

## МЕТОДИКА И ОПЫТ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОМПРЕССОРОВ И ВЕНТИЛЯТОРОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ СТЕНДОВЫХ ИСПЫТАНИЙ ГТД

© 2011 В. М. Кофман

Уфимский государственный авиационный технический университет

На основе метода малых отклонений и формы представления характеристик компрессора в виде полиномов разработана и апробирована методика идентификации математических моделей компрессора и вентилятора по результатам стендовых испытаний ГТД.

*Компрессор, вентилятор, методика идентификации.*

### Постановка задачи

Доводка компрессоров и вентиляторов ГТД является сложным процессом, требующим значительных затрат времени и средств [1]. После выполнения проекторочных газодинамических расчётов компрессоров (вентиляторов), выпуска конструкторской документации и изготовления первого экземпляра компрессора (вентилятора) проводятся их автономные испытания на компрессорных стендах ЦАГИ или специальные испытания в системе ГТД на заводском стенде.

По результатам испытаний компрессоров (вентиляторов) получают математическую модель (ММ) компрессора 1 приближения I уровня сложности [2], которая представляет собой функциональные зависимости параметров компрессора от нескольких переменных:

$$\pi_k^* = f_1(G_{в.пр.}, n_{пр}, Re_k, \alpha_{на}), \quad (1)$$

$$\eta_k^* = f_2(\pi_k^*, n_{пр}, Re_k, \alpha_{на}). \quad (2)$$

Как правило, по результатам первых испытаний компрессора выявляется необходимость изменения геометрических параметров его лопаточных венцов и программы регулирования направляющих аппаратов с целью достижения более высоких значений КПД и запасов газодинамической устойчивости.

Введение изменений в конструкцию и программу регулирования компрессора требует экспериментальной проверки эффективности мероприятий и проведения повторных дорогостоящих автономных испытаний компрессора на стенде ЦАГИ или проведения специальных испытаний компрессора в системе ГТД на заводском стенде, по резуль-

татам которых уточняются функциональные зависимости вида (1) и (2).

Следует отметить, что автономные испытания и специальные испытания компрессора в системе ГТД позволяют получить функциональные зависимости вида (1) и (2) при изменении в достаточно широком диапазоне изменения сопротивления сети на выходе из компрессора. Однако при проведении этих испытаний из-за ограниченных возможностей стендов по созданию на входе в компрессор условий, при которых компрессор работает в эксплуатации (высоких температур торможения или пониженного полного давления воздуха на входе), как правило, не удается исследовать влияние на характеристики компрессора эксплуатационных факторов [3,4] (числа Рейнольдса, упругой раскрутки рабочих лопаток компрессора).

Неотъемлемой частью процесса газодинамической доводки компрессора является параметрическая идентификация его ММ по результатам испытаний в системе ГТД. По результатам идентификации уточняются функциональные зависимости вида (1) и (2) и оценивается влияние введённых конструктивных мероприятий на КПД и другие параметры компрессора. От эффективности используемой методики идентификации ММ компрессора зависит длительность его доводки и ГТД в целом.

Учитывая влияние на характеристики компрессора различного рода факторов, идентификацию ММ компрессора целесообразно выполнять по всей совокупности экспериментальных точек, полученных при различных видах стендовых испытаний двигателей последней модификации на заво-

дском стенде и при испытаниях двигателя на высотном стенде. При анализе этой информации имеется возможность выявить влияние на характеристики компрессора различных эксплуатационных факторов.

Задачи параметрической идентификации ММ компрессоров рассматривались в [1,5,6] применительно к моделям III и IV уровня сложности [2], связывающих геометрические параметры лопаточных венцов с их газодинамическими параметрами на среднем радиусе [1,5] (III уровень) или на нескольких радиусах [6] (IV уровень) с суммарными газодинамическими параметрами компрессора.

Задача идентификации ММ компрессора I уровня сложности по результатам стендовых испытаний ГТД рассматривалась в [7]. В этой работе предлагается уточнять некоторые из коэффициентов полиномов ММ компрессора с помощью метода наименьших квадратов [5]. В [7] принимается допущение, что ММ компрессора инвариантна к изменению эксплуатационных условий и методике проведения эксперимента. Задача идентификации ММ компрессора в [7] сведена к задаче улучшения аппроксимации экспериментальных данных без анализа методических и каких-либо других ошибок.

В настоящей статье, являющейся развитием работы [8], описана методика идентификации ММ компрессора (вентилятора) I уровня сложности [2]. Предлагаемая методика предусматривает проведение идентификации ММ компрессора (вентилятора) по всей совокупности экспериментальных точек, полученных при различных видах стендовых испытаниях ГТД.

### **Особенности экспериментальной информации получаемой при испытаниях компрессоров (вентиляторов) в системе ГТД**

Исходной информацией для идентификации ММ компрессора (вентилятора) I уровня сложности являются измеренные в процессе стендовых испытаний ГТД величины таких параметров, как частота вращения ротора  $n$ , расход воздуха через компрессор (вентилятор)  $G_b$ , величины полных давлений ( $p_{вх}^*$ ,  $p_k^*$ ) и температур торможения воздуха ( $T_{вх}^*$ ,  $T_k^*$ ) в сечениях на их входе и вы-

ходе, угол поворота входного направляющего аппарата  $\alpha_{на}$ .

Исходными данными также являются величины приведенных параметров или критериев подобия, определяющих режим работы компрессора  $G_{в.пр}$ ,  $n_{пр}$  (или  $\lambda_a$ ,  $\lambda_u$ ), число Рейнольдса ( $Re_k$ ) на входе в рабочее колесо первой ступени компрессора.

