_k}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp_k}, \quad \sqrt{x_k^2 + y_k^2} = l_k.\end{aligned}\tag{5}$$

В граничных условиях (5) в конечный момент времени возникает особенность – составляющие движения x_k, y_k не заданы.

Затраты характеристической скорости V_x и времени t определяются интегрированием уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{V}_x &= a \beta, \\ \dot{t} &= 1.\end{aligned}$$

Задачу управления сформулируем следующим образом: для системы уравнений (4) с граничными условиями (5) найти оптимальные зависимости функции знака ускорения от тяги δ и функции включения тяги β от времени, обеспечивающие минимум времени сближения.

Совместное оптимальное управление

С применением принципа максимума определим оптимальную программу совместного управления продольными составляющими относительного движения.

Выпишем используемые уравнения движения:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{r}_{cp} &= 2 \frac{a}{\lambda} \delta\beta, \\ \Delta \dot{L}_{cp} &= -\frac{3}{2} \lambda \Delta r_{cp}, \\ \dot{x} &= 2 \frac{a}{\lambda} \delta\beta - \lambda y, \\ \dot{y} &= \lambda x, \\ \dot{t} &= 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Запишем граничные условия решаемой задачи:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad \Delta r_{cp} &= \Delta r_{cp_0}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp_0}, \quad x = x_0, \quad y = y_0; \\ t = t_k: \quad \Delta r_{cp} &= \Delta r_{cp_k}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp_k}, \quad \sqrt{x_k^2 + y_k^2} = l_k. \end{aligned} \quad (7)$$

Запишем Гамильтониан системы (6) для критерия минимума времени:

$$H_{сов} = \Psi_{\Delta r_{cp}} 2 \frac{a}{\lambda} \delta\beta - \Psi_{\Delta L_{cp}} \frac{3}{2} \lambda \Delta r_{cp} + \Psi_x \left(2 \frac{a}{\lambda} \delta\beta - \lambda y \right) + \Psi_y \lambda x + \Psi_t. \quad (8)$$

Оптимальное управление в явном виде определяется из необходимых условий максимума функции $H_{сов}$:

$$\begin{aligned} \delta_{сов} &= \text{sign}(\Psi_{\Delta r_{cp}} + \Psi_x), \\ \beta_{сов} &= 1. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнения для сопряжённых переменных имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_{\Delta r_{cp}} &= 1,5 \lambda \Psi_{\Delta L_{cp}}, \\ \dot{\Psi}_{\Delta L_{cp}} &= 0, \\ \dot{\Psi}_x &= -\Psi_y \lambda, \\ \dot{\Psi}_y &= \Psi_x \lambda, \\ \dot{\Psi}_t &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Система уравнений (10) имеет аналитическое решение:

$$\begin{aligned}
 \Psi_{\Delta r_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta L_{cp}}^0 \frac{3}{2} \lambda t + \Psi_{\Delta r_{cp}}^0, \\
 \Psi_{\Delta L_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta L_{cp}}^0, \\
 \Psi_x(t) &= C_1 \sin(\lambda t) + C_2 \cos(\lambda t), \\
 \Psi_y(t) &= -C_1 \cos(\lambda t) + C_2 \sin(\lambda t), \\
 \Psi_t(t) &= -1.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Задача оптимального управления продольными составляющими относительного движения сводится к краевой задаче для систем уравнений(6), (10) с управлением (9) и граничных условий (7).

Подбираемыми параметрами являются величины сопряжённых переменных $\Psi_{\Delta r_{cp}}$, $\Psi_{\Delta L_{cp}}$, Ψ_x и Ψ_y в начальный момент времени.

Начальное приближение для сопряжённых переменных можно определить следующим образом. Гамильтониан (8) на оптимальной траектории равен нулю, что достигается при:

$$\begin{aligned}
 2 \frac{a}{\lambda} \left| \Psi_{\Delta r_{cp}} + \Psi_x \right| &= 0, \\
 x \Psi_y - y \Psi_x &= \frac{1}{\lambda} + 1,5 \Psi_{\Delta L_{cp}} \Delta r_{cp}.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Из (12) определим:

$$\begin{aligned}
 \Psi_x &= -\Psi_{\Delta r_{cp}}, \\
 \Psi_y &= \frac{1}{2} \frac{3\lambda \Delta r_{cp0} \Psi_{\Delta L_{cp}} - 2\Psi_{\Delta r_{cp}} \lambda y + 2}{\lambda x}.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Рассмотрим решение данной задачи при следующих условиях.

