

УДК 629.78

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ АДАПТИВНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ВЫСОТЫ ПОЛЁТА

© 2015 А. Д. Голяков, И. В. Фоминов

Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского,
г. Санкт-Петербург

В статье представлены результаты аналитических исследований точности автономной навигации космического аппарата (КА), орбитальный полёт которого происходит в условиях воздействия возмущающих факторов космического пространства. В качестве измеряемого параметра рассмотрена высота полёта. Средством выбран адаптивный высотомер, способный выполнять реконфигурацию своей структуры при возникновении возмущающего фактора. Аналитическим путём получены ковариационные матрицы погрешностей определения параметров движения центра масс КА. В основе аналитической оценки точности адаптивного высотомера лежит теория аналитического оценивания навигационных систем, использующих астро-радиотехнические измерители. Выражения для расчёта оценок элементов ковариационной матрицы погрешностей навигации КА по измерениям высоты, полученные в процессе известных исследований при условии отсутствия возмущающих факторов, являются частным случаем результатов, приведённых в настоящей статье. С помощью полученных аналитических оценок, которые являются функциями дисперсий установленных на борту КА измерителей высоты, могут быть решены задачи, возникающие на этапе обоснования облика системы навигации, например, задача определения требований к погрешностям бортовых высотомеров.

Автономная навигация, космический аппарат, воздействующие факторы, адаптивный высотомер, аналитические оценки точности навигации.

doi: 10.18287/1998-6629-2015-14-1-18-24

Введение

Измерения высоты полёта космического аппарата, выполняемые с помощью бортовых средств, являются одним из известных способов повышения автономности его функционирования при решении навигационной задачи. Исследования, посвящённые анализу возможностей уточнения параметров, которые характеризуют движение центра масс КА по бортовым измерениям высоты его полёта с учётом случайных погрешностей, выполнены в работе [1]. В этой работе решена задача наблюдаемости навигационных параметров КА по измерениям высоты и получены в аналитическом виде ковариационные матрицы погрешностей навигации. При этом полагалось, что в течение мерного интервала навигационного режима отсутствует воздействие на средства измерений КА возмущающих факторов космического пространства, обусловленных естествен-

ными и специально организованными помехами.

Одним из перспективных направлений парирования действия возмущающих факторов в процессе полёта КА является применение адаптивных высотомеров, способных выполнять реконфигурацию своей структуры в зависимости от вида и уровня возмущения. Анализ публикаций показывает, что до настоящего времени не проведены аналитические исследования точности автономной навигации КА, основанной на результатах измерений адаптивного высотомера, функционирование которого происходит в условиях дестабилизирующих факторов. Поэтому целью настоящей статьи является получение аналитических выражений, позволяющих оценить точность навигации КА по результатам адаптивных измерений высоты его полёта при наличии возмущающих факторов космического пространства.

Метод проведения исследований и принятые допущения

Для достижения поставленной цели воспользуемся стохастическим методом начального оценивания [1]. С помощью этого метода аналитическим путём определяется ковариационная матрица погрешностей навигации КА, соответствующая некоторому начальному моменту времени t_0 . При этом будем полагать, что при появлении возмущающего фактора и последующей реконфигурацией структуры адаптивного высотомера элементы весовой матрицы изменяются в соответствии со значениями дисперсий используемых измерителей.

Предположим, что продолжительность мерного интервала навигационного режима равна одному витку КА вокруг Земли (T_o). Возмущающий фактор возникает в момент $t_\Phi = t_0 + 0,5T_o$ и воздействует на КА до момента завершения навигационного режима, т.е. продолжительность его действия $\tau_\Phi = 0,5T_o$.

Будем также полагать, что бортовой адаптивный высотомер содержит два измерителя высоты (ИВ), построенных на разных физических принципах, и блок адаптации. Первый ИВ обладает высокой точностью измерений, однако не способен выполнять заданные функции при воздействии на КА возмущающего фактора. Второй ИВ способен противостоять этому фактору, но проводит измерения с низкой точностью. Примерами таких средств измерений являются высокоточные радиотехнические и помехоустойчивые инфракрасные измерители высоты, устанавливаемые на борту КА [1].