К исходной информации для алгоритма идентификации ММ компрессора по результатам стендовых испытаний ГТД необходимо также отнести и форму ММ компрессора (форму задания функциональных зависимостей (1) и (2)), так как алгоритм идентификации ММ компрессора разрабатывается, как правило, с учётом этой формы.

Алгоритм идентификации ММ компрессора в предлагаемой методике предполагает наличие в качестве исходных данных его ММ 1 приближения, которая может быть получена либо путём расчёта с помощью ММ компрессора III или IV уровня сложности, либо по результатам автономного испытания одного из первых экземпляров компрессора.

При проведении идентификации ММ компрессора необходимо учитывать, что исходная экспериментальная информация, получаемая по результатам стендовых испытаний ГТД, имеет следующие особенности:

1. Величины измеренных параметров, используемых для идентификации ММ компрессора, содержат отклонения, обусловленные наличием систематических и случайных ошибок измерений.

2. Величины измеренных параметров также могут содержать отклонения, обусловленные наличием грубых ошибок измерений, которые согласно [9] являются «частным видом случайной ошибки, когда эта ошибка намного превосходит заданные (паспортные) характеристики прибора».

3. Величины измеренных параметров содержат отклонения, обусловленные отклонениями размеров деталей компрессора в пределах технологических допусков на их изготовление [10]. При рассмотрении совокупности результатов испытаний ГТД с конструктивно единой модификацией компрессоров указанные отклонения можно отнести к разряду случайных ошибок.

4. В каждой из совокупности экспериментальных точек величины критериев подобия  $n_{пр}$  (или  $\lambda_u$ ),  $Re_k$ , определяющих режим работы компрессора, отличаются из-за различия видов, программ и условий испытаний ГТД и, соответственно, из-за различия режимов работы компрессора в системе ГТД. Это затрудняет сравнение получаемой при стендовых испытаниях ГТД информации о ММ компрессора, имеющего конструктивные изменения, с информацией об исходной ММ компрессора 1 приближения, полученной при его автономных испытаниях.

5. Идентичные значения критерия подобия  $n_{пр}$ , определяющего режим работы компрессора, могут быть получены в процессе испытаний ГТД с помощью различных методик проведения эксперимента. (Например, либо путем изменения физической частоты вращения ротора, при  $T_{вх}^* = idem$ , либо путём изменения температуры воздуха на входе в двигатель, при  $n=100\% = idem$ .) В результате могут возникать отклонения параметров компрессора, обусловленные упругой раскруткой рабочих лопаток компрессора в периферийном сечении. Таким образом, в исходных данных может содержаться методическая ошибка эксперимента, которую необходимо отнести к разряду систематических.

6. Принятая форма ММ компрессора I уровня сложности может не учитывать влияния некоторых эксплуатационных факторов, например изменения температуры воздуха на входе, и соответственно удельной теплоёмкости воздуха, на параметры, входящие в ММ компрессора (то есть форма ММ компрессора может содержать так называемую «ошибку модели» [9], которую необходимо отнести к разряду систематических).

Алгоритм идентификации ММ компрессора по результатам стендовых испытаний ГТД должен обеспечивать систематизацию полученной экспериментальной информации с выявлением и оценкой указанных выше ошибок и отклонений (ошибок измерений, технологических отклонений, отклонений величин критериев подобия  $n_{пр}$  и  $Re_k$ , методических ошибок, ошибок модели).

### Методика параметрической идентификации математических моделей компрессора и вентилятора I уровня сложности

Информация о характеристике индивидуального компрессора, полученная при его работе в системе ГТД, представляет собой пространственное множество точек, каждая из которых отягчена случайными (в том числе грубыми) и систематическими ошибками измерений, методическими ошибками и ошибками модели, а величины критерия подобия  $n_{пр}$ , определяющего режим работы компрессора в каждой из точек, отличаются.

Выявление в полученной при стендовых испытаниях ГТД совокупности экспериментальных точек грубых ошибок измерений производится с помощью максимального относительного отклонения  $\tau$  и его распределения [11].

К оставшейся после отбраковки грубых ошибок измерений совокупности экспериментальных точек при их дальнейшей обработке можно применить следующее, часто принимаемое допущение. При переходе от испытания одного компрессора в системе ГТД на одном стенде к совокупности испытаний конструктивно единых компрессоров в системе ГТД на различных стендах (соответственно, с различными экземплярами датчиков, преобразователей и регистрирующих приборов) систематические ошибки измерений параметров можно рандомизировать. Тогда средние результаты совокупности экспериментов, несмотря на колебания параметров компрессоров, обусловленные их индивидуальными особенностями, случайными и систематическими погрешностями измерений, должны обнаруживать статистическую устойчивость. При этом рассеивание параметров конструктивно одинаковых компрессоров относительно математических ожиданий характеристик при существующей точности измерений [12], как правило, находится в пределах малых отклонений.

Ошибки, обусловленные влиянием эксплуатационных факторов (упругой раскруткой рабочих лопаток и влиянием числа Рейнольдса), к малым отклонениям отнести нельзя, так как их величины практически всегда превышают величину доверительных интервалов, ограничивающих случайный разброс параметров. Поэтому выборки экс-

периментальных точек, полученные при различных методиках проведения эксперимента или при существенно отличающихся областях работы по числу Рейнольдса в потоке воздуха на входе в компрессор, следует рассматривать отдельно, выявляя методом сравнительного анализа величины соответствующих ошибок. Аналогичный подход необходимо применять и к ошибкам модели, которые возникают при расчёте параметров, входящих в функциональные зависимости (1) и (2) из-за влияния температуры воздуха на входе на его удельную теплоёмкость.