Сближение из точки 1:

$$t = 0: \quad \Delta r_{cp} = 368 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = 3680 \text{ км}, \quad x = 55,91 \text{ км}, \quad y = 82,90 \text{ км};$$

$$t = t_{\kappa}: \quad \Delta r_{cp} = 0 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = 0 \text{ км}, \quad \sqrt{x_{\kappa}^2 + y_{\kappa}^2} = 40 \text{ км}.$$

Сближение из точки 2:

$$t = 0: \quad \Delta r_{cp} = -368 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = -3680 \text{ км}, \quad x = 55,91 \text{ км}, \quad y = 82,90 \text{ км};$$

$$t = t_{\kappa}: \quad \Delta r_{cp} = 0 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = 0 \text{ км}, \quad \sqrt{x_{\kappa}^2 + y_{\kappa}^2} = 40 \text{ км}.$$

Начальная малая полуось эллипса относительного движения равна 100 км, начальный фазовый угол равен 56°.

На рис. 1 приведена траектория изменения вековых составляющих, на рис. 2 – зависимость малой полуоси эллипса относительного движения от времени, на рис. 3 – зависимость оптимального управления от времени. На рис. 1 – 3 и на последующих рисунках разгонные участки подписаны как «разг», а тормозные участки как «торм».

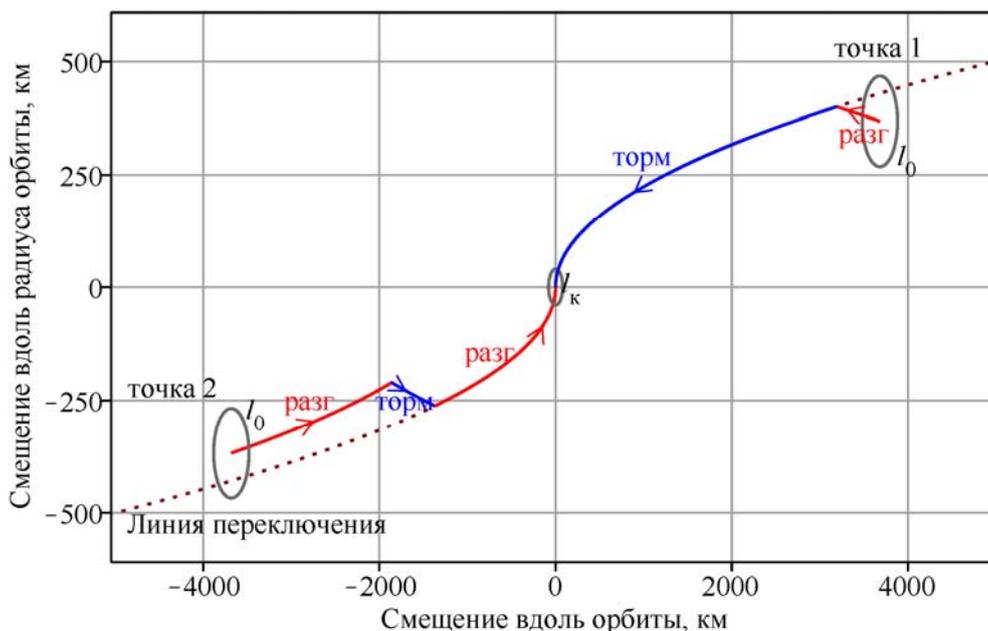


Рис. 1. Оптимальные траектории при совместном управлении; конечная точка расположена в начале координат

На рис. 1 показаны две траектории сближения: из точки 1 и из точки 2. При сближении из точки 1 знаки вековых компонент движения в начальный момент времени положительны, а из точки 2 – отрицательны. Первая траектория содержит два участка постоянства знака ускорения от тяги (при сближении из точки 1): разгонный и тормозной. Вторая траектория (при сближении из точки 2) содержит три участка: разгонный – тормозной – разгонный.

