

УДК 519.6:62-752.4+51-74

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ДАТЧИКАХ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ИХ КОМПОНЕНТАХ С ПОМОЩЬЮ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

© 2015 М. А. Барулина, В. М. Панкратов

Институт проблем точной механики и управления
Российской академии наук, г. Саратов

Разработаны программные модули-компоненты, позволяющие создавать собственное специализированное программное обеспечение для исследования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации с учётом теории Тимошенко и при наличии гироскопического эффекта. Показана принципиальная возможность использования разработанного программного обеспечения для моделирования датчиков на примере суперминиатюрного микромеханического гироскопа и акселерометра и гироскопа с кардановым подвесом чувствительного элемента. Использование специализированного программного обеспечения обеспечивает возможность реализации необходимой функциональности, а также полный контроль над реализацией алгоритмов, ходом вычисления, отображения результатов на любом шаге исследования. Разработкой и использованием специализированного программного обеспечения можно добиться существенного (на порядки) уменьшения требований к вычислительным ресурсам и времени расчёта по сравнению с универсальными комплексами конечно-элементного моделирования.

Микромеханические датчики инерциальной информации; численное моделирование; конечно-элементное моделирование; теория Тимошенко; теория Эйлера-Бернулли.

doi: 10.18287/2412-7329-2015-14-2-223-233

Введение

Микромеханические датчики инерциальной информации (ММДИИ) в настоящее время являются одними из самых перспективных датчиков инерциальной информации (ДИИ) для широкого круга подвижных объектов. Современные микромеханические и микроэлектромеханические системы, к которым относятся и микромеханические гироскопы (ММГ) и акселерометры (ММА), значительно превосходят традиционные гироскопы с вращающимся ротором по массогабаритным характеристикам, показателям себестоимости и энергопотребления, что обусловило применение ММГ и ММА для широкого круга подвижных объектов – в навигационном оборудовании, автомобильной промышленности, военной техники, робототехнике и интеллектуальных системах [1-6].

При эксплуатации в реальных условиях микромеханические датчики инерциальной информации могут испытывать

вибрации с амплитудами до 10g и с частотами до 2 кГц. Так как большинство микромеханических гироскопов имеет подвижную вибрирующую часть – чувствительный элемент [2, 7], то при проектировании и исследовании микромеханических датчиков инерциальной информации представляется важным более точное моделирование динамических процессов, происходящих в приборе.

Одним из способов является численное, в том числе конечно-элементное, моделирование ММДИИ. При этом ММДИИ, некоторые конструктивные схемы которых показаны на рис.1, могут быть представлены как распределённые системы твёрдых тел – балочных (стержневых) конечных элементов. Однако само моделирование может вносить погрешности в получаемый результат. Так, выбор теории, на основе которой проводится моделирование, напрямую влияет на то, насколько получаемый результат будет

соответствовать реальным процессам в ММДИИ.

В настоящее время для исследования динамических воздействий в ММДИИ и в их конструктивных элементах и воз-

никающих при этом эффектов используют или классическую теорию изгиба Эйлера-Бернулли, или одну из уточнённых теорий изгиба – теорию Тимошенко.

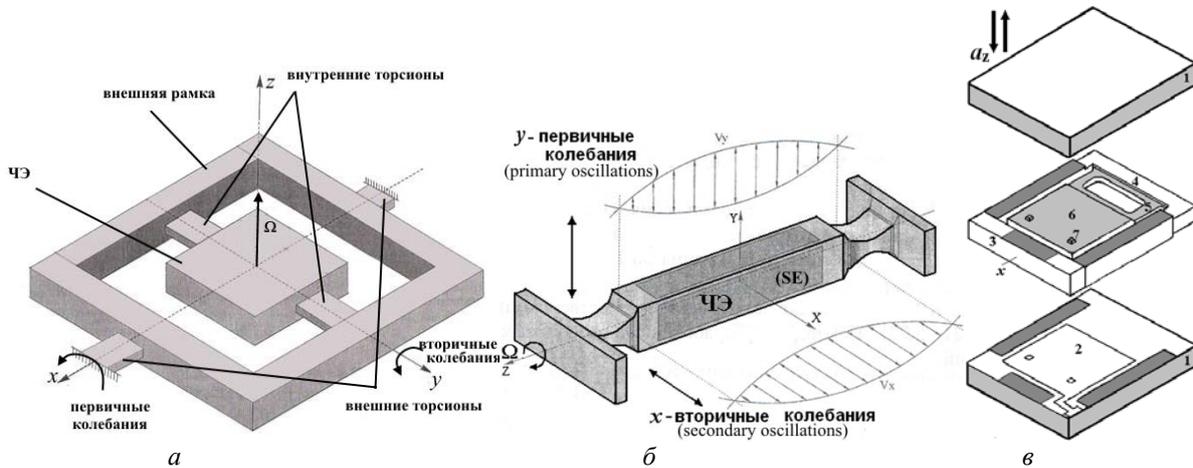


Рис. 1. Кинематические схемы микромеханических гироскопов и акселерометров: а – карданный ММГ, б – стержневой гироскоп; в – акселерометр