Пусть имеется множество экспериментальных точек, полученных при испытаниях единичного компрессора (или нескольких экземпляров конструктивно единых компрессоров) в системе газогенератора или ГТД. В процессе испытаний были измерены параметры, характеризующие работу компрессора ( $n, T_{вх}^*, T_k^*, p_{вх}^*, p_k^*, p_k, G_v$ ), на основе которых определены приведенные и безразмерные параметры ( $n_{пр}, G_{в.пр}, \pi_k^*, \eta_k^*$ ). Полученные при испытаниях результаты, нанесённые в координатах  $\pi_k^* = f(G_{в.пр}, n_{пр})$ ,  $\eta_k^* = f(\pi_k^*, n_{пр})$ , представляют собой несистематизированное пространственное множество точек, неудобное для анализа, хранения, сопоставления с данными других испытаний, использования при расчете характеристик ГТД (рис.1).

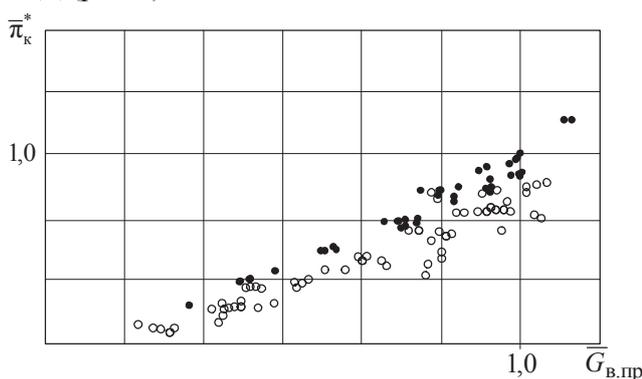


Рис. 1. Пример несистематизированного множества экспериментальных точек, полученных при его испытаниях компрессора «А» в системе ГТД

Для извлечения полезной информации из несистематизированного множества экспериментальных точек, полученных при стендовых испытаниях ГТД и отягчённых различного рода ошибками и отклонениями,

и для идентификации ММ компрессора используем полиномиальную форму представления ММ компрессора и метод малых отклонений [13].

Известно, что в математической модели ГТД характеристики компрессора можно представлять аналитически в форме полиномов. В частности, в [14,15] характеристики компрессора предлагается задавать в виде полиномов вида

$$\bar{\pi}_k^* = \sum_{m=0}^2 \sum_{n=0}^5 (a_{mn} \bar{n}_{пр}^n) \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right)^m, \quad (3)$$

$$\bar{\chi} = \sum_{m=0}^2 \sum_{n=0}^5 (b_{mn} \bar{n}_{пр}^n) \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right)^m, \quad (4)$$

где  $a_{mn}, b_{mn}$  – коэффициенты полиномов,  $\bar{n}_{пр} = n_{пр} / n_{пр.расч}$ ,

$\bar{\chi}$  – относительный параметр компрессора, вычисляемый в [14,15] по формуле

$$\bar{\chi} = \frac{(\pi_k^{*k} - 1) / \eta_k^*}{(\pi_{к.расч}^{*k_p} - 1) / \eta_{к.расч}^*}, \quad (5)$$

$$\bar{\pi}_k^* = \pi_k^* / \pi_{к.расч}^*,$$

$$\left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right) = \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right) / \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right)_{расч}.$$

Индексами «расч.» и «р» обозначены параметры компрессора на расчетном режиме. Показатели адиабаты  $k, k_p$  рассчитываются по величине средней температуры торможения на входе и выходе из компрессора.

Параметр  $\bar{\chi}$  получен в [14,15] из формулы относительной приведенной работы компрессора

$$\bar{L}_{к.пр} = \frac{\left( \frac{L_k}{T_{вх}^*} \right)}{\left( \frac{L_k}{T_{вх}^*} \right)_{расч}} = \frac{\left( \frac{k}{k-1} \right) R (\pi_k^{*k} - 1) / \eta_k^*}{\left( \frac{k}{k-1} \right)_{расч} R (\pi_{к.расч}^{*k_p} - 1) / \eta_{к.расч}^*} \quad (6)$$

при принятии допущения, что  $k / (k-1) / (k / (k-1))_{расч} = 1$ .

Коэффициенты полиномов (3) и (4) определяются с помощью метода наименьших

квадратов при аппроксимации характеристик, полученных при испытании компрессора на компрессорном стенде.

Кроме того, что полиномы (3) и (4) аналитически описывают исходные характеристики конкретного экземпляра компрессора, при каком-то методе их получения и при каких-то условиях проведения эксперимента они также аналитически отражают относительную закономерность изменения параметров компрессора, принадлежащего к конструктивно одинаковым экземплярам компрессоров. Под относительной закономерностью изменения параметров компрессора понимается справедливость в «малом», при  $n_{пр} = n_{пр,i}$ ,  $\pi_k^* / G_{в.пр} = idem$ , зависимостей

$$\begin{aligned} (\Delta \pi_k^* / \pi_k^*)_i &= f_1(\Delta n_{пр}) = idem, \\ (\Delta \chi / \chi)_i &= f_2(\Delta n_{пр}) = idem, \end{aligned}$$