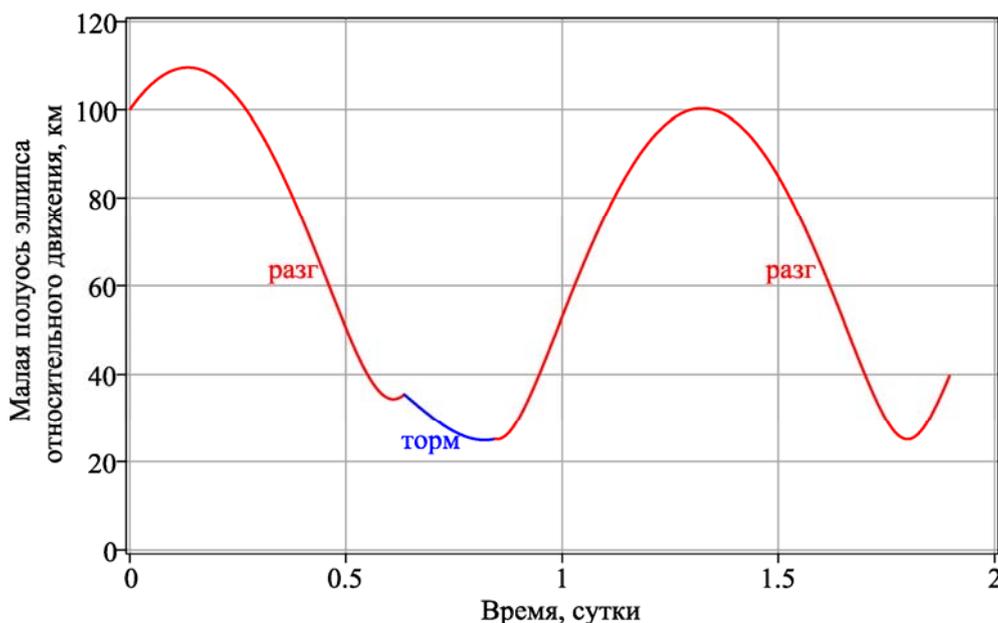


Рис. 2. Зависимость малой полуоси эллипса относительного движения от времени при совместном управлении; сближение из точки 2

Из рис. 2 видно, что изменение малой полуоси эллипса относительного движения имеет гармонический характер, а динамика её изменения в пределах участка постоянства знака ускорения от тяги немонотонна.

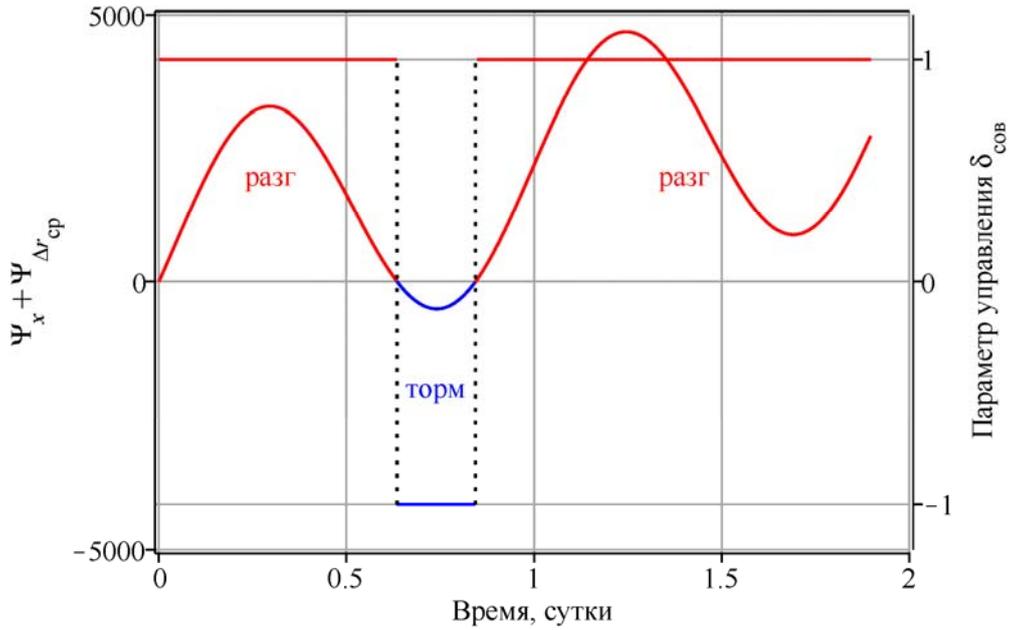


Рис. 3. Зависимость совместного оптимального управления (9) от времени и выражение под знаком sign

Из рис. 3 следует, что оптимальную программу управления определяет знак суммы $\Psi_{\Delta r_{cp}}$ и Ψ_x .