В отличие от классической теории, уточнённая теория изгиба Тимошенко описывает изгиб конечной балки более точно, ближе к реальному изгибу. Теория Тимошенко учитывает инерцию вращения поперечного сечения балки и предполагает, что плоское поперечное сечение, нормальное к продольной оси, после деформации остаётся плоским, но не обязательно нормальным к деформированной продольной оси [7]. Выбор теории, на основе которой будет проводиться моделирование, оказывает непосредственное влияние на получаемые результаты.

В ряде универсальных программных комплексов конечно-элементного моделирования, например, ANSYS, Code-Aster, CalculiX, OpenFOAM, декларируется поддержка теории Тимошенко некоторыми типами конечных элементов [8-11]. Однако невозможно проконтролировать, какие теоретические и алгоритмические основы были реализованы в этих комплексах. Кроме того, возможность при моделировании учёта гироскопического эффекта в этих комплексах довольно ограничена.

Целью работы является разработка и применение специализированного про-

граммного обеспечения для численного моделирования динамических процессов в ММДИИ с помощью балочных (стержневых) конечных элементов в соответствии с теорией Тимошенко и с учётом гироскопического эффекта.

Так как ММДИИ и их компоненты могут быть представлены конечно-элементной моделью из балочных или стержневых элементов, то в разработанном программном обеспечении были реализованы именно такие элементы.

Структура программного обеспечения

Математическое обеспечение, описывающее трёхмерный балочный элемент для моделирования динамических процессов в соответствии с теорией Тимошенко, приведено в работах [12, 13]. Для алгоритмической реализации этого математического обеспечения был выбран язык C# на платформе Microsoft .NET Framework. Для реализации визуализации трёхмерных объектов и движения в пространстве использованы возможности и функции системы Windows Presentation Foundation (WPF) и DirectX.

Разработка надёжного программного обеспечения (ПО) должна следовать нескольким принципам, независимо от назначения и области эксплуатации. К ним можно отнести [14]:

- расширяемость (возможность внесения изменений для расширения функциональности);
- развиваемость (возможность простой адаптации к изменению требований);
- переносимость (возможность использования на нескольких платформах);
- общность (применимость ПО к различным ситуациям).

Следует также добавить и модульность (повторное использование компонентов). Модульность означает, что различные части приложения могут быть использованы многократно, в том числе и при разработке других приложений.

Также при разработке программного обеспечения очень важно уделить внима-

ние рациональному использованию оперативной памяти. Особенно это важно при разработке ПО для конечно-элементного моделирования, где получающиеся матрицы модели (например, матрица масс и матрица жёсткости) имеют большую размерность и разреженную структуру.

Поэтому для разработки специализированного ПО были выбраны объектно-ориентированная, аспектно-ориентированная и модульная парадигмы программирования.

Основными модулями-компонентами разработанного ПО являются:

1) модуль *TBElement3D* [15], реализующий поддержку разработанного трёхмерного конечного элемента и обеспечивающий основную функциональность для численного расчёта статических и динамических задач. Структура модуля *TBElement3D* показана на рис. 2;

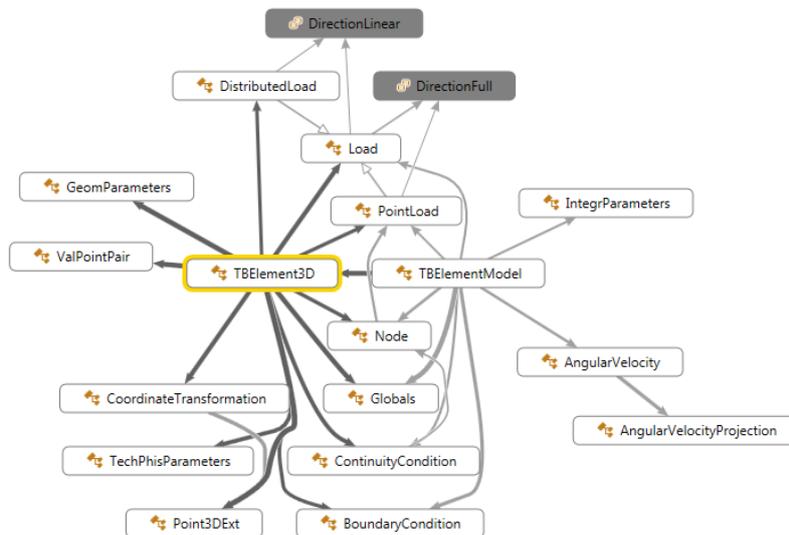


Рис. 2. Структура программного модуля *TBElementlib*

2) модуль матричного анализа *MathFEMlib*, реализующий все алгоритмы, необходимые для проведения численных расчётов при конечно-элементном моделировании. К таким алгоритмам относятся хранение и операции с разреженными матрицами, нахождение их определителя, LUP-декомпозиция, решение матричных уравнений, приведение матрицы к