то есть малые относительные изменения параметров  $\pi_k^*$  и  $\chi$  при  $\pi_k^* / G_{в.пр} = idem$  в окрестности  $i$ -го значения приведенной частоты вращения при изменении её на малую величину ( $\Delta n_{пр}$ ) идентичны для конструктивно одинаковых экземпляров компрессоров. Приняв это допущение и используя положения метода малых отклонений [13], рассчитываем с помощью исходных полиномов (3) и (4) для каждой полученной в процессе испытания ГТД  $j$ -той экспериментальной точки (при  $\bar{n}_{пр} = \bar{n}_{пр,j}$ ,  $\left(\frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}}\right) = \left(\frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}}\right)_j$ ) коэффициенты влияния вида  $\left(\frac{\Delta \bar{\pi}_k^*}{\Delta \bar{n}_{пр}}\right)_j$ ,  $\left(\frac{\Delta \bar{\chi}}{\bar{n}_{пр}}\right)_j$ .

Далее, с помощью полученных коэффициентов осуществляем переход от величин параметров  $\left(\bar{\pi}_k^*\right)_j$  и  $\left(\bar{\chi}\right)_j$ , имеющих место при  $\bar{n}_{пр} = \bar{n}_{пр,j}$  в каждой из экспериментальных точек, к значениям этих же параметров при  $i$ -заданных приведенных частотах вращения ротора  $\bar{n}_{пр} = \bar{n}_{пр,i}$ .

В качестве заданных приведенных частот вращения выбираем те их значения, при которых происходило расчётное или первое экспериментальное определение исходных характеристик компрессора при его автономных испытаниях на стенде ЦАГИ. Это

позволяет уточнять исходную ММ компрессора от испытания к испытанию и оценивать её изменение в процессе доводки узла компрессора. С целью уменьшения погрешности систематизации экспериментальных данных необходимо, чтобы разность между приведенной частотой вращения в  $j$ -тых экспериментальных точках и ближайшей  $i$ -той приведенной частотой вращения исходной характеристики была не более 2...3 %.

Это условие обеспечивается при обработке и систематизации экспериментальных точек путем предварительного разбиения всего диапазона  $\bar{n}_{пр}$  исходных характеристик компрессора на зоны, симметричные относительно каждой  $i$ -той приведенной частоты вращения.

Методика систематизации экспериментальных точек, полученных при испытаниях нерегулируемых компрессоров (вентиляторов) в системе ГТД или с регулируемыми направляющими аппаратами по заданной программе, является первой и основной составной частью методики идентификации ММ компрессора (вентилятора). Методика реализована в виде программы для ЭВМ, составленной на алгоритмическом языке *Compaq Visual Fortran Version 6.6*. Второй частью методики идентификации является обработка полученных систематизированных данных с помощью известных статистических методов [11,16,17].

Результатом выполнения операции систематизации экспериментальных точек с помощью вышеуказанных программ для ЭВМ является ряд выборок вида

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_{k,i}^* &= f_i \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right), \\ \bar{\chi}_i &= f_i \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right) \end{aligned}$$

при всех  $i$ -тых заданных приведенных частотах вращения  $n_{пр,i}$ , в зоне которых находились полученные экспериментальные точки. С целью исключения из этих выборок грубых ошибок аппроксимируем каждую из  $i$ -тых выборок квадратичными полиномами вида

$$\bar{\pi}_{k,i}^* = a_{0i} + a_{1i} \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right) + a_{2i} \left( \frac{\pi_k^*}{G_{в.пр}} \right)^2, \quad (7)$$

$$\bar{\chi}_i = b_{0i} + b_{1i} \left( \overline{\pi_k^* / G_{в.пр}} \right) + b_{2i} \left( \overline{\pi_k^* / G_{в.пр}} \right)^2 \quad (8)$$

с одновременной проверкой однородности выборок с помощью максимального относительного отклонения  $\tau$  и его распределения [11]. Отбраковка грубых ошибок в выборке, состоящей из экспериментальных точек  $x_i$ , производится по условию

$$|x_i - x_{cp}| / S_i > \tau_{1-p},$$

где  $S_i$  – выборочное среднее квадратичное отклонение параметров для заданной  $i$ -той выборки,  $\tau_{1-p}$  – квантиль распределения максимального относительного отклонения [11],  $n$  – количество точек в  $i$ -той выборке.

Одновременно с аппроксимацией выборок полиномами второй степени и отбраковкой грубых ошибок для каждой  $i$ -той выборки с помощью распределения Стьюдента, при известном (ограниченном) количестве экспериментальных точек в каждой выборке, определяются величины доверительных интервалов параметров  $\Delta \bar{\pi}_{k,i}^*$  и  $\Delta \bar{\chi}_i$ , в пределах которых, с доверительной вероятностью  $P = 1 - p$ , возможно рассеяние этих параметров:

$$\Delta \bar{\pi}_{k,i}^* = t S_{\bar{\pi}_i} / \sqrt{n},$$

$$\Delta \bar{\chi}_i = t S_{\bar{\chi}_i} / \sqrt{n},$$

где  $t$  – квантиль распределения Стьюдента [16],  $n$  – количество точек в выборке.

После отбраковки грубых ошибок [11] и определения доверительных интервалов выборок [16] проверяется однородность остаточных дисперсий полученных выборок с помощью критерия Фишера [17] и соответствие полученных эмпирических выборок нормальному закону распределения с помощью распределения  $\chi^2$  [16].