Чтобы проанализировать структуру оптимальной программы (9), рассмотрим частные постановки задачи оптимального управления по быстродействию.

Оптимальное управление вековыми составляющими движения

Рассмотрим оптимальное управление по быстродействию вековыми составляющими продольного движения.

Выпишем дифференциальные уравнения для вековых составляющих:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{r}_{cp} &= 2 \frac{a}{\lambda} \delta \beta, \\ \Delta \dot{L}_{cp} &= -\frac{3}{2} \lambda \Delta r_{cp}, \\ i &= 1. \end{aligned} \tag{14}$$

Запишем граничные условия задачи:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad \Delta r_{cp} &= \Delta r_{cp_0}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp_0}; \\ t = t_k: \quad \Delta r_{cp} &= \Delta r_{cp_k}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp_k}. \end{aligned} \tag{15}$$

Запишем Гамильтониан системы (14):

$$H_{век} = \Psi_{\Delta r_{cp}} 2 \frac{a}{\lambda} \delta \beta - \Psi_{\Delta L_{cp}} \frac{3}{2} \lambda \Delta r_{cp} + \Psi_t. \tag{16}$$

Оптимальное управление вековыми составляющими определяется из необходимого условия максимума функции $H_{век}$:

$$\begin{aligned} \delta_{век} &= \text{sign}(\Psi_{\Delta r_{cp}}), \\ \beta_{век} &= 1. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения для сопряжённых переменных имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_{\Delta r_{cp}} &= 1,5\lambda\Psi_{\Delta L_{cp}}, \\ \dot{\Psi}_{\Delta L_{cp}} &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Система уравнений (18) имеет аналитическое решение:

$$\begin{aligned} \Psi_{\Delta r_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta L_{cp}}^0 \frac{3}{2} \lambda t + \Psi_{\Delta r_{cp}}^0, \\ \Psi_{\Delta L_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta L_{cp}}^0. \end{aligned} \quad (19)$$

Из первого уравнения системы (17) следует, что оптимальное управление вековыми составляющими продольного движения определяется знаком сопряжённой переменной $\Psi_{\Delta r_{cp}}$. Из первого уравнения системы (19) видно, что она является линейной функцией времени.

Следовательно оптимальное управление вековыми составляющими движения содержит не более двух участков постоянства знака ускорения от тяги, так как линейная функция меняет свой знак не более одного раза.

Задача оптимального управления вековыми составляющими сводится к краевой задаче для системы уравнений (14), (18) с управлением (17) и граничными условиями (15).

Так как Гамильтониан (16) на оптимальной траектории равен нулю, то можно записать:

$$\Psi_{\Delta L_{cp}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a|\Psi_{\Delta r_{cp}}| - \lambda}{\lambda^2 \Delta r_{cp}}. \quad (20)$$

Подбираемым параметром является начальное значение сопряжённой переменной $\Psi_{\Delta r_{cp}}$, сопряжённая переменная $\Psi_{\Delta L_{cp}}$ рассчитывается по формуле (20). Рассмотрим решение данной задачи при следующих условиях.

Сближение из точки 1:

$$t = 0: \quad \Delta r_{cp} = 218 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = 3680 \text{ км};$$

$$t = t_{\kappa}: \quad \Delta r_{cp} = 0 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = 0 \text{ км}.$$

Сближение из точки 2:

$$t = 0: \quad \Delta r_{cp} = 218 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = -3680 \text{ км};$$

$$t = t_{\kappa}: \quad \Delta r_{cp} = 0 \text{ км}, \quad \Delta L_{cp} = 0 \text{ км}.$$

На рис. 4 приведён пример оптимальной траектории для задачи управления вековыми составляющими продольного движения при сближении из разных начальных точек.