трёхдиагональной форме с помощью редукции Хаусхолдера [16], приведение к форме Хессенберга [16], QL алгоритм [16], решения систем линейных алгебраических уравнений методом сопряжённых градиентов и стабилизированным методом бисопряжённых градиентов [17] и т.д. Реализованные алгоритмы в большинстве

своём основаны на алгоритмах, приведённых в [16, 17].

Структура программного комплекса для исследования конкретной схемы ММДИИ на примере ПО для моделирования суперминиатюрного микромеханического гироскопа и акселерометра (СММГА) СММГА-01 приведена на рис. 3.

Структурно СММГА-01 состоит из трёх модулей – *SSMMGA*, *TBElement3D* и *MathFEMlib* (рис. 3).

Главными подмодулями модуля *SSMMGA* являются *FormMain*, реализующий возможность ввода необходимых для моделирования данных (физических и геометрических параметров, нагрузки, пе-

реносного ускорения и т.д.); *FModalAnalysis*, реализующий визуализацию результатов модального анализа; *FDynAnalysis*, предоставляющий возможности по визуализации результатов расчёта динамики конечно-элементной модели; *Model3DControl* и *SurfacePlotVisual3D*, реализующие трёхмерное отображение модели, используемое в *FModalAnalysis* и *FDynAnalysis*.

Благодаря модульной структуре, алгоритмы программных модулей *MathFEMlib* и *TBElementlib* могут совершенствоваться, не приводя к необходимости переписывания кода в программных комплексах, которые их используют.

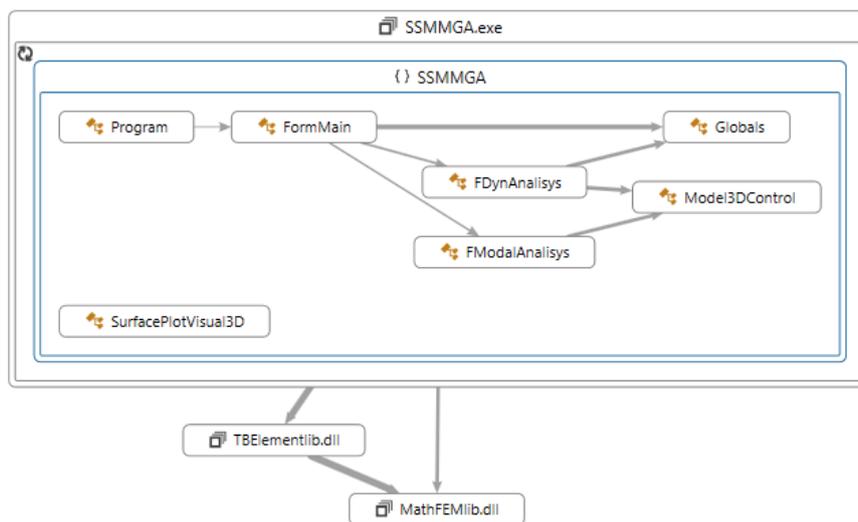


Рис. 3. Структура разработанного программного комплекса СММГА-01

Численные эксперименты

Для демонстрации принципиальной возможности использования разработанного ПО для численного моделирования реальных микромеханических гироскопов проведено моделирование суперминиатюрного микромеханического гироскопа и акселерометра (СММГА) (рис. 4) [18] и гироскопа с кардановым подвесом чувствительного элемента (ЧЭ) (карданового ММГ) (рис. 5) [2,6].

Конечно-элементные модели, построенные для СММГА и карданового ММГ, с использованием трёхмерного конечного элемента [13] показаны на рис. 6 и 7.

Для верификации получаемых результатов были построены и исследованы конечно-элементные модели соответствующих конструктивных схем в комплексе ANSYS.

Для исследования СММГА принимались следующие исходные параметры [19]: материал для всех конечных элементов – кремний (коэффициент Юнга $E = 190$ ГПа; плотность $\rho = 2228$ кг/м³); геометрические параметры 1-го и 3-го элементов (упругих подвесов): длина $l_i = 164.9$ мкм, высота $h_i = 3.6$ мкм, толщина $b_i = 3.6$ мкм ($i = 1, 3$); геометрические параметры 2-го элемента (чувствительного элемента): $l_2 = h_2 = b_2 = 164.9$ мкм. Закон измене-

ния вынуждающей силы, приложенной к ЧЭ, принимается в виде $P(t) = A_p \sin(\omega_p t + \varphi_p)$, где A_p , ω_p , φ_p – соответственно амплитуда (H/m^2), круговая частота (рад/с) и фаза (рад) приложенной нагрузки.