Окончательно, после вышеописанных процедур систематизации и статистической обработки экспериментальной информации, полученные в процессе идентификации характеристики компрессора аппроксимируются с помощью метода наименьших квадратов и представляются в виде полиномов вида (3) и (4) с указанием (при заданном уровне доверительной вероятности  $P = 1 - p$ ) величин доверительных интервалов  $\Delta \bar{\pi}_{k,i}^*$  и  $\Delta \bar{\chi}_i$

и величин средневзвешенных дисперсий  $S_{\bar{\pi}}^2$  и  $S_{\bar{\chi}}^2$ . Таким образом, кроме детерминированного аналитического описания математических ожиданий уточненной ММ компрессора полиномами вида (3) и (4) при обработке результатов испытаний нескольких конструктивно единых компрессоров может быть также получена статистическая оценка рассеивания параметров  $\bar{\pi}_k^*$  и  $\bar{\chi}$ , обусловленного ошибками измерений и отклонением деталей компрессора в пределах технологических допусков на изготовление.

### Опыт параметрической идентификации математических моделей компрессоров и вентилятора I уровня сложности

Методика параметрической идентификация ММ компрессора была апробирована применительно к компрессорам «А» и «Б» одновальных ГТД и вентилятору «Х» двухконтурного ГТД.

### Идентификация математической модели компрессора «А»

Исходная ММ компрессора «А» (используемая для проведения идентификации) была получена при испытании этого компрессора (с условным номером №1) на компрессорном стенде ЦАГИ. Изменение приведенной частоты вращения ротора в процессе испытаний на компрессорном стенде осуществлялось путем уменьшения физической частоты вращения ротора при  $T_{вх}^* \approx 264\text{К}$  и при величине полного давления воздуха на входе в ГТД, соответствующей работе компрессора в автотельной области по числу Рейнольдса. В процессе доводки ГТД с компрессором «А» двигатель прошёл испытания на заводском стенде и на высотном стенде с экземпляром компрессора №2, имеющим ту же конструктивную компоновку, что и компрессор №1. По результатам этих испытаний была проведена идентификация ММ компрессора № 2. Для идентификации использовались экспериментальные точки, полученные при испытаниях ГТД «А» на высотном стенде в автотельной области по числу Рейнольдса при постоянной физической частоте вращения ротора  $n = 100\%$  и при  $T_{вх}^* = 288...442\text{К}$ . Исходные и полученные в процессе идентификации ММ компрессора «А» его характе-

ристики приведены на рис. 2. Для компрессора «А» (экземпляр №2), испытанного на земном и высотном стендах в системе ГТД с помощью предложенной методики идентификации были получены, при доверительной вероятности  $P = 0,95$ , доверительные интервалы параметров  $\Delta \bar{\pi}_{k_i}^* = 0,017 \dots 0,027$ ,  $\Delta \chi_i = 0,011 \dots 0,028$ .

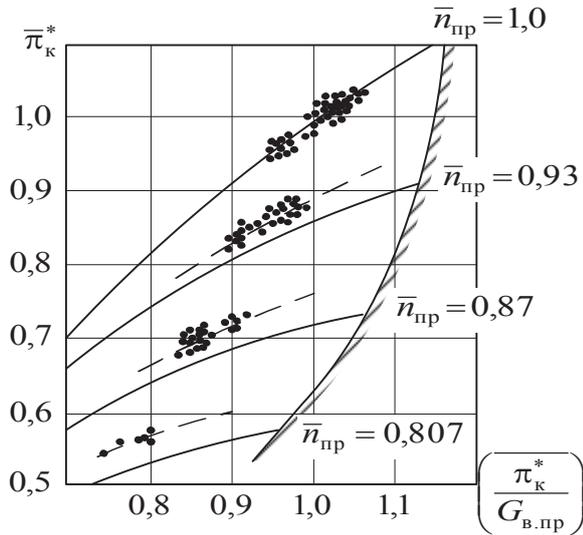


Рис.2. Исходная и идентифицированная ММ компрессора «А»:   
 ———— - исходная ММ компрессора «А»,   
 - - - - - идентифицированная ММ компрессора «А»

Вышеуказанные интервалы характеризуют рассеяние этих параметров, обусловленное ошибками измерений в процессе стендовых испытаний двигателя.

Из рассмотрения результатов идентификации, приведенных на рис. 2, следует, что при  $\bar{n}_{пр} < 1$  математические ожидания напорных веток  $\bar{\pi}_{k,i}^* = f_i(\pi_k^* / G_{в.пр})$  идентифицированной ММ компрессора, при  $(\pi_k^* / G_{в.пр}) = idem$ , смещены вверх относительно напорных веток исходной ММ. Как показал анализ, относительное смещение напорных веток компрессора № 2 относительно напорных веток компрессора № 1 обусловлено упругой раскруткой профилей рабочих лопаток компрессора № 2 в их периферийных сечениях из-за различной методики проведения эксперимента. Это смещение возрастает с увеличением  $T_{вх}^*$  (с уменьшением  $\bar{n}_{пр}$ ) и составляет 4,9...5,6 % при  $T_{вх}^* = 442$  К.

### Идентификация математической модели компрессора «Б»

Исходная ММ компрессора «Б» была получена при испытании геометрически подобного прототипа этого компрессора с условным номером № 1П на компрессорном стенде. Изменение приведенной частоты вращения ротора в процессе испытаний компрессора № 1П на компрессорном стенде осуществлялось путем уменьшения физической частоты вращения ротора при  $T_{вх}^* \approx 288$  К. В процессе доводки ГТД «Б» прошёл испытания на заводском и высотном стендах с экземплярами компрессора «Б» с условными номерами №2 и №3. Из результатов испытаний компрессоров №2 и №3 выбрана совокупность несистематизированных экспериментальных точек, полученных путем уменьшения физической частоты вращения ротора при  $T_{вх}^* \approx 288$  К и выполнена идентификация ММ компрессора «Б» при его работе в системе ГТД с помощью предлагаемой методики.