При обнаружении возмущающего фактора блок адаптации проводит необходимые структурные изменения, в частности, в момент t_Φ по его команде отключается первый ИВ и включается второй ИВ. Это приводит к тому, что значение дисперсии погрешностей измерений высоты полёта КА скачком изменяется от значения σ_1^2 до значения σ_2^2 :

$$\sigma^2 = \begin{cases} \sigma_1^2 & \text{при } t \leq t_\Phi \\ \sigma_2^2 & \text{при } t > t_\Phi \end{cases}. \quad (1)$$

В качестве параметра, характеризующего степень снижения точности измерения высоты при адаптации к воздействию фактору, введём коэффициент дисперсий измерений, равный отношению дисперсии первого ИВ к дисперсии погрешностей второго ИВ:

$$k_{\sigma^2} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}. \quad (2)$$

Очевидно, что значение коэффициента дисперсий измерений k_{σ^2} находится внутри полуоткрытого интервала $[1, 0)$. При равноточных измерениях высоты, т.е. при равенстве дисперсий σ_1^2 и σ_2^2 , коэффициент дисперсий измерений $k_{\sigma^2} = 1$.

При выполнении этого условия аналитические оценки точности навигации, полученные с помощью предложенного метода, должны совпадать с результатами исследований, которые приведены в работе [1].

Если дисперсия второго ИВ значительно превышает дисперсию первого ИВ, т.е. при выполнении условия $\sigma_2^2 \gg \sigma_1^2$ (например, при метрологическом отказе второго ИВ, или если используется неадаптивный высотомер, который прекращает выполнение своих функций при наличии возмущающих факторов), то коэффициент дисперсий измерений $k_{\sigma^2} = 0$.

С целью проведения сравнительного анализа результатов исследований с результатами, полученными в работе [1], будем полагать, что опорная орбита КА является круговой. Анализ точности навигации КА будем выполнять в геоцентрической системе отсчёта XYZ , оси X и Y которой находятся в плоскости орбиты КА, а ось Z совмещена с нормалью плоскости орбиты. Параметры движения цен-

тра масс КА в прямоугольной геоцентрической системе отсчёта XYZ в некото-

рый начальный момент времени t_0 на опорной орбите определяются вектором

$$\bar{Q}_o(t_0) = [X_o(t_0) \ Y_o(t_0) \ \dot{X}_o(t_0) \ \dot{Y}_o(t_0) \ Z_o(t_0) \ \dot{Z}_o(t_0)]^T = [r_o \ 0 \ 0 \ \lambda_o r_o \ 0 \ 0]^T,$$

где r_o – радиус опорной орбиты КА; λ_o – угловая орбитальная скорость движения КА.

КА относительно нормали к плоскости орбиты, равны нулю. Поэтому найдём ковариационную матрицу погрешностей навигации вектора параметров движения в плоскости орбиты КА, т.е. вектора $\bar{Q}_1(t_0) = [X(t_0) \ Y(t_0) \ \dot{X}(t_0) \ \dot{Y}(t_0)]^T$.

Ковариационные матрицы погрешностей навигации

Как известно [1], элементы градиентной матрицы, содержащие частные производные от высоты полёта по параметрам, которые характеризуют движения

В результате матричного интегрирования по методике, приведённой в работе [1], получаем матрицу размера 4 x 4:

$$C(\bar{Q}_1(t_0), \tau = T_o, t_\Phi = t_0 + 0,5T_o, \tau_\Phi = 0,5T_o) = \frac{N}{2\pi \sigma_1^2} \begin{bmatrix} \frac{9\pi}{2} a & 4b & \frac{4b}{\lambda_o} & \frac{5\pi a}{\lambda_o} \\ 4b & \frac{\pi a}{2} & \frac{\pi a}{2\lambda_o} & \frac{4b}{\lambda_o} \\ \frac{4b}{\lambda_o} & \frac{\pi a}{2\lambda_o} & \frac{\pi a}{2\lambda_o^2} & \frac{4b}{\lambda_o^2} \\ \frac{5\pi a}{\lambda_o} & \frac{4b}{\lambda_o} & \frac{4b}{\lambda_o^2} & \frac{6\pi a}{\lambda_o^2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где a и b – коэффициенты, зависящие от дисперсий высотометров и соответственно равные: $a = 1 + k_{\sigma_2}$, $b = k_{\sigma_2} - 1$.

в частности, у двух векторов:

$$\bar{Q}'_3(t_0) = [X(t_0) \ Y(t_0) \ \dot{Y}(t_0)]^T$$

$$\text{и } \bar{Q}'_4(t_0) = [X(t_0) \ \dot{X}(t_0) \ \dot{Y}(t_0)]^T.$$

Анализ матрицы (3) показывает, что второй и третий её столбцы (а также вторая и третья строка) связаны между собой линейной зависимостью. Поэтому эта матрица является особенной матрицей, а её определитель равен нулю. Нетрудно убедиться в том, что по измерениям высоты полёта векторы, содержащие трансверсальную координату и радиальную составляющую вектора скорости (например, векторы $\bar{Q}'_1(t_0) = [X(t_0) \ Y(t_0) \ \dot{X}(t_0)]^T$ и $\bar{Q}'_2(t_0) = [Y(t_0) \ \dot{X}(t_0) \ \dot{Y}(t_0)]^T$), не поддаются оцениванию. При этом принципиальная возможность уточнения существует,

Заметим, что подобным свойством обладает ковариационная матрица, которая получена в работе [1] при условии применения неадаптивного высотометра и отсутствии в течение мерного интервала навигационного режима дестабилизирующих факторов.