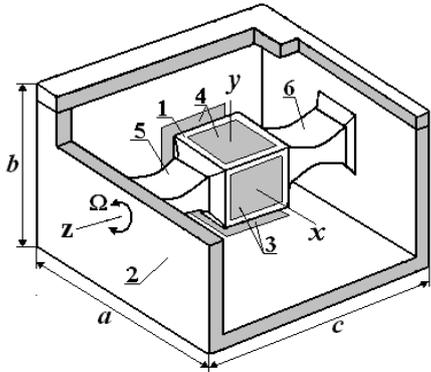


Рис. 4. Конструктивная схема СММГА: 1 – чувствительный элемент; 2 – корпус; 3, 4 – МЭМС структуры для возбуждения первичных колебаний и съёма выходной информации; 5, 6 – упругие элементы

В табл.1 приведены значения собственных частот, полученных с использованием разработанного программного обеспечения СММГА-01 с учётом (+ТТ) и без учёта (-ТТ) теории Тимошенко и в комплексе ANSYS. Погрешность вычислялась как разность значений, полученных в СММГА-01 с учётом теории Тимошенко и в ANSYS, в процентах от данных, получаемых при моделировании в ANSYS.

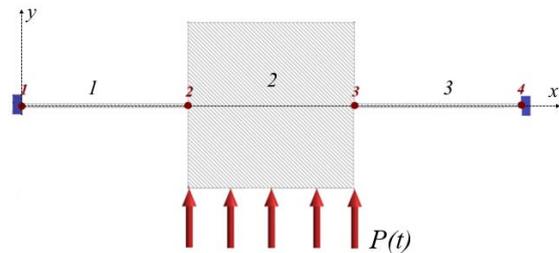


Рис. 6. Конечно-элементная модель СММГА

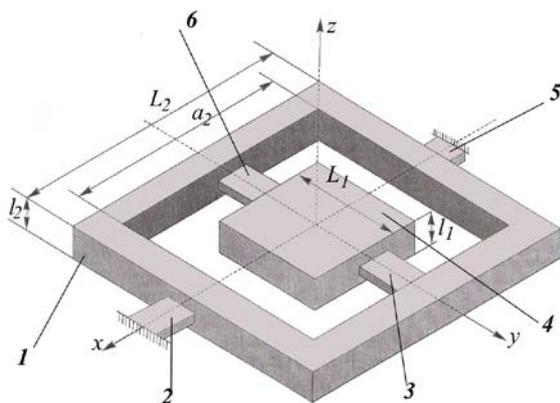


Рис. 5. Конструкция ЧЭ ММГ с кардановым подвесом: 1 – наружная рамка; 2, 5 – торсионы наружной рамки; 3, 6 – внутренние торсионы; 4 – внутренняя рамка с инерционной массой

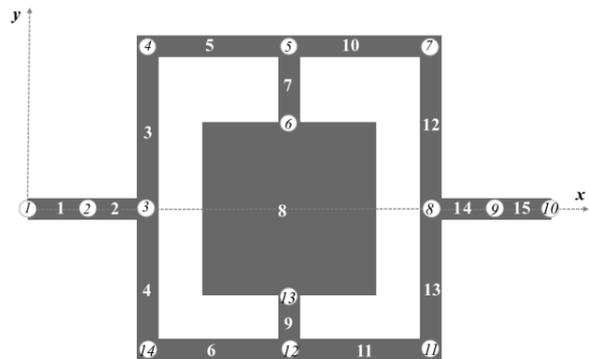


Рис. 7. Конечно-элементная модель карданового ММГ

Таблица 1. Значения собственных частот СММГА, полученные с учётом и без учёта теории Тимошенко и в комплексе ANSYS

№ моды	Собственная частота, Гц			Погрешность СММГА-01 (+ТТ), %
	СММГА-01 +ТТ	СММГА-01 -ТТ	ANSYS	
1	3971.507	3777.337	3773.200	5.256
2	6006.254	6009.531	6017.0000	0.179
3	6006.254	6009.531	6019.200	0.215
4	15309.586	15317.295	15317.000	0.048
5	15309.586	15317.295	15322.000	0.081

Первая частота в таблице соответствует крутильным колебаниям конструкции. Как видно, собственная частота, вычисленная без учёта теории Тимошенко, ближе к значениям ANSYS, чем собственная частота, вычисленная с учётом теории Тимошенко. Это показывает, что в балочных элементах ANSYS теория Тимошенко учитывается не в полной мере: в матрице масс, которые строятся в ANSYS для балочных элементов, вероятно, не учитывается сдвиг их поперечного сечения.