Ветки идентифицированной ММ компрессора «Б» вида  $\bar{\chi}_i = f_i(\pi_k^* / G_{в.пр})$  показаны на рис.3. Некоторое отличие идентифицированной ММ компрессора «Б» от ММ

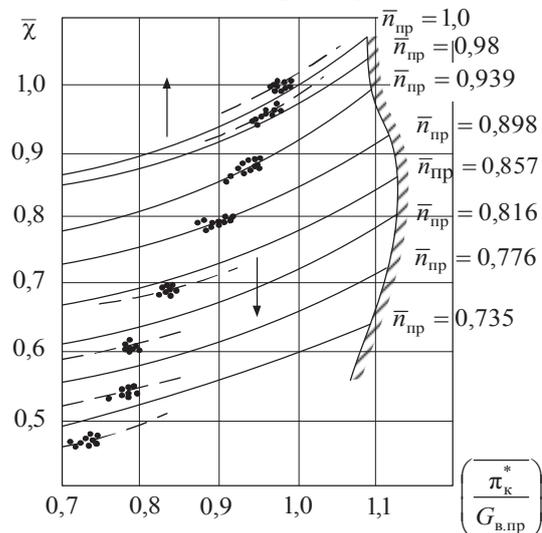


Рис. 3. Исходная и идентифицированная ММ компрессора «Б», полученные при  $T_{вх}^* \approx 288$  К, и  $\bar{n} \leq 1,0$ :   
 ———— - исходная ММ,   
 - - - - - идентифицированная ММ

прототипа обусловлено некоторым отличием последней конструктивной модификации компрессора «Б» (экземпляры № 2 и 3) от модификации компрессора прототипа № 1П.

**Оценка методической ошибки математической модели компрессора «Б» из-за упругой раскрутки рабочих лопаток**

С помощью разработанной методики выполнена идентификация ММ компрессора «Б» по совокупности экспериментальных точек, полученных при испытании ГТД «Б» при  $T_{вх}^* = 288...540\text{K}$  и при программе регулирования двигателя  $n = 100\%$ . Результаты идентификации были сравнены при  $\bar{n}_{пр} = idem$  с ММ компрессора «Б», полученной по совокупности экспериментальных точек, полученных при испытаниях ГТД «Б» при температуре воздуха на входе  $T_{вх}^* = 288\text{K}$  и при  $\bar{n} \leq 1,0$ .

В результате сравнения была выявлена методическая ошибка, обусловленная упругой раскруткой рабочих лопаток компрессора «Б». Экспериментальные точки, полученные при  $T_{вх}^* > 288\text{K}$  и систематизированные с помощью методики идентификации, при  $\bar{n}_{пр} = idem$  смещаются вверх относительно выборок  $\bar{\pi}_{к,i}^* = f_i(\bar{\pi}_{к,i}^* / G_{в.пр})$ , систематизированных с помощью методики идентификации при этих же  $\bar{n}_{пр}$  и при  $T_{вх}^* = 288\text{K}$ . Смещение возрастает с увеличением  $T_{вх}^*$  и значительно превышает величины доверительных интервалов выборок  $\bar{\pi}_{к,i}^*$ , полученных при условии  $T_{вх}^* = 288\text{K}$ . Величина методической ошибки при  $T_{вх}^* = 540\text{K}$  достигает 3,2 % (рис 4). Для устранения этой методической ошибки при расчёте ВСХ ГТД «Б» (с использованием ММ компрессора вида (4), полученной при  $T_{вх}^* = 288\text{K}$  и при  $\bar{n} \leq 1,0$ ), необходимо к ММ компрессора в форме (4) вводить относительную поправку  $\delta\bar{\pi}_{к,i}^*$ , показанную на рис. 4.

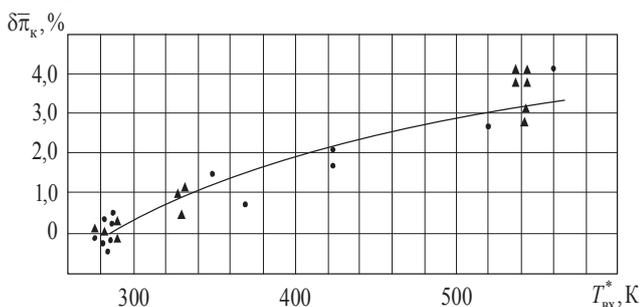


Рис. 4. Изменение степени повышения давления компрессора «Б» из-за влияния упругой раскрутки рабочих лопаток при  $(\bar{\pi}_{к,i}^* / G_{в.пр}) = idem$  и при  $n = 100\%$

**Оценка ошибки модели компрессора «Б»**

С помощью методики идентификации при обработке совокупности экспериментальных точек, полученных при испытании ГТД «Б» при  $T_{вх}^*$ , превышающей 288 K ( $T_{вх}^* = 288...540\text{K}$ ), выявлена ошибка ММ компрессора при ее задании в форме полинома вида (4).