С помощью предложенного метода найдём ковариационную матрицу погрешностей оценок вектора $\bar{Q}'_3(t_0) = [X(t_0) \ Y(t_0) \ \dot{Y}(t_0)]^T$. Используя матрицу (3) и опуская параметры, характеризующие момент появления дестабилизирующего фактора и продолжительность его воздействия, получаем

$$C(\bar{Q}'_3(t_0), \tau = T_0) = \frac{N}{2\pi\sigma_1^2} \begin{bmatrix} \frac{9\pi a}{2} & 4b & \frac{5\pi a}{\lambda_0} \\ 4b & \frac{\pi a}{2} & \frac{4b}{\lambda_0} \\ \frac{5\pi a}{\lambda_0} & \frac{4b}{\lambda_0} & \frac{6\pi a}{\lambda_0^2} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

После обращения матрицы (4) находим ковариационную матрицу погрешностей оценок вектора $\bar{Q}'_3(t_0) = [X(t_0) Y(t_0) \dot{Y}(t_0)]^T$:

$$K(\bar{Q}'_3(t_0), \tau = T_0) = \frac{\sigma_1^2}{N(a^2\pi^2 - 8b^2)} \begin{bmatrix} 4(3a^2\pi^2 - 16b^2) & -16\pi ab & -2(5a^2\pi^2 - 32b^2)\lambda_0 \\ -16\pi ab & 8a^2\pi^2 & 8\pi ab\lambda_0 \\ -2(5a^2\pi^2 - 32b^2)\lambda_0 & 8\pi ab\lambda_0 & (9a^2\pi^2 - 64b^2)\lambda_0^2 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Сравнительный анализ ковариационной матрицы (5) с соответствующей матрицей, полученной в работе [1] при условии применения неадаптивного средства измерения высоты полёта, показывает, что при отсутствии необходимости переключения средств измерений высоты полёта в течение мерного интервала навигационного режима, т.е. при выполнении условия $k_{\sigma_2} = 1$, эти матрицы совпадают друг с другом. Следовательно, матрица, которая приведена в работе [1], представляет собой частный случай ковариационной матрицы (5).

С помощью выражения (5) найдём дисперсии оценок элементов вектора $\bar{Q}'_3(t_0) = [X(t_0) Y(t_0) \dot{Y}(t_0)]^T$. После преобразований формулы для расчёта соответствующих дисперсий принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^2(k_{\sigma_2}) &= \overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2}) \frac{\sigma_1^2}{N} \\ \sigma_y^2(k_{\sigma_2}) &= \overset{\circ}{K}_y(k_{\sigma_2}) \frac{\sigma_1^2}{N} \\ \sigma_{\dot{y}}^2(k_{\sigma_2}) &= \overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2}) \frac{\sigma_1^2}{N} \lambda_0^2 \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где $\overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2})$, $\overset{\circ}{K}_y(k_{\sigma_2})$ и $\overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2})$ – коэффициенты ошибок определения элементов вектора $\bar{Q}'_3(t_0) = [X(t_0) Y(t_0) \dot{Y}(t_0)]^T$.

Коэффициенты ошибок $\overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2})$, $\overset{\circ}{K}_y(k_{\sigma_2})$ и $\overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2})$ рассчитываются с помощью выражений:

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2}) &= \frac{4[3(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 15(k_{\sigma_2}-1)^2]}{(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 8(k_{\sigma_2}-1)^2} \\ \overset{\circ}{K}_y(k_{\sigma_2}) &= \frac{8(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2}{(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 8(k_{\sigma_2}-1)^2} \\ \overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2}) &= \frac{9(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 64(k_{\sigma_2}-1)^2}{(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 8(k_{\sigma_2}-1)^2} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Графики функций коэффициентов ошибок навигации $\overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2})$, $\overset{\circ}{K}_y(k_{\sigma_2})$ и $\overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2})$ от коэффициентов дисперсий погрешностей измерений высоты полёта k_{σ_2} приведены на рис. 1.

Применяя аналогичные преобразования, найдём ковариационную матрицу погрешностей оценок вектора $\bar{Q}'_4(t_0) = [X(t_0) \dot{X}(t_0) \dot{Y}(t_0)]^T$:

$$K(\bar{Q}'_4(t_0), \tau = T_0) = \frac{\sigma_1^2}{N(a^2\pi^2 - 8b^2)} \begin{bmatrix} 4(3a^2\pi^2 - 16b^2) & -16\pi ab\lambda_0 & -2(5a^2\pi^2 - 32b^2)\lambda_0^2 \\ -16\pi ab\lambda_0 & 8a^2\pi^2\lambda_0^2 & 8\pi ab\lambda_0^2 \\ -2(5a^2\pi^2 - 32b^2)\lambda_0^2 & 8\pi ab\lambda_0^2 & (9a^2\pi^2 - 64b^2)\lambda_0^2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Дисперсии оценок элементов вектора $\bar{Q}'_4(t_0) = [X(t_0) \dot{X}(t_0) \dot{Y}(t_0)]^T$ принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^2(k_{\sigma_2}) &= \overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2}) \frac{\sigma_1^2}{N} \\ \sigma_{\dot{x}}^2(k_{\sigma_2}) &= \overset{\circ}{K}_{\dot{x}}(k_{\sigma_2}) \frac{\sigma_1^2}{N} \lambda_0^2 \\ \sigma_{\dot{y}}^2(k_{\sigma_2}) &= \overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2}) \frac{\sigma_1^2}{N} \lambda_0^2 \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где $\overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2})$, $\overset{\circ}{K}_{\dot{x}}(k_{\sigma_2})$ и $\overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2})$ – коэффициенты ошибок определения элементов вектора $\bar{Q}'_4(t_0) = [X(t_0) \dot{X}(t_0) \dot{Y}(t_0)]^T$.

Коэффициенты ошибок $\overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2})$, $\overset{\circ}{K}_{\dot{x}}(k_{\sigma_2})$ и $\overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2})$ рассчитываются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \overset{\circ}{K}_x(k_{\sigma_2}) &= \frac{4[3(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 15(k_{\sigma_2}-1)^2]}{(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 8(k_{\sigma_2}-1)^2} \\ \overset{\circ}{K}_{\dot{x}}(k_{\sigma_2}) &= \frac{8(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2}{(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 8(k_{\sigma_2}-1)^2} \\ \overset{\circ}{K}_{\dot{y}}(k_{\sigma_2}) &= \frac{9(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 64(k_{\sigma_2}-1)^2}{(1+k_{\sigma_2})^2\pi^2 - 8(k_{\sigma_2}-1)^2} \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

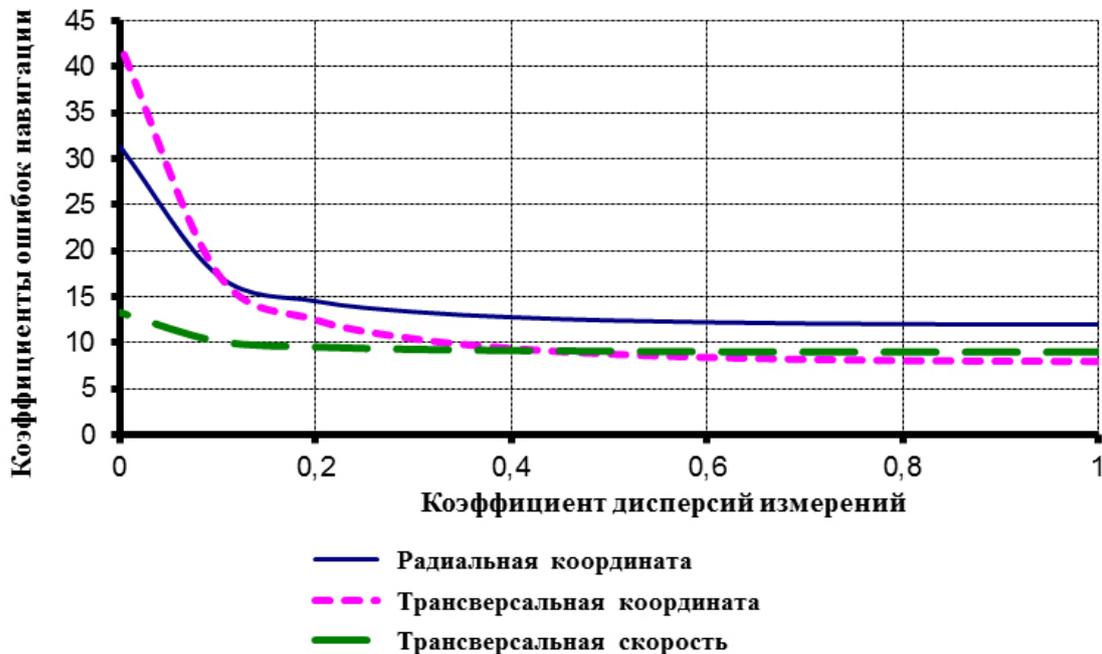


Рис. 1. Графики зависимостей коэффициентов ошибок навигации КА от коэффициента дисперсий погрешностей измерений высоты полёта

Выводы

Представлены результаты аналитических исследований точности автономной навигации КА, функционирование которого происходит в условиях воздействия возмущающих факторов космического пространства. В качестве измеряемого навигационного параметра рассмотрена высота полёта КА. Средством компенсации возмущающего воздействия выбран адаптивный высотомер, способный выполнять реконфигурацию своей структуры при возникновении возмущающего фактора. Выражения для расчёта оценок элементов ковариационной матрицы по-

грешностей навигации КА по измерениям высоты, полученные в процессе известных исследований при условии отсутствия возмущающих факторов [1], являются частным случаем полученных результатов. С помощью полученных аналитических оценок точности, которые являются функциями дисперсий установленных на борту КА измерителей высоты, могут быть решены задачи, возникающие на этапе обоснования облика системы навигации, например, задача определения требований к погрешностям бортовых высотомеров.

Библиографический список

1. Аншаков Г.П., Голяков А.Д., Петрищев В.Ф., Фурсов В.А. Автономная навигация космических аппаратов. Самара: ЦСКБ-Прогресс, 2011. 486 с.

Информация об авторах

Голяков Алексей Дмитриевич, доктор технических наук, профессор кафедры автономных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского. E-mail: algol1949@mail.ru. Область научных интересов: системы управления и навигации космических аппаратов.

Фоминов Иван Вячеславович, кандидат технических наук, докторант кафедры автономных систем управления, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского. E-mail: i.v.fominov@gmail.com. Область научных интересов: системы навигации и управления движением космических аппаратов.

ANALYTICAL EVALUATION OF THE ACCURACY OF SPACECRAFT AUTONOMOUS NAVIGATION ACCORDING TO THE RESULTS OF FLIGHT ALTITUDE ADAPTIVE MEASUREMENT

© 2015 A. D. Golyakov, I. V. Fominov

Military Space Academy named after A.F. Mozhaiskiy,
St. Petersburg, Russian Federation

The article presents the results of analyzing the accuracy of spacecraft autonomous navigation the orbital mission of which takes place in conditions of perturbations of space. Flight altitude is taken as a parameter to be measured. An adaptive altimeter, capable of performing the reconfiguration of its structure in the event of disturbing factors is chosen as a means of dealing with the disturbing influence. Covariance matrices of errors in determining the parameters of the spacecraft center of mass are obtained analytically. Analytical evaluation of the accuracy of the adaptive altimeter is based on the theory of analytical evaluation of navigation systems using celestial radio engineering measuring devices. Expressions used for calculating the estimates of spacecraft navi-

gation error covariance matrix elements by measuring the altitude obtained in the process of certain investigations in the absence of perturbations are a special case of the results presented in the paper. Tasks that emerge at the stage of justification of the navigation system design, for example, the task of specifying requirements for errors of airborne altimeters, can be solved with the help of the analytical estimates obtained. Such estimates are functions of dispersions of altimeters mounted on board the spacecraft.

Autonomous navigation, spacecraft, influencing factors, adaptive altimeter, analytical estimates of the accuracy of navigation.

References

1. Anshakov G.P., Golyakov A.D., [Spacecraft autonomous navigation]. Samara
Petrishchev V.F., Fursov V.A. *Avtonomnaya Space Rocket Center "Progress" Publ., 2011.*
navigatsiya kosmicheskikh apparatov 486 p.

About the authors

Golyakov Aleksei Dmitrievich., Doctor of Science (Engineering), Professor, Department of Autonomous Control Systems, Military Space Academy named after A.F. Mozhayskiy, St. Petersburg, Russian Federation. E-mail: algol1949@mail.ru. Area of Research: spacecraft control and navigation systems.

Fominov Ivan Vyacheslavovich, Candidate of Science (Engineering), doctoral student, Department of Autonomous Control Systems, Military Space Academy named after A.F. Mozhaiskiy, St. Petersburg, Russian Federation. E-mail: i.v.fominov@gmail.com. Area of Research: navigation and control of spacecrafts motion.