Как следует из табл.1, значения собственных частот, полученных в СММГА-01 с учётом теории Тимошенко, отличаются от значений, полученных в ANSYS, не более чем на 5.3%.

На рис. 8 показаны графики первичных (u_y) и вторичных (u_z) колебаний в плоскости (xy) и (xz) точки в центре срединной линии ЧЭ, полученные с учётом и без учёта теории Тимошенко при наличии демпфирования и при частоте вынуждающей нагрузки, близкой к резонансной – 6006 Гц. Шаг интегрирования $5 \cdot 10^{-6}$ с. Переносная угловая скорость $\Omega_x = 100$ рад/с появлялась с 0.01с. Время расчёта составило менее минуты.

Как видно из рис. 8, амплитуда первичных колебаний, возникающих из-за наличия угловой скорости вращения Ω_x вследствие гироскопического эффекта, существенно (на порядок) меньше при расчёте с учётом теории Тимошенко в сравнении со значениями, полученными без учёта теории Тимошенко.

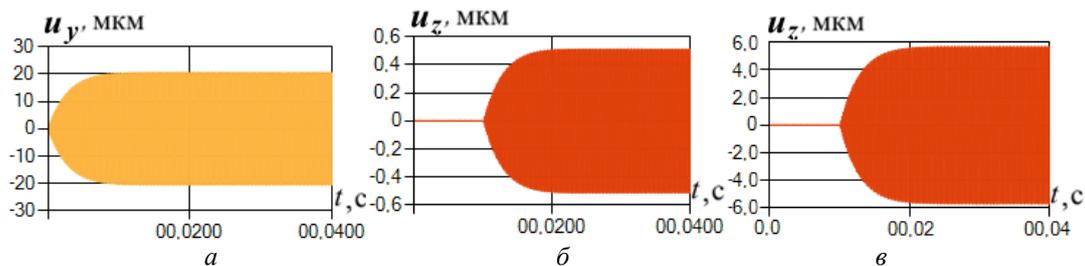


Рис. 8. Графики первичных колебаний u_y (а) и вторичных колебаний u_z с учётом (б) и без учёта (в) теории Тимошенко при действии демпфирования и $\Omega_x = 100$ рад/с

Величина этого различия зависит от конструктивной схемы датчика и от разбиения модели на конечные элементы (количество элементов, геометрические размеры элементов и т.д.). Таким образом, использование при моделировании датчиков инерциальной информации конечных элементов, основанных на теории Бернулли-Эйлера и без учёта сдвига и инерции поперечного сечения, может привести к существенно отличающимся (на порядок) результатам.

При численном моделировании в разработанном комплексе CardanMMG-01 карданового ММГ принимались следующие параметры [2]: модуль Юнга $E = 1.68 \cdot 10^{11}$ Н/м², модуль сдвига $G = 6.17 \cdot 10^{10}$ Н/м², плотность $\rho = 2.33 \cdot 10^3$ кг/м³; $L_2 = 1.2 \cdot 10^{-2}$ м, $a_2 = 0.8 \cdot 10^{-2}$ м,

$l_2 = 0.0375 \cdot 10^{-2}$ м, $L_1 = l_1 = 0.6 \cdot 10^{-2}$ м. Для внутренних торсионов: $l_T = 0.1 \cdot 10^{-2}$ м, $b_T = c_T = 0.028 \cdot 10^{-2}$ м. Для торсионов наружной рамки: $l_T = 0.162 \cdot 10^{-2}$ м, $b_T = c_T = 0.035 \cdot 10^{-2}$ м. Закон изменения вынуждающего момента принимается в виде $M(t) = M_0 \sin(\omega_M t + \varphi_M)$, где M_0 , ω_M , φ_M – амплитуда (Н·м), круговая частота (рад/с) и сдвиг фазы (рад) приложенной нагрузки, соответственно.

Результаты расчёта динамики ММГ с кардановым подвесом ЧЭ показаны на рис.9. Амплитуда вынуждающего переменного момента принималась равной $M_0 = 22 \cdot 10^{-5}$ Н·м, частота $\omega_M = 100$ Гц, фаза $\varphi_M = 0$. Максимальные значения перемещений, получаемые в ANSYS и разработанном программном обеспечении, от-

личаются менее чем на 15% и составили $0.108 \cdot 10^{-4}$ м и $0.098 \cdot 10^{-4}$ м соответственно.