Результаты идентификации показали, что форма ММ компрессора вида (4), предложенная в [14,15] при  $\bar{n}_{пр} = idem$  и  $(\bar{\pi}_{к,i}^* / G_{в.пр}) = idem$  не сохраняется инвариантной при изменении  $T_{вх}^*$ . Экспериментальные точки, полученные при  $T_{вх}^* > 288\text{K}$  и систематизированные относительно веток  $\bar{\chi}_i$  при заданных приведенных частотах вращения, смещаются вниз относительно выборок, показанных на рис.4 и сформированных с помощью предложенной методики идентификации при этих же  $n_{пр}$  и при  $T_{вх}^* = 288\text{K}$ . Смещение возрастает с увеличением  $T_{вх}^*$  и значительно превышает величины доверительных интервалов выборок  $\bar{\chi}_i$ , полученных при  $T_{вх}^* = 288\text{K}$ . Возникновение указанной ошибки ММ компрессора обусловлено принятием допущения  $k/(k-1)/(k/(k-1))_{расч.} = 1$  (см. формулы (5) и (6)). Анализ показал, что при изменении  $T_{вх}^*$  величина ошибки модели  $\delta\bar{\chi}$  практически равна, но противоположна по знаку величине комплекса  $\delta\bar{K} = (k/k-1)/((k/k-1))_{расч.}$  и составляет при  $T_{вх}^* = 500\text{K}$  минус 4.0 %.

Таким образом, представление в [14,15] ММ компрессора с помощью относительно-го параметра  $\bar{\chi}$  полиномом вида (4) при увеличении  $T_{вх}^*$  при прочих равных условиях приводит к появлению ошибки модели.

**Оценка влияния упругой раскрутки лопаток на КПД компрессора «Б»**

Как показал анализ, величина ошибки модели  $\delta\bar{\chi}$  компрессора ГТД «Б», выявленная с помощью методики идентификации, практически совпадает по абсолютной величине с изменением величины комплекса  $\delta\bar{K} = ((k/k-1)/((k/k-1))_{расч.} - 1) \cdot 100\%$ , рассчитанного применительно к параметрам компрессора «Б». Оценка относительного

изменения приведенной работы компрессора «Б» при увеличении  $T_{вх}^*$  может быть выполнена с помощью метода малых отклонений [13] по формуле

$$\delta \bar{L}_{к.пр} = \delta \bar{K} + \delta \bar{\chi}.$$

Получено, что для компрессора ГТД «Б» при изменении  $T_{вх}^*$  величина  $\delta \bar{L}_{к.пр}$  практически равна нулю.

По результатам идентификации ММ компрессора «Б» при  $T_{вх}^* = 288...540$  К и  $n = 100$  %, величинам выявленной методической ошибки  $\delta \bar{\pi}_к^* = f(T_{вх}^*)$  (рис. 4) и полученному (после устранения ошибки модели  $\delta \bar{\chi} = f(T_{вх}^*)$ ) относительному изменению приведенной работы компрессора  $\delta \bar{L}_{к.пр}$  в зоне рабочей линии с помощью метода малых отклонений [13] по формуле

$$\delta \eta_k^* = \delta \left( \pi_k^{* \frac{k-1}{k}} - 1 \right) - \delta L_{пр.к} \quad (9)$$

было рассчитано изменение изоэнтропического КПД компрессора по отношению к КПД ММ компрессора, полученной при  $T_{вх}^* \approx 288$  К путем уменьшения физической частоты вращения ротора. Получено, что при  $T_{вх}^* = 500$  К величина КПД компрессора ГТД «Б» из-за упругой раскрутки рабочих лопаток возрастает на 3 %.

### Идентификация математической модели вентилятора «Х» в автотомодельной и в неавтотомодельной области по числу Рейнольдса

С целью проверки эффективности разработанной методики идентификации ММ компрессора (вентилятора) была выполнена тестовая задача идентификации ММ вентилятора «Х» по результатам его испытаний в системе ГТД при пониженном полном давлении на входе. Исходная ММ вентилятора «Х» была получена по результатам его нескольких специальных испытаний на заводском стенде.

Результаты идентификации ММ вентилятора в автотомодельной области по числу Рейнольдса показали, что экспериментальные точки, обработанные с помощью методики идентификации, в координатах  $\pi_k^* - (\pi_k^*/G_{в.пр.})$  и  $\bar{L}_{к.пр} - (\pi_k^*/G_{в.пр.})$  хорошо совпадают с исходными характеристиками вентилятора. После проведения идентификации ММ вентилятора «Х» в автотомодельной области по числу Рейнольдса отдельным эта-

пом была проведена идентификация ММ вентилятора в неавтотомодельной области по числу Рейнольдса при пониженном  $p_{вх}^*$ . По результатам идентификации получено, что снижение  $p_{вх}^*$  до  $(0,218...0,173)$  Па·10<sup>-5</sup> приводит при  $(\pi_k^*/G_{в.пр.}) = idem$  к снижению  $\pi_k^*$  на 1,74...2,7 %. При этом величина приведенной работы вентилятора  $L_{пр.к}$  увеличилась на 1,94...3,7 %. Снижение КПД вентилятора, обусловленное влиянием числа Рейнольдса, при  $p_{вх}^* = 0,218$  Па·10<sup>-5</sup>, согласно уравнению (9) в малых отклонениях [13], при повышении  $L_{пр.к}$  на 1,94 % и при снижении  $\pi_k^*$  на 1,74 % составило 3,50 %.

### Заключение

Разработана методика идентификации ММ компрессора (вентилятора) I уровня сложности. Методика позволяет по всей совокупности несистематизированных экспериментальных точек, полученных при различных видах стендовых испытаний ГТД, уточнять исходную ММ компрессора (вентилятора), полученную расчетом или при первом автономном испытании компрессора, оценивать эффективность вводимых в конструкцию компрессора (вентилятора) мероприятий, оценивать влияние упругой раскрутки рабочих лопаток, числа Рейнольдса на изменение параметров ММ компрессора (вентилятора).