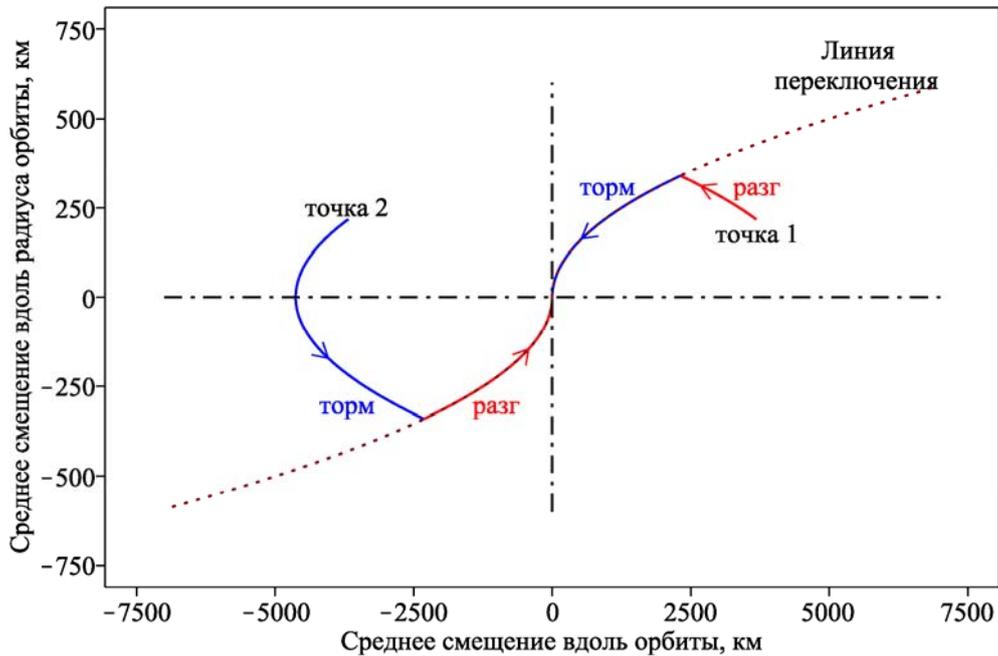


Рис. 4. Оптимальные траектории при управлении вековыми составляющими при различных начальных условиях

Как видно из рис. 4, траектория оптимального управления вековыми составляющими содержит два участка постоянства знака ускорения от тяги. При сближении из точки 1 происходит «разгон» до линии переключения и последующее «торможение» по линии переключения. При сближении из точки 2 происходит «торможение» до линии переключения и последующий «разгон» по линии переключения.

Оптимальное управление периодическими составляющими движения

Рассмотрим оптимальное управление по быстродействию периодическими составляющими продольного движения.

Выпишем дифференциальные уравнения для периодических составляющих:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2 \frac{a}{\lambda} \delta\beta - \lambda y, \\ \dot{y} &= \lambda x, \\ \dot{t} &= 1. \end{aligned} \tag{21}$$

Запишем граничные условия задачи:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad x &= l_0 \cos(\varphi_0), \quad y = l_0 \sin(\varphi_0); \\ t = t_k: \quad \sqrt{x_k^2 + y_k^2} &= l_k. \end{aligned} \tag{22}$$

Запишем Гамильтониан системы (21):

$$H_{пер} = \Psi_x \left(2 \frac{a}{\lambda} \delta\beta - \lambda y \right) + \Psi_y \lambda x + \Psi_t. \quad (23)$$

Оптимальное управление периодическими составляющими определим из необходимого условия максимума функции $H_{пер}$:

$$\begin{aligned} \delta_{пер} &= \text{sign}(\Psi_x), \\ \beta_{пер} &= 1. \end{aligned} \quad (24)$$

Уравнения для сопряжённых переменных примут вид:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_x &= -\Psi_y \lambda, \\ \dot{\Psi}_y &= \Psi_x \lambda. \end{aligned} \quad (25)$$

Система уравнений (25) имеет аналитическое решение:

$$\begin{aligned} \Psi_x(t) &= C_1 \sin(\lambda t) + C_2 \cos(\lambda t), \\ \Psi_y(t) &= -C_1 \cos(\lambda t) + C_2 \sin(\lambda t). \end{aligned} \quad (26)$$

Выражение для сопряжённой переменной Ψ_x (первое уравнение системы (26)) запишем в виде:

$$\Psi_x(t) = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \sin \left(\lambda t + \text{arctg} \frac{C_2}{C_1} \right). \quad (27)$$

Выражение (27) позволяет сделать вывод, что оптимальное управление по быстродействию периодическими составляющими продольного движения имеет не более трёх участков постоянства знака ускорения от тяги на витке, так как функция (27) на интервале одного витка меняет свой знак не более трёх раз. Соответственно переключений знака ускорения от тяги на витке не более двух.