Для карданового ММГ был проведён частотный анализ и анализ динамики при наличии переносной угловой скорости вращения основания. Как пример возможностей разработанного оригинального программного комплекса, на рис. 10 приведён график влияния физических параметров материала карданового ММГ на значение его первой собственной частоты ω_1 . Влияние коэффициента сдвига k (корректирующего коэффициента), вводимого в теории Тимошенко [7], и высоты ЧЭ h на значение ω_1 приведено на рис. 11. На рис. 12 показана зависимость значения ω_1

от значений коэффициента сдвига k и коэффициента Пуассона.

Надо отметить, что построение зависимостей, приведённых на рис. 10-12, в универсальных программах конечно-элементного анализа требуют, даже при наличии параметрического анализа, существенных временных затрат как на проведение экспериментов, необходимых для получения соответствующих данных, так и на дальнейшую обработку результатов. В специализированном программном обеспечении необходимая функциональность может быть реализована и автоматизирована в той мере, в какой это необходимо исследователю.

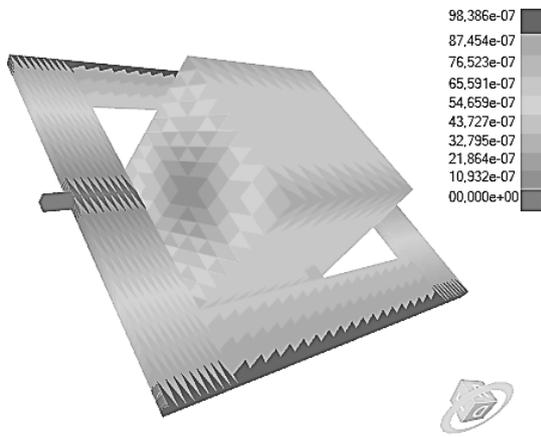


Рис. 9. Поле максимальных перемещений, полученное в CardanMMG-01, м

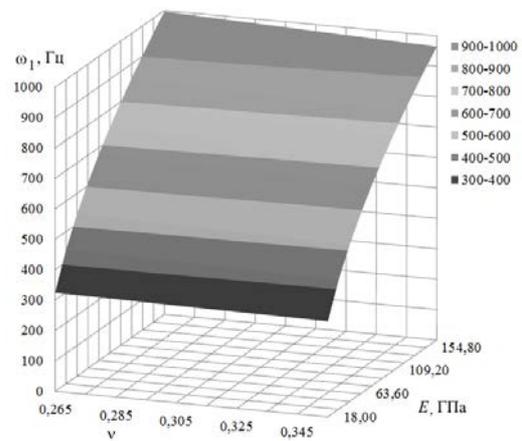


Рис. 10. Влияние модуля упругости E и коэффициента Пуассона ν на значение первой собственной частоты ω_1

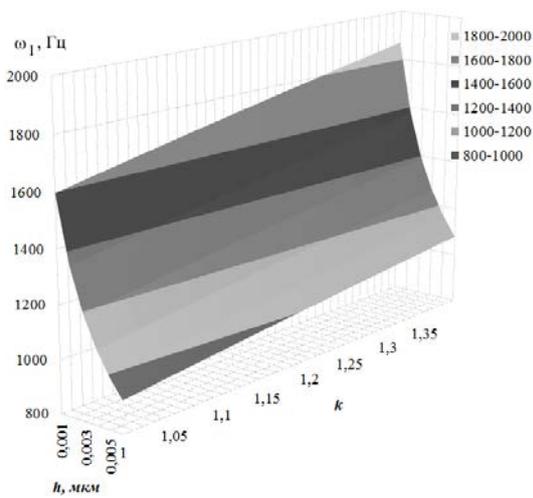


Рис. 11. Влияние высоты ЧЭ h и коэффициента сдвига k на значение ω_1

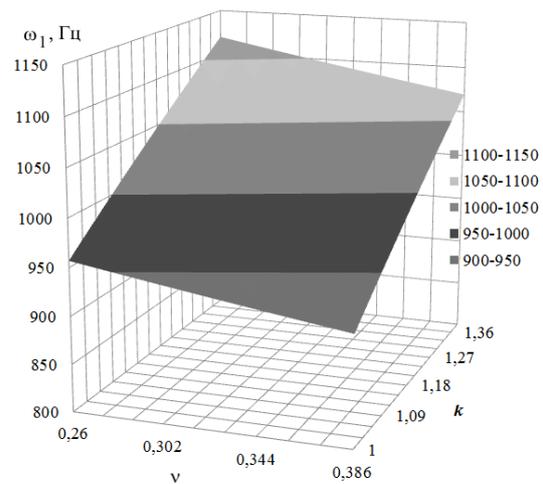


Рис. 12. Влияние коэффициента сдвига k и коэффициента Пуассона ν на значение ω_1

Заключение

Проведённые численные эксперименты показали возможность использования разработанного ПО для численного моделирования динамики реальных конструкций микромеханических датчиков инерциальной информации.