### Библиографический список

1. Комиссаров, Г.А. Идентификация математической модели компрессора для целей доводки [Текст] / Г.А. Комиссаров, Ю.Н. Русаков // Испытания авиационных двигателей - Уфа: УАИ, 1982. № 10. - С. 139-145.
2. Тунаков, А.П. Классификация математических моделей ГТД [Текст] / А.П. Тунаков // Изв. вузов, Авиационная техника. - 1986. № 4. - С.99-101.
3. Литвинов, Ю.А. Характеристики и эксплуатационные свойства авиационных турбореактивных двигателей [Текст] / Ю.А. Литвинов, В.О. Боровик - М.: Машиностроение, 1979. - 288 с.
4. Боровик, В.О. Механизм влияния эксплуатационных факторов на характеристики элементов ГТД [Текст] / В.О. Боровик, В.Ш. Ланда // Испытания авиационных двигателей - Уфа: УАИ, 1985. №13. - С. 3 - 8.
5. Тунаков, А.П. Методы оптимизации при доводке и проектировании газотурбинных

двигателей [Текст] / А.П. Тунаков - М.: Машиностроение, 1979. - 184с.

6. Идентификация математической модели осевого компрессора [Текст] / В.С. Талызина, А.П. Тунаков Л.А. Шацилло [и др.] // Лопаточные машины и струйные аппараты. сб. статей. Вып.12 . Труды ЦИАМ, 1990. № 1280. - С. 56– 65.

7. Уточнение математической модели компрессора по результатам испытаний ГТД [Текст] / Л.Х. Юлдыбаев, А.Я. Магадеев, Х.С. Гумеров [и др.] // Испытания авиационных двигателей. - Уфа: УАИ, 1978. - № 6. - С. 24 – 29.

8. Кофман, В.М. Применение метода малых отклонений и полиномиальной математической модели компрессора для уточнения его характеристик по результатам стендовых испытаний ГТД [Текст] / В.М. Кофман // Вопросы теории и расчёта рабочих процессов тепловых двигателей: межвуз.науч.сб. - Уфа: УАИ, 1992. № 15. - С.100-109.

9. Мудров, В.И. Методы обработки измерений [Текст] / В.И. Мудров, В.Л. Кушко - М.: Советское радио, 1976. - 192 с.

10 .Бочкарев, С.К. Оценка разброса величин, описывающих характеристики узлов серийных ГТД [Текст] / С.К. Бочкарев, В.В. Кулагин, С.П. Полукеев // Некоторые вопросы расчёта и экспериментального исследования высотно-скоростных характеристик ГТД: сб. статей. Вып. 6. Труды ЦИАМ, 1979. № 839. – С. 268 – 272.

11. Пустыльник, Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений [Текст] / Е.И. Пустыльник - М.: Наука, 1968. - 288 с.

12. ОСТ 1 01021-93. Стенды испытательные авиационных газотурбинных двигателей. Общие требования -18 с.

13. Черкез, А.Я. Инженерные расчёты газотурбинных двигателей методом малых отклонений [Текст] / А.Я. Черкез - М.: Машиностроение, 1975. - 380 с.

14. Аппроксимация характеристик компрессора двухпараметрическими полиномами и применение их в математических моделях ГТД [Текст] / Х.С. Гумеров, А.С. Гаврилов, А.Я. Магадеев [и др.] // Некоторые вопросы расчёта и экспериментального исследования высотно-скоростных характеристик ГТД: сб. статей. Вып. 6. Труды ЦИАМ, 1979. № 839. - С. 183 – 192.

15. Бакулев, В.И. Представление характеристик компрессора в координатах, удобных для расчета на ЭВМ параметров ГТД [Текст] / [В.И. Бакулев и др.] // Изв. вузов. Авиационная техника, 1977. № 3. - С.114 -117.

16. Зайдель, А.Н. Ошибки измерений физических величин [Текст] / А.Н. Зайдель.-М.: - Наука, 1974. - 108 с.

17. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий [Текст] / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В., Грановский - М.: Наука, 1976. - 279 с.

## **METHODS AND THE EXPERIMENT OF THE PARAMETRIC IDENTIFICATION COMPRESSORS AND FANS MATHEMATICAL MODELS OF ACCORDING TO THE RESULTS OF THE GAS TURBINE ENGINE DEVELOPMENT TEST**

© 2011 V. M. Kofman

Ufa State Aviation Technical University

On the basis of the method insignificant deviations and the compressor characteristics presentation forms as a polynomial there has been worked out and tested methods of the parametric identification compressors and fans mathematical models according to the results of the gas turbine engine development test.

*A compressor, a fan, the method of identification.*

### **Информация об авторах**

**Кофман Вячеслав Моисеевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры авиационных двигателей Уфимского государственного авиационного технического университета. Тел.: (347) -273- 08-44, (347)-284-68-42. E-mail: [stan@ufanet.ru](mailto:stan@ufanet.ru). Область научных интересов: Исследования в области идентификации и математического моделирования ГТД.

**Kofman Vyacheslav Moiseevich**, Candidate of Technical Sciences, Associate professor at the department of aircraft engines of Ufa State Aviation Technical University. Phone: (347) 273-08-44, (347) 284-68-42. E-mail: [stan@ufanet.ru](mailto:stan@ufanet.ru). Area of research: Studies on identification and mathematical modeling of gas turbine engines.