УДК 621.45.046.5

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГАСИТЕЛЕЙ КОЛЕБАНИЙ В ТРУБОПРОВОДЕ

© 2012 П. Е. Юдин, Н. И. Лиманова, И. А. Лиманов

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Трубопровод представляет собой длинную линию с распределёнными механическими параметрами, у которой связь между входными и выходными величинами обусловлена их взаимным влиянием. Длинные электрические линии достаточно полно исследованы в работах по теоретическим основам электротехники, однако длинные линии с распределёнными механическими параметрами являются более сложными. В общем случае их можно рассматривать как неоднородные линии с распределёнными нелинейными параметрами, у которых из-за внутренних процессов перемещающихся потоков рабочей среды коэффициент распространения и характеристическое сопротивление не являются постоянными.

Трубопровод, длинная линия, распределённые механические параметры.

Рассмотрим распределённую механическую линию по аналогии с электрической линией. Для этого найдём механические аналоги электрических величин: тока I, заряда q, напряжения U и электрических параметров — сопротивления R, ёмкости C, индуктивности L, записав следующие критерии [1,2]:

- энергетический критерий – механическая мощность $p_м$, равная произведению механического тока $i_м$ на механическое напряжение $u_м$, измеряется в ваттах:

$$p_м = i_м u_м; \quad (1)$$

- критерий интенсивности – механический ток $i_м$, равный первой производной по времени от механического заряда $q_м$ и измеряемый в амперах:

$$i_м = \frac{dq_м}{dt}; \quad (2)$$

- статический критерий – механическое напряжение $u_м$, равное произведению механического тока $i_м$ на механическое сопротивление $R_м$ и измеряемое в вольтах (закон Ома для механических цепей):

$$u_м = i_м R_м; \quad (3)$$

- критерий динамики первого рода – механический ток $i_м$, равный первой производной по времени от произведения механической ёмкости $C_м$ на механическое напряжение $u_м$:

$$i_м = \frac{d}{dt}(C_м u_м); \quad (4)$$

- критерий динамики второго рода – механическое напряжение $u_м$, равное первой производной по времени от произведения механической индуктивности $L_м$ на механический ток $i_м$:

$$u_м = \frac{d}{dt}(L_м i_м). \quad (5)$$

Механическое напряжение можно представить в виде

$$u_м = H_м l, \quad (6)$$

где $H_м$ - напряжённость механического поля; l – длина средней силовой линии поля.

Механический заряд $q_м$ эквивалентен механическому потоку Φ и измеряется в кулонах:

$$q_м = \Phi. \quad (7)$$

Механическое сопротивление $R_м$ эквивалентно электрическому сопротивлению $R_э$ на пути механического потока в трубопроводе и измеряется в омах:

$$R_м = R_э = \rho \frac{l}{S}, \quad (8)$$

где ρ, l, S – соответственно удельные сопротивления, длина и площадь поперечного сечения рассматриваемого участка трубопровода.

Механическая ёмкость $C_м$ является аналогом электрической проводимости $G_э$

трубопровода и измеряется в сименсах:

$$C_м = G_э = \frac{1}{R_м}. \qquad (9)$$

Механическая индуктивность $L_м$ представляет собой аналог электрического сопротивления $R_э$:

$$L_м = R_э. \qquad (10)$$

Таким образом, динамические параметры механической линии – механическая ёмкость и механическая индуктивность – зависят от размеров трубопровода и от его физических констант. Для удобства анализа процессов в механических линиях используют также параметры, являющиеся обратными рассмотренным выше: $C_м = 1/R_м$ – механическая проводимость; $W_м = 1/C_м$ – механическая жёсткость; $D_м = 1/L_м$ – инверсная механическая индуктивность.

Механические напряжение $u_м$ и ток $i_м$ в механической линии являются функциями двух независимых переменных: координаты x, определяющей место наблюдения, и времени t, определяющего момент наблюдения. Обычно требуется найти пространственно-временное распределение в линии механического тока $i_м$ от x и t и магнитного напряжения $u_м$ от x и t. По аналогии с электрической линией для механической линии, показанной на рис.1, можно записать следующие уравнения:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial u_м}{\partial x} &= r_м \cdot i_м + L'_м \frac{\partial i_м}{\partial t} + \int W'_м \cdot i_м dt, \\ -\frac{\partial i_м}{\partial x} &= \frac{1}{\left[\dfrac{1}{g_м u_м} + \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{1}{D'_м u_м}\right) + \int \dfrac{dt}{C'_м u_м}\right]}, \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

где $r_м$, $g_м$, $C'_м$, $L'_м$, $W'_м$, $D'_м$ - соответственно погонные механические сопротивление, проводимость, ёмкость, индуктивность, жёсткость и инверсная индуктивность.