Разработанные модули-компоненты *TBElement3D* и *MathFEMlib* позволяют создавать собственное специализированное ПО для исследования динамики ММДИИ с учётом теории Тимошенко и при наличии гироскопического эффекта.

Использование специализированного программного обеспечения обеспечивает возможность реализации необходи-

мой функциональности, а также полный контроль над реализацией алгоритмов, ходом вычисления, отображения результатов на любом шаге исследования. Разработкой и использованием специализированного программного обеспечения можно добиться существенного (на порядки) уменьшения требований к вычислительным ресурсам и времени расчёта по сравнению с универсальными комплексами конечно-элементного моделирования. Так, расчёт с шагом $5 \cdot 10^{-6}$ с в динамических процессах в СММГА в течение 2 с в разработанном ПО занимает менее минуты, а аналогичный расчёт в ANSYS занял более часа.

Библиографический список

1. Пешехонов В.Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. 2011. № 1(72). С. 3-16.
2. Распопов В.Я. Микромеханические приборы: учебное пособие. Тула: Тульский государственный университет, 2002. 392 с.
3. Гай Э. Наводящиеся снаряды с инерциальной навигационной системой на микромеханических датчиках, интегрированной с GPS // Гироскопия и навигация. 1998. № 3(22). С. 72-80.
4. Лестев А.М., Попова И.В. Современное состояние и тенденции развития механических миниатюрных гироскопов в России // Гироскопия и навигация. 1997. № 2(17). С. 17-23.
5. Трофимов А.Н. Датчики параметров движения в ракетно-космической технике и народном хозяйстве // Датчики и системы. 2000. № 7. С. 20-23.
6. Джашигов В.Э., Панкратов В.М. Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий. С.-Петербург: Электроприбор, 2005. 404 с.
7. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Итоги науки и техники. Серия: Механика твердых деформируемых тел. Т. 5. М.: ВИНТИ, 1973. 270 с.
8. ANSYS 15.0 Help
9. Overview on civil engineering models. <http://www.code-aster.org/V2/IMG/pdf/01-overview.pdf>
10. Open FOAM. <http://www.openfoam.org/>
11. CalculiX CrunchiX USER'S MANUAL. <http://bconverged.com/calculix/doc/ccx/html/ccx.html>
12. Барулина М.А. Частотные уравнения и собственные частоты элементов вибрационных микромеханических гироскопов на основе сдвиговой теории Тимошенко // Нано- и микросистемная техника. 2015. № 4 (177). С. 21-31.
13. Барулина М.А. Построение матрицы масс трехмерного конечного элемента для моделирования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 5. С. 352–360.
14. Брауде Э.Дж. Технология разработки программного обеспечения. СПб: Питер, 2004. 656 с.
15. Барулина М.А. Свидетельство № 2015615559 от 20.05.2015 Федеральной службы по интеллектуальной собственности о государственной регистрации про-

грамм для ЭВМ: Модуль для конечно-элементного моделирования на основе балочных элементов с учетом теории Тимошенко и гироскопических сил (TBEElementlib).

16. Уилкинсон Р. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра / под ред. д-ра техн. наук проф. Ю.И. Топчиева. М.: Машиностроение, 1976. 389 с.

17. Saad Yousef Iterative Methods for Sparse Linear Systems. Second Edition with corrections. SIAM. 2003. 528 p.

18. Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Барулина М.А. Теоретические основы разработки и создания суперминиатюрного микромеханического многофункционального датчика инерциальной информации // Нано- и микросистемная техника. 2010. № 5 (118). С. 46-54.

Информация об авторах

Барулина Марина Александровна, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов. E-mail: marina@barulina.ru. Область научных интересов: динамические процессы в инерциальных датчиках, приборах и системах.

Панкратов Владимир Михайлович, доктор технических наук, профессор, заместитель директора по науке, Институт проблем точной механики и управления РАН. E-mail: iptmuran@san.ru. Область научных интересов: механика возмущенных гироскопических приборов и устройств, систем автономной навигации и управления.

MODELING OF DYNAMIC PROCESSES IN MICROMECHANICAL INERTIAL SENSORS AND THEIR COMPONENTS USING SPECIALIZED SOFTWARE

© 2015 M. A. Barulina, V. M. Pankratov

Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences,
Saratov, Russian Federation

Software packages which can be used for the creation of specialized software to investigate the dynamics of micromechanical inertial sensors have been developed. These software packages take full account of the Timoshenko theory and the influence of the gyroscopic effect. The possibility of using the developed software is shown using modeling of a superminiature micromechanical gyro and a micromechanical gyro with a gimbal sensing element as an example. The use of specialized software guarantees the possibility of implementing the required functionality as well as full control of the implementation of the algorithms and visualization of the results at every stage of the investigation. The development and using of specialized software can help to achieve significant reduction of requirements imposed upon the computing resources and calculation time in comparison with universal software of finite-element modeling.

Micromechanical gyroscope, micromechanical accelerometer, MEMS device, numerical modeling, finite element modeling, Timoshenko theory, Euler-Bernoulli theory.

References

1. Peshekhonov V.G. Gyroscopic Systems: Current Status and Prospects. *Gyroscopy and Navigation*. 2011. V. 2, no. 3. P. 111-118. doi.org/10.1134/s2075108711030096

2. Raspopov V.Ya. *Mikromekhanicheskie pribory* [Micromechanical sensors]. Tula: Tula State University Publ., 2002. 392 p.
3. Gai E. Guiding munitions with a micromechanical INS/GPS system. *Gyroscopy and Navigation*. 1998. No. 3 (22). P. 72-80. (In Russ.)
4. Lestev A.M., Popova I.V. Micromechanical gyros recent state and development trend in Russia. *Gyroscopy and Navigation*. 1997. No. 2 (17). P. 17-23. (In Russ.)
5. Trofimov A.N. Motion parameters sensors in the rocket and space technology and national economy. *Datchiki i sistemy*. 2000. No. 7. P. 20-23. (In Russ.)
6. Dzhashitov V.E., Pankratov V.M. *Datchiki, pribory i sistemy aviakosmicheskogo i morskogo priborostroeniya v usloviyakh teplovykh vozdeystviy* [Sensors, devices and systems for aerospace and marine engineering in the conditions of thermal influence]. S.-Peterburg: Elektropribor Publ., 2005. 404 p.
7. Grigolyuk E.I., Selezov I.T. *Itogi nauki i tekhniki. Seriya: Mekhanika tverdogo deformiruemogo tela* [Deformable body mechanics]. Moscow: VINITI Publ., 1973. 270 p.
8. ANSYS 15.0 Help
9. Overview on civil engineering models. <http://www.code-aster.org/V2/IMG/pdf/01-overview.pdf>
10. Open FOAM. <http://www.openfoam.org/>
11. CalculiX CrunchiX USER'S MANUAL. <http://bconverged.com/calculix/doc/ccx/html/ccx.html>
12. Barulina M.A. Frequency Equations and Self-induced Vibrations of the Elements of the Vibratory Micromechanical Gyroscopes Based on Timoshenko Shift Theory. *Journal of Nano and Microsystem Technique*. 2015. No. 4 (177). P. 21-31. (In Russ.)
13. Barulina M.A. Development of a Mass Matrix of the 3D Finite Element for Modeling of the Dynamics of Micromechanical Inertial Sensor Data and their Components. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2015. V. 16, no. 5. P. 352-360. (In Russ.)
14. Braude E. *Tekhnologiya razrabotki programmnoy obespecheniya* [Software Engineering. An Object-Oriented Perspective]. SPb: Piter Publ., 2001. 560 p.
15. Barulina M.A. Svidetel'stvo no. 2015615559 ot 20.05.2015 Federal'noy sluzhbe po intellektual'noy sobstvennosti o gosudarstvennoy registratsii program dlya EVM: Modul' dlya konechno-elementnogo modelirovaniya na osnove balochnykh elementov s uchetom teorii Timoshenko i giroskopicheskikh sil (TBELEMENTLIB) [Certificate No. 2015615559 of 20.05.2015 of the Federal Intellectual Property Service on state registration of computer software: module for finite-element modeling on the basis of beam elements with account for Timoshenko theory and gyroscopic forces.]
16. Wilkinson J.H., Reinsch C. Handbook for Automatic Computation. Volume II: Linear Algebra. Springer 1971. 448 p.
17. Saad Yousef Iterative Methods for Sparse Linear Systems. Second Edition with corrections. SIAM. 2003. 528 p.
18. Dzhashitov V.E., Pankratov V.M., Barulina M.A. The Theoretical Bases of Development and Creation of the Superminiature Micromechanical Multifunction Sensor of the Inertial Information. *Journal of Nano and Microsystem Technique*. 2010. No. 5. P. 46-54. (In Russ.)

About the authors

Barulina Marina Aleksandrovna, Candidate of Science (Engineering), Senior Researcher, Precision Mechanics and Control Institute of the Russian Academy of Sciences, Saratov, Russian Federation. E-mail:

marina@barulina.ru. Area of Research: dynamic processes in inertial sensors, devices and systems.

Pankratov Vladimir Mikhaylovich, Doctor of Science (Engineering), Professor,

Deputy Director for Science, Precision Mechanics and Control Institute of the Russian Academy of Science, Saratov, Russian Federation. E-mail: iptmuran@san.ru. Area of

Research: mechanics of perturbed gyroscopic devices and equipment, systems of autonomous navigation and control.