Задача оптимального управления периодическими составляющими сводится к краевой задаче для систем уравнений (21), (25) с управлением (24) и граничных условий (22).

Так как Гамильтониан (23) на оптимальной траектории равен нулю, то можно записать:

$$\Psi_y = \frac{\lambda + \lambda^2 y \Psi_x - 2a |\Psi_x|}{\lambda^2 x}. \quad (28)$$

Подбираемым параметром является начальное значение сопряжённой переменной Ψ_x в начальный момент времени, сопряжённая переменная Ψ_y рассчитывается по формуле (28).

Рассмотрим решение данной задачи при следующих условиях:

$$t = 0: \quad x = 279,51 \text{ км}, \quad y = 414,51 \text{ км};$$

$$t = t_k: \quad \sqrt{x_k^2 + y_k^2} = 40 \text{ км}.$$

Начальная малая полуось эллипса относительного движения равна 500 км, фазовый угол равен 56° .

Пример оптимальной траектории коррекции приведён на рис. 5, зависимость производной малой полуоси эллипса относительного движения от времени приведена на рис. 6, программа управления приведена на рис. 7.

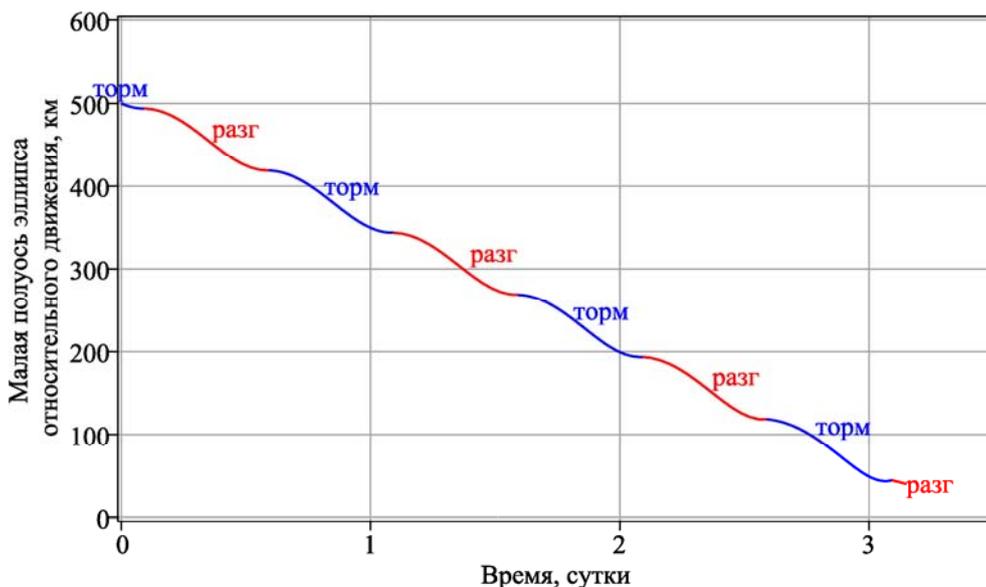


Рис. 5. Изменение малой полуоси эллипса относительного движения от времени

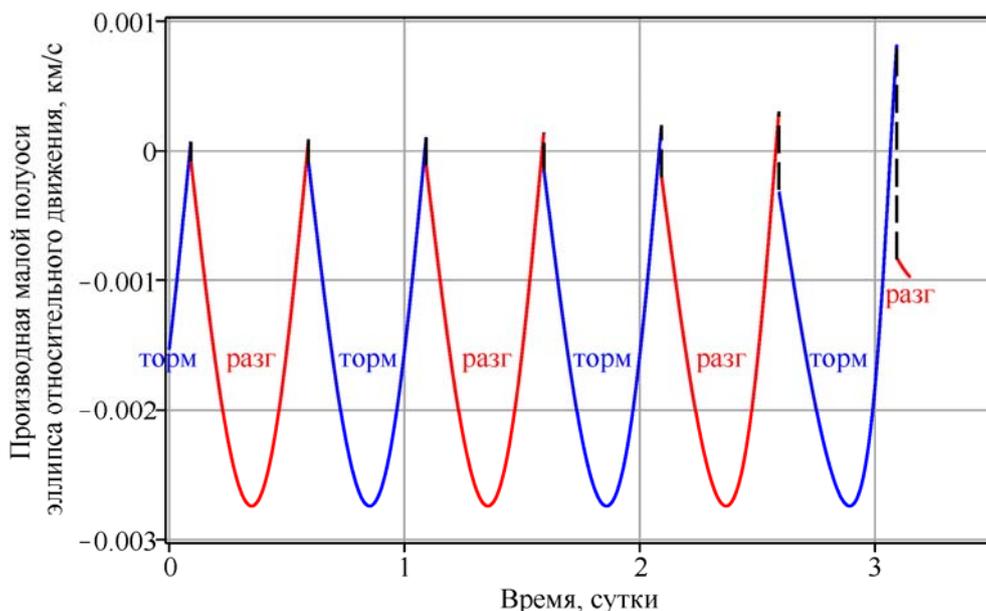


Рис. 6. Изменение производной малой полуоси эллипса относительного движения от времени

Анализ рис. 5, 6 показывает, что размер малой полуоси эллипса относительного движения уменьшается немонотонно. Размер малой полуоси эллипса относительного движения может как уменьшаться (производная на рис. 6 меньше нуля), так и увеличиваться (производная на рис. 6 больше нуля).

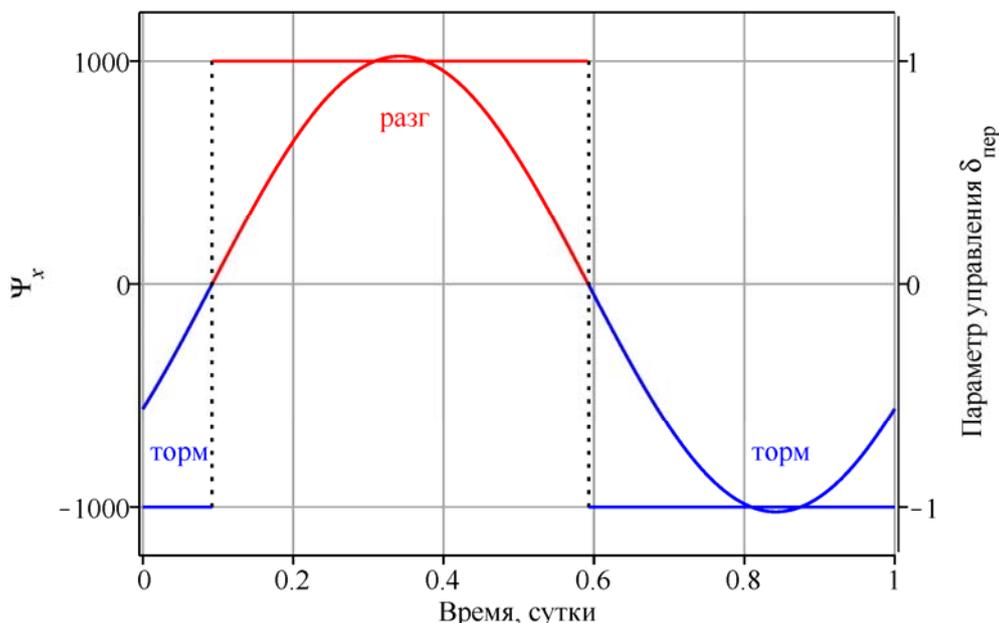


Рис. 7. Зависимость оптимального управления (24) от времени и выражение под знаком *sign*

Из рис. 7 видно, что знак ускорения от тяги на активных участках определяется знаком сопряжённой переменной Ψ_x . В пределах витка расположены три участка.

Полученные траектории позволяют определить минимальное время, в течение которого возможна коррекция только вековых (программа (17)) и только периодических (программа (24)) составляющих движения или совместное управление продольным движением (программа (9)).

Численные результаты решения задач управления приведены в таблице.

Таблица. Результаты решения

Решаемая задача	Затраты времени, сутки	Затраты характеристической скорости, м/с
Совместное управление		
точка 1	1,82	15,74
точка 2	1,89	17,95
Управление вековыми составляющими		
точка 1	1,96	16,9
точка 2	3,8	32,8
Управление периодическими составляющими	3,15	27,14

Заключение

При управлении вековыми составляющими относительного движения оптимальная программа содержит не более двух участков постоянства знака ускорения от тяги.

При управлении периодическими составляющими относительного движения оптимальная программа на витке содержит три активных участка, на которых знак ускорения от тяги чередуется.

Анализ совместного управления показывает, что управление имеет сложную структуру, состоящую из двух и более участков, количество которых зависит от граничных условий.

Библиографический список

1. Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В. Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. I. Формализация задачи управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2015. № 6. С. 82-96. DOI: 10.7868/S0002338815060116

2. Салмин В.В., Четвериков А.С. Управление плоскими параметрами орбиты геостационарного космического аппарата с помощью двигателя малой тяги // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2015. Т. 14, № 4. С. 92-101. DOI: 10.18287/2412-7329-2015-14-4-92-101

3. Войковский А.П., Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В. Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. II. Синтез алгоритмов управления // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 6. С. 107-128. DOI: 10.7868/S0002338816060111

4. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перельгин Б.П., Безвербый В.К. Механика космического полёта. М.: Машиностроение, 1989. 408 с.

5. Ишков С.А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на околокруговых орбитах // Космические исследования. 1992. Т. 30, № 2. С. 165-179.

PROGRAMS OF TIME-OPTIMAL CONTROL IN THE PROBLEM OF RENDEZVOUS TRANSFER OF SPACECRAFT WITH LOW TRANSVERSAL THRUST

© 2018

S. A. Ishkov Doctor of Science (Engineering), Professor, Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; ishkov@ssau.ru

G. A. Filippov Postgraduate Student, Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; filippov@ssau.ru

P. V. Fadeenkov Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; fadeenkov@ssau.ru

We study the problem of determining time-optimal control of in-plane rendezvous transfer of spacecraft with low transversal thrust. We use the Pontryagin maximum principle to determine the optimal control program. Motion is considered in the vehicle centric system with linearized equations. We recognize secular and periodic components of relative motion. Motion control is accomplished by

the reversal of the thrust acceleration component. We study the general problem – controlling the periodic and secular components at the same time (joint optimal control program). Also we study partial problems – determining separate control programs for secular and periodic components of planar motion. Solving partial problems made it possible to determine the structure of the joint optimal control program. We found that the adjustment of secular motion components contains no more than two phases of constant acceleration. The adjustment of periodic motion components consists of a sequence of boost and deceleration phases, the number of which in a single pass does not exceed three.

Geostationary orbit; rendezvous transfer; low thrust; optimal control program; response speed.

Citation: Ishkov S.A., Filippov G.A., Fadeenkov P.V. Programs of time-optimal control in the problem of rendezvous transfer of spacecraft with low transversal thrust. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 4. P. 67-80. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-67-80

References

1. Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. Autonomous implementation of dynamic operations in a geostationary orbit. I. Formalization of control problem. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2015. V. 54, Iss. 6. P. 916-930. DOI: 10.1134/s1064230715060118
2. Salmin V.V., Chetverikov A.S. Control of in-plane orbit parameters of a geostationary low-thrust satellite. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2015. V. 14, no. 4. P. 92-101. DOI: 10.18287/2412-7329-2015-14-4-92-101. (In Russ.)
3. Voiskovskii A.P., Krasil'shchikov M.N., Malyshev V.V., Fedorov A.V. Autonomous implementation of dynamic operations in a geostationary orbit. II. Synthesis of control algorithms. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2016. V. 55, Iss. 6. P. 948-968. DOI: 10.1134/s1064230716060113
4. Konstantinov M.S., Kamenkov E.F., Perelygin B.P., Bezverbyi V.K. *Mekhanika kosmicheskogo poleta* [Space flight mechanics]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1989. 408 p.
5. Ishkov S.A. Rendezvous transfer of low-thrust spacecraft in near-circular orbits. *Cosmic Research*. 1992. V. 30, no. 2. P. 165-179. (In Russ.)