Уравнения (11) могут быть решены однозначно при использовании начальных и граничных условий. Начальными условиями являются значения механического напряжения и тока в начале или в конце линии в момент времени, принятый за нулевой.

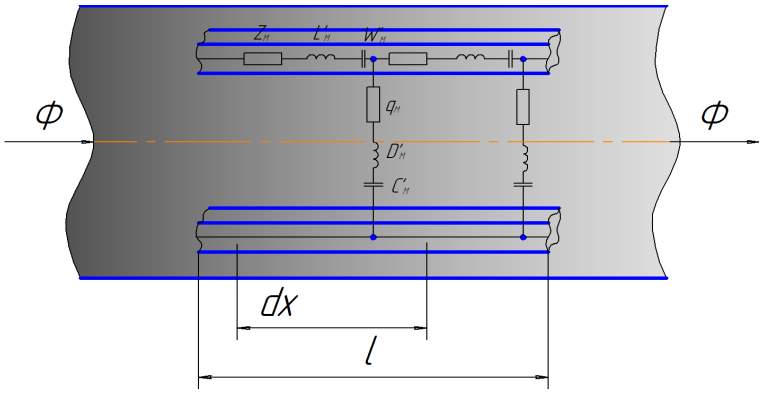


Рис.1. Механическая линия

Граничные условия определяются связями между механическими напряжением и током в начале или в конце линии; эти связи зависят от заданного режима работы линии. Решение приведённых уравнений позволяет найти функциональные зависимости механического напряжения и тока от переменных x и t. Будем считать, что если в линии течёт синусоидальный механический поток, то в любой точке линии механические напряжение и магнитный ток изменяются по синусоидальному закону с частотой механического потока ω.

Комплексное сопротивление $Z_м$ для последовательного участка механической линии и комплексную проводимость $Y_м$ для её параллельного участка можно записать в виде

$$Z_м = r_м + j \cdot \omega \cdot L'_м + \frac{W'_м}{j \cdot \omega}, \qquad (12)$$

$$Y_м = \frac{1}{\left[\dfrac{1}{g_м} + j \cdot \omega \dfrac{1}{D'_м} + \dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C'_м}\right]}. \qquad (13)$$

Обозначим комплексные амплитуды механического напряжения и тока на расстоянии x от начала линии через $U_M(x)$ и

$I_M(x)$.

Перепишем уравнения (11) в комплексном виде, заменяя частные производные обыкновенными в связи с тем, что комплексные значения U_M и I_M не зависят от t, а являются только функциями x:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{d\dot{U}_м}{dx} &= Z_м \dot{I}_м, \\ -\frac{d\dot{I}_м}{dx} &= \frac{\dot{U}_м}{\frac{1}{g_м} - j\cdot\omega\frac{1}{D_м'} - \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_м'}} \end{aligned}\right\}. \quad (14)$$

Дифференцируя эти уравнения по x и исключая из системы сначала механический ток, а затем механическое напряжение, получаем

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\dot{U}_м}{dx^2} &= \dot{\gamma}^2\cdot\dot{U}_м^2, \\ \frac{d^2\dot{I}_м}{dx^2} &= \dot{\gamma}^2\cdot\dot{I}_м^2, \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

где $\dot{\gamma} = \xi + j\cdot\alpha = \sqrt{\frac{Z_м}{\left[\frac{1}{g_м} - \frac{j\cdot\omega}{D_м'} - \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_м'}\right]}}$. (16)

Решая уравнения (15), находим

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_м &= \dot{A}_1\cdot\exp^{(-\dot{\gamma}\cdot x)} + \dot{B}_1\cdot\exp^{(\dot{\gamma}\cdot x)}, \\ \dot{I}_м &= \frac{1}{Z_в}\left[\dot{A}_1\cdot\exp^{(-\dot{\gamma}\cdot x)} - \dot{B}_1\cdot\exp^{(\dot{\gamma}\cdot x)}\right], \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

где волновое сопротивление линии

$$Z_B = \sqrt{\frac{Z_м}{Y_м}}; \quad (18)$$

$\dot{A}_1, \dot{B}_1$ - постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

Подставляя (16) в (17), имеем:

$$\dot{U}_M = \dot{A}_1\cdot\exp(-\xi x)\cdot\exp(-j\alpha x) + \\ + \dot{B}_1\cdot\exp(\xi x)\exp(j\alpha x). \quad (19)$$

Механическое напряжение точке X равно мнимой части выражения $\sqrt{2}\cdot U_м\cdot exp^{(j\cdot\omega\cdot t)}$:

$$U_м(x,t) = I\cdot m\left[\sqrt{2}\cdot\dot{A}_1\cdot\exp^{(-\xi\cdot x)}\cdot\exp^{(-j\cdot\alpha\cdot x)}\cdot\exp^{(j\cdot\omega\cdot t)}\oplus\right.$$
$$\left.\oplus\sqrt{2}\cdot\dot{B}_1\cdot\exp^{(\xi\cdot x)}\cdot\exp^{(j\cdot\alpha\cdot x)}\cdot\exp^{(j\cdot\omega\cdot t)}\right] =$$
$$= \sqrt{2}\cdot\dot{A}_1\cdot\exp^{(-\xi\cdot x)}\cdot\sin\left(\omega t + \Psi_1 - \alpha\cdot x\right)\oplus$$
$$\oplus\sqrt{2}\cdot\dot{B}_1\cdot\exp^{(\xi\cdot x)}\cdot\sin\left(\omega t + \Psi_2 + \alpha\cdot x\right), \quad (20)$$

где Ψ_1 и Ψ_2 - аргументы комплексных величин A_1 и B_1.

Если считать точку x фиксированной, то первая составляющая выражения (19) представляет собой синусоидальную функцию времени с постоянной амплитудой $\sqrt{2}\cdot\dot{A}_1\cdot\exp^{(-\xi\cdot x)}$.

Если же считать фиксированным момент времени t, то получим затухающую синусоидальную волну, амплитуда которой $\sqrt{2}\cdot\dot{A}_1\cdot exp^{(-\xi\cdot x)}$ убывает с ростом x. Вторая составляющая выражения (19) также представляет собой синусоидальную волну, но её амплитуда $\sqrt{2}\cdot\dot{B}_1\cdot\exp^{(-\xi\cdot x)}$ возрастает с увеличением x. Величину ξ, характеризующую изменение амплитуды волны, называют коэффициентом затухания, а величину α, характеризующую изменение фазы, - коэффициентом фазы. Убывание амплитуды волны вдоль линии обусловлено потерями в линии, а изменение фазы - конечной скорости распространения механических колебаний. Оба коэффициента входят в комплексный параметр γ, который характеризует распространение по линии волны механического напряжения и механического тока.

С течением времени прямая, или падающая волна, характеризуемая первой составляющей U_M, перемещается от начала линии к её концу с фазовой скоростью

$$V_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\alpha}. \quad (21)$$

Обратная, или отражённая волна, определяемая второй составляющей U_M, перемещается с такой же скоростью от конца линии к её началу. Таким образом, происходит сложение двух волн, движущихся в противоположных направлениях, причём каждая из этих волн затухает в направлении движения. Рассмотрим случай, когда формулы (12) и (13) приобретают вид

$$Z_M = r_M; \quad Y_M = g_M. \quad (22)$$

Тогда уравнения могут быть записаны в виде

$$\left.\begin{aligned} -\frac{d\dot{U}_м}{dx} &= r_м\cdot\Phi, \\ -\frac{d\dot{\Phi}}{dx} &= g_м\cdot\dot{U}_м. \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Эти уравнения могут использоваться при исследовании механических трубопроводных систем, работающих в статическом режиме.

Библиографический список

1. Зарипов, М.Ф. Преобразователи с распределёнными параметрами [Текст] / М.Ф. Зарипов. – М.: Энергия, 1969. – 176с.

2. Лиманов, И.А. Электромагнитные преобразователи перемещений с распределёнными параметрами [Текст] / И.А. Лиманов. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 56с. (Библиотека по автоматике, выпуск 636).

THE ANALYTICAL METHODS MODELLING DYNAMICAL CHARACTERISTIC O PUT OUT PULSATIONS OF PNEUMATIC AND LIQUID IN PIPELINE

© 2012 P. E. Yudin, N. I. Limanova, I. A. Limanov

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov
(National Research University)

The mathematical model allows to settle an invoice parameters of pulsations of pneumatic and liquid pipeline systems at kinematic excitation of their vibration.

Analytical model, dynamical characteristics, pulsation of pipeline.

Информация об авторах

Юдин Павел Евгеньевич, соискатель, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: Yudin@npcsamara.ru. Область научных интересов: надёжность двигателей летательных аппаратов, автоматизированные системы управления.

Лиманова Наталия Игоревна, доктор технических наук, профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: Nataliya.I.Limanova@gmail.com. Область научных интересов: автоматизированные системы управления, датчики для систем измерения, контроля и управления, математическое и компьютерное моделирование гетерогенных систем.

Лиманов Игорь Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: волоконно-оптические датчики, датчики измерительных систем.

Yudin Pavel Evgenevich, postgraduate student of Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: Yudin@npcsamara.ru. Area of research: reliability of the aircraft engines, systems of automatic control.

Limanova Nataliya Igorevna, doctor of technical sciences, professor of Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: Nataliya.I.Limanova@gmail.com. Area of research: systems of automatic control, sensors for automatic systems, mathematical and computer modeling of the processes in heterogeneous systems**.**

Limanov Igor Alekseevich, Candudate of Technical Sciences, Associate Professor of department “Electrical Engineering” of the Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). Area of research: fiber-optic measuring instruments, diagnostic of heat engine